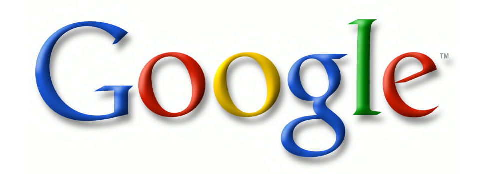
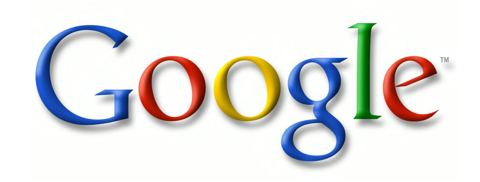
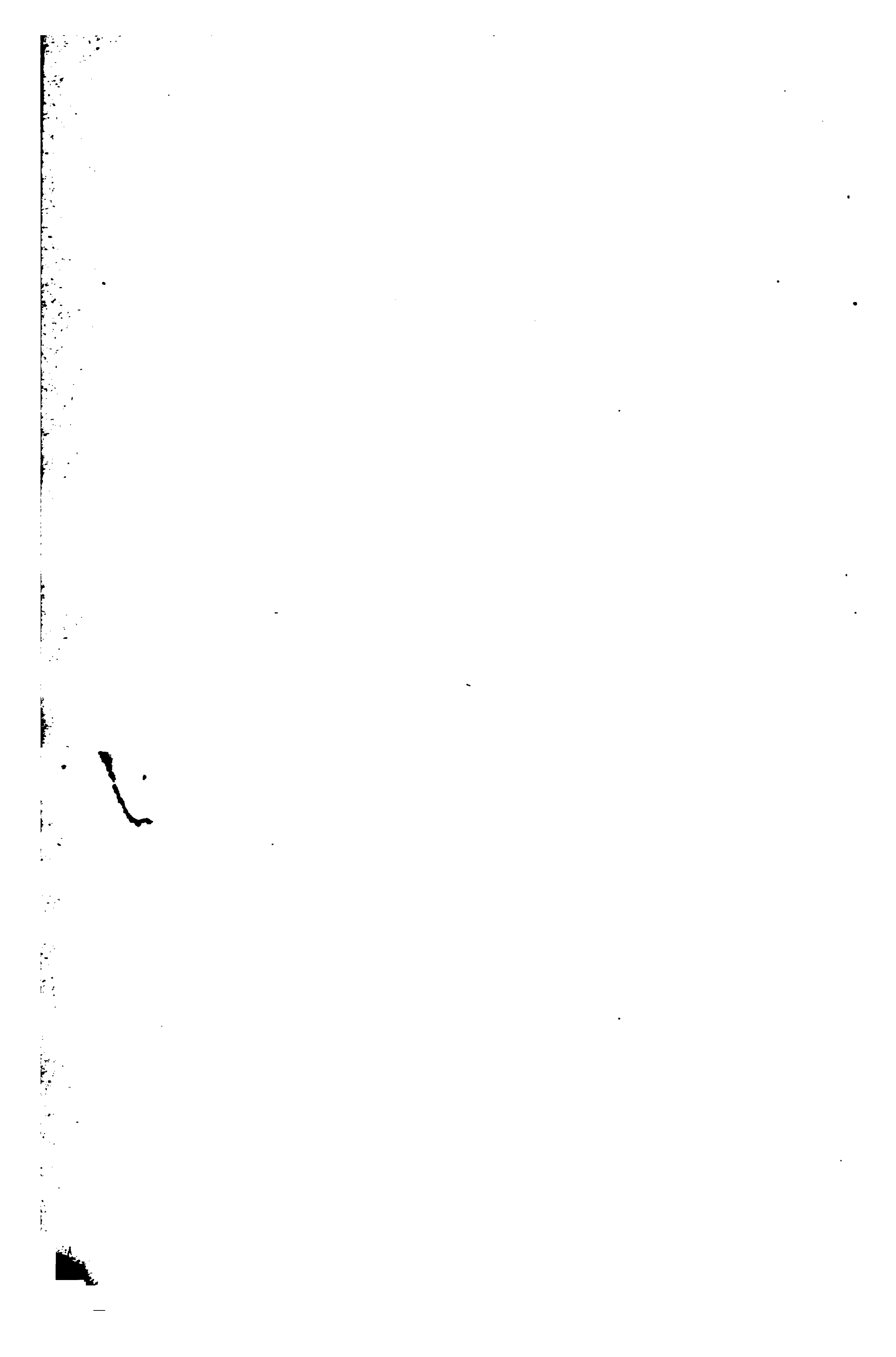

Google


Google



Sci1080.40
SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650.
CHRISTO ET ECCLESIAE
BOUGHT WITH THE INCOME
FROM THE BEQUEST OF
PROF. JOHN FARRAR, LL.D.,
AND HIS WIDOW,
ELIZA FARRAR,
FOR
"BOOKS IN THE DEPARTMENT OF
MATHEMATICS, ASTRONOMY, AND
NATURAL PHILOSOPHY"





COLLECTION

DE

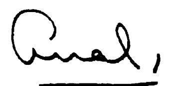
MÉMOIRES

RELATIFS A LA

PHYSIQUE.

TOME IV.


Ο ΘΕΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΕ



COLLECTION

DE

MÉMOIRES

RELATIFS A LA

PHYSIQUE,

PUBLIÉS PAR

LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

TOME IV.

—

MÉMOIRES SUR LE PENDULE,

PRÉCÉDÉS D'UNE

BIBLIOGRAPHIE.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

—

1889

COLLECTION

DE

MÉMOIRES RELATIFS AU PENDULE.

INTRODUCTION HISTORIQUE.

Lorsque la Société de Physique me fit l'honneur de me charger de la publication des Mémoires relatifs au pendule, ma première idée fut de relier entre eux ces Mémoires, nécessairement peu nombreux, par un historique qui ferait connaître la suite des perfectionnements qu'ont reçus la théorie et les applications du pendule. Mais, dès que j'eus commencé à rassembler les matériaux de cette Introduction, je m'aperçus bien vite que j'avais dans les mains une telle multitude de documents, qu'un résumé historique ne parviendrait jamais à en donner une idée même très incomplète. De là est né le double travail que j'ai mis en tête des deux Volumes que la Société de Physique ajoute à sa Collection. Ce travail comprend une liste bibliographique et chronologique des Travaux et Mémoires relatifs à la théorie et aux applications du pendule, depuis Galilée jusqu'en 1885 inclusivement; et une Introduction historique, dans laquelle j'ai essayé de résumer les progrès successifs de la Science sur ces deux points.

J'ai pris pour base de mes recherches bibliographiques le travail très étendu que le Major John Herschel a publié en 1879 dans le Volume V des *Operations of the great trigonometrical Survey of India,* sous le titre : *A bibliographical List of Works relating to Pendulum Operations in connection with the problem of the Figure of the Earth.* J'ajoute immédiatement que cet illustre Savant a bien voulu mettre très gracieusement à ma disposition les compléments qu'ils avait préparés depuis 1879 pour une nouvelle

édition de son travail; je suis heureux de lui témoigner ma profonde gratitude pour ce prêt d'une générosité rare.

Mais le but de Sir J. Herschel est plus restreint d'une part, et, d'une autre, plus étendu que celui que je me suis proposé. Il considère uniquement le pendule appliqué à la détermination de la gravité et de la forme de la Terre; je voulais considérer le pendule comme instrument de Physique, et je devais par conséquent citer les applications qui en ont été faites, soit à la mesure du temps, soit à l'étude de phénomènes spéciaux. Sir J. Herschel a été conduit, par l'objet même qu'il se proposait, à comprendre dans sa Liste beaucoup de Mémoires purement géodésiques, où la considération du pendule n'intervient que très incidemment ou même pas du tout. On ne trouvera donc pas dans la Liste que je publie tous les Mémoires cités par mon illustre devancier; en revanche, on y en trouvera un grand nombre dont il n'avait pas à parler.

Les riches bibliothèques de l'Institut, de l'Observatoire et de l'École Normale m'ont fourni à peu près tous les documents de ma Bibliographie; j'ai vérifié moi-même l'existence, le titre et la date de la très majeure partie des Ouvrages et Mémoires que j'ai cités. Un petit nombre seulement, et des moins importants, ne me sont connus que par des citations empruntées à des Catalogues de bibliothèques ou de librairie : ces articles sont marqués d'un astérisque. J'ai donc la confiance de présenter un travail sur la véracité duquel les Physiciens et les Astronomes peuvent se reposer en toute sécurité.

Les deux Volumes consacrés au pendule ne pouvant contenir qu'un petit nombre de Mémoires, j'ai ajouté dans la Bibliographie, à l'énoncé des titres, des citations souvent étendues des Ouvrages qui n'avaient pu être publiés *in extenso*. Ces citations sont nombreuses surtout dans la première Partie, qui s'étend de Galilée aux premières années du XIXe siècle, parce qu'il m'a semblé que les Mémoires de cette époque sont, en général, d'un accès moins facile, surtout pour les savants éloignés des grands centres scientifiques, que ceux qui ont paru depuis dans des Recueils beaucoup plus répandus et universellement connus. L'ensemble de ces citations et des Mémoires publiés *in extenso* forme ainsi une histoire vraiment documentaire du pendule, que je vais maintenant essayer de résumer en quelques pages.

L'histoire du pendule naît avec la découverte de l'isochronisme de ses oscillations vers 1589, et l'établissement des lois de son mouvement par Galilée en 1629. Quelques auteurs ont voulu faire honneur de la loi d'isochronisme et de son application à la mesure du temps, soit aux astronomes arabes (Bernard d'Oxford, 1684), soit à Justus Bürji ou Byrgius (Becher, 1680), soit à Descartes (Bordas-Demoulin, 1876). Rien n'est venu démontrer l'exactitude de ces prétentions, que j'ai discutées à l'art. *Galilée,* 1639.

Par un singulier hasard, la première application du pendule, en dehors de son emploi sous la forme de pendule quasi simple pour la mesure du temps, souleva une question dont nous n'avons pas encore aujourd'hui la solution. Calignon de Perrins, gentilhomme du Dauphiné, remarqua qu'un pendule de 30 pieds, abandonné au repos, exécutait chaque jour des oscillations alternatives spontanées, analogues au flux et reflux de la mer, indiquant un changement dans la verticale ou une légère titubation de l'axe de la Terre. (Lettre à M. Valès, trésorier général du Dauphiné, rapportée par Gassendi, 1643.) Ce phénomène, que l'on désigna par le nom de *réciprocation,* c'est-à-dire mouvement alternatif du pendule, souleva bien des discussions, qui prirent fin une première fois par les expériences de Bouguer sous le dôme des Invalides (1754), et celles du P. Ximenes sous le dôme de Florence (1757). Ressuscitées par Andreas Mayer (1767), elles sont revenues à l'ordre du jour dans ces derniers temps, et plusieurs savants ont cherché, mains en vain, à mettre en évidence l'action luni-solaire sur de longs pendules : comme les expériences du P. Ximenes, elles n'ont prouvé que l'existence des courants d'air et l'inégale dilatation, aux différentes heures de la journée, des murs auxquels est suspendu le pendule.

La deuxième application dans l'ordre chronologique est celle du pendule aux horloges. La substitution d'un pendule rigide au balancier des anciennes horloges a marqué un tel progrès dans les appareils destinés à la mesure du temps, que plusieurs pays se sont disputé la gloire d'avoir donné le jour à l'auteur de cette application du pendule. J'ai indiqué, à l'article *Huygens,* 1657, les sources auxquelles devra recourir le lecteur curieux de connaître les pièces sur lesquelles les avocats de Galilée, d'Huygens, de Bürji ont appuyé les droits de leurs clients. La conclusion qu'on

en doit tirer me paraît être celle-ci : Galilée et Huygens ont seuls droit à la gloire de la première application du pendule aux horloges. Galilée en eut l'idée dès 1641; le dessin du mécanisme qu'il avait imaginé a été retrouvé et publié par M. Albèri (1856) (¹). Huygens fit connaître et breveter son horloge à pendule en 1657, sans avoir aucune connaissance du projet de Galilée. Ce projet, en effet, par la mort de son auteur, puis par la négligence de Vincenzo Galilei et de Viviani, n'avait jamais été publié et ne fut même jamais complètement réalisé. L'honneur de l'application du pendule aux horloges doit donc rester à Huygens, les inventions qui restent cachées n'y ayant aucun droit, ainsi que conclut très justement M. Biot (1858).

Dès 1665, Huygens observa la curieuse influence de deux horloges à pendule, qui se mettent d'accord l'une avec l'autre, lorsqu'elles sont fixées sur le même support. Cette influence a été étudiée ensuite par Ellicott (1739), puis par Savart (1839); Poisson, en 1830, puis M. Resal, en 1873, en ont donné la théorie mathématique.

En 1669, l'abbé Picard remarque l'action de la température sur la marche des horloges à pendule, qui retardent en été et avancent en hiver. L'invention du pendule à gril, par Harrison (1725), et celle du pendule à mercure, par Graham (1726), permirent de corriger ce défaut. Sans empiéter sur le domaine de l'horlogerie pure, j'ai cru devoir citer dans la Bibliographie les travaux relatifs à la construction du pendule des horloges et aux diverses formes qu'on lui a données, pour annuler les influences de la variation de température et de la variation de densité de l'air. Celle-ci paraît avoir été reconnue par Oerstedt (1809); elle fut étudiée ensuite par Jürgensen, le célèbre horloger danois (1828 et 1832).

Lorsque, au lieu de compenser le pendule d'une horloge, on le rend, au contraire, aussi sensible qu'on le peut à l'action de la température, cette horloge devient une sorte d'intégrateur dont la marche est à chaque instant fonction de la variation de tempéra-

(¹) Un dessin un peu différent avait été envoyé par Viviani et par l'entremise de Boulliau, en 1659, à Huygens, dans les papiers duquel il a été retrouvé par Van Swinden, qui l'a publié en 1817.

ture, et dont l'état à un moment donné par rapport à une horloge de marche uniforme permet d'obtenir la somme de toutes les variations intervenues depuis l'origine du temps. Brewster paraît être le premier qui ait eu, vers 1810, l'idée de cette application du pendule aux observations météorologiques, température, pression et degré d'humidité. (*Voir* l'art. *Brewster,* 1854.)

On peut rapprocher de cet emploi du pendule celui qu'en a fait La Condamine, à son retour du Pérou, pour mesurer la dilatation de la Toise du Nord par la variation de durée de l'oscillation de cette règle de fer suspendue à un couteau, lorsqu'on en faisait varier la température (*Mesure des trois premiers degrés du méridien,* etc.; Paris, 1751, art. XXI). Cette méthode a été de nouveau préconisée par M. R. Weber (*Comptes rendus,* t. CIII, 1886, p. 553) et justement critiquée par M. Guillaume (*ibidem,* p. 689).

L'influence du ressort de suspension et la possibilité d'obtenir à son aide l'isochronisme des oscillations d'amplitude différente a été reconnue par Urbain Jürgensen en 1823 (*voir* 1823 et 1842), puis par Frodsham, en 1839, et étudiée par Laugier et Winnerl (1845).

Je ne crois pas avoir besoin de me justifier d'avoir laissé de côté, parmi les applications du pendule, le pendule balistique et les diverses formes de pendules sismographiques. La balistique n'emprunte, en réalité, au pendule que le mode de suspension du récepteur, et la théorie de l'instrument n'a aucun rapport avec celle du pendule ordinaire. J'ai pourtant cité le chronographe électro-balistique de Navez (1856), parce que, dans cet appareil, la mesure du temps est fondée sur la loi de l'oscillation du pendule à grande amplitude. Quant à l'application du pendule à l'étude des mouvements du sol, je me suis borné à en citer le premier exemple que j'en ai rencontré : Cirillo Nicolao, médecin du pape Innocent XII, en fit usage lors du tremblement de terre qui désola le royaume de Naples, en 1731. Le pendule des sismographes n'est, en général, qu'une application de la loi d'inertie, où les lois du mouvement du pendule n'interviennent pas directement.

Ai-je besoin de dire que j'ai également passé sous silence les nombreux Mémoires sur le *pendule explorateur* et les vives discussions qui se sont élevées à ce sujet, dans les premières années de ce siècle, entre les savants italiens, allemands et suisses. On

construisait généralement ce pendule en suspendant à un fil une de ces boules de pyrite de fer, qu'on désigne sous le nom de *pierres de tonnerre*. Les mouvements, en apparence spontanés, qu'il prend lorsqu'on le tient à la main ont beaucoup intrigué les savants, à l'époque même où l'attention était surexcitée par les merveilleuses découvertes de Galvani et de Volta; et, parmi ceux qui s'occupèrent des propriétés singulières du pendule explorateur et de la baguette divinatoire, on trouve les noms célèbres de Ritter, Oerstedt, Gilbert, Gehlen, Gerboin et de Humboldt.

Le lecteur curieux d'étudier cette aberration de l'esprit humain recourra au livre si intéressant de M. Chevreul : *La baguette divinatoire, le pendule explorateur et les tables tournantes,* 1854, et trouvera beaucoup de Mémoires originaux dans les *Annales* de Gilbert, de 1800 à 1817.

Nous rentrons dans le domaine de la Science pure avec l'application du pendule à la démonstration du mouvement de rotation de la Terre. Comme l'a fait remarquer M. J. Bertrand, la célèbre expérience de Foucault a été le point de départ d'une étude toute nouvelle du pendule libre, et a donné naissance à une telle quantité de travaux, que le nombre des Notes sur le pendule, qui, dans les *Comptes rendus,* était zéro dans les années immédiatement antérieures à 1851, est monté cette année-là à 26. La Bibliographie donne une proportion encore plus considérable : je n'ai trouvé à citer que sept Mémoires en 1849, trois en 1850, contre soixante-dix-huit en 1851 et trente et un en 1852. L'excellent Ouvrage de MM. Houzeau et Lancaster m'a d'ailleurs singulièrement facilité la besogne; je n'ai eu que peu à ajouter à la liste qu'ils ont donnée dans leur *Bibliographie générale de l'Astronomie*.

M. Antinori (1851 et 1853) a cru trouver dans les expériences des académiciens de Florence l'analogue de celle de Foucault. Ils auraient constaté la déviation du plan d'oscillation d'un pendule libre suspendu par un fil. M. J. Bertrand, dans la Notice qu'il a mise en tête des *Œuvres de Foucault,* sans se prononcer ouvertement, semble admettre qu'ils auraient même aperçu la liaison de cette déviation avec la rotation de la Terre, mais que la crainte de l'Inquisition leur aurait fermé la bouche. Je crois qu'il faut être très réservé, lorsqu'il s'agit de juger si une découverte récente a déjà été entrevue antérieurement : nous courons le risque, éclairés

que nous sommes par cette découverte même, d'en retrouver le germe dans des expressions qui, pour les auteurs et pour leurs contemporains, n'avaient pas du tout la signification que nous voulons y voir. Il en est un peu de cela comme de la découverte d'un astre très faible : dès que son existence est démontrée, sa position assignée dans le ciel, nous le voyons avec des instruments qui avaient été impuissants à le découvrir. C'est donc, à mon sens, aux contemporains et aux successeurs immédiats qu'il faut demander ce qu'il y avait réellement dans les expériences de l'Académie *del Cimento*. Or, voici ce qu'en dit de Mairan (*Mém. de l'Acad.*, 1735, p. 181) : « C'est, sans doute, d'un pareil fil (fil de chanvre ou de soie tordu) que l'on s'était servi dans l'Académie de Florence, en faisant l'expérience du pendule, puisque pour éviter les oscillations coniques ou la *spirale ovaliforme* par où l'on avait pris garde qu'il *finissait* presque toujours, on se détermina à y employer un fil double... afin de retenir par là la sphère dans un même plan d'oscillation ». Ce que les académiciens de Florence ont vu, c'est le phénomène qui se produit dans l'expérience de Foucault, quand elle a duré un certain temps et que le fil n'est pas absolument indifférent à la direction des oscillations. Ils n'ont pas vu et ne pouvaient pas voir la déviation qui se produit par suite de la rotation de la Terre, et qui n'a lieu qu'autant que les oscillations restent à peu près planes, par conséquent, au commencement des oscillations seulement.

Beaucoup plus intéressante est l'observation faite par Darquier dans ses expériences du pendule, à Toulouse, en 1778, qu'il faut lancer le pendule dans un plan déterminé pour que les oscillations restent planes. C'est le plan de moindre résistance à la flexion du fil, dont l'observation a conduit Foucault à l'expérience de la verge vibrante, puis du pendule lui-même.

J'arrive enfin à la théorie proprement dite du pendule et à son emploi pour la mesure de la gravité terrestre.

Galilée avait établi les lois du mouvement du pendule simple plutôt par intuition que par l'expérience, et l'on doit faire à ce sujet la même remarque qui a été faite souvent sur la découverte des lois de Kepler : c'est qu'il est fort heureux qu'il se soit contenté d'expériences grossières, sans précision aucune, et qu'il n'ait

pas cherché une vérification exacte des lois qu'il énonçait. Ses observations sur l'isochronisme des oscillations s'étendent à des arcs de 90°, de part et d'autre de la verticale; comment n'a-t-il pas vu que de pareilles oscillations sont beaucoup plus lentes que les très petites? On ne peut qu'admirer son génie d'avoir su démêler, dans ces essais informes, ce qui devait être la loi de la nature, et bénir le ciel qu'il ne se soit pas laissé arrêter par les divergences que devaient pourtant manifester et la mesure des durées et la mesure des longueurs.

C'est au P. Mersenne que revient l'honneur d'avoir compris que dans un corps matériel en oscillation il n'y a qu'un seul point (ou une série de points en ligne droite) qui oscille comme s'il était libre. En 1646, il soumit aux géomètres le problème de la détermination du *centre d'agitation ou de balancement,* c'est-à-dire, de la détermination de la longueur du pendule simple synchrone du pendule composé. Cependant les termes du problème ne sont pas encore nettement définis; pour le P. Mersenne et pour Descartes, le pendule simple est « un plomb suspendu à un filet ». « L'autre point de votre lettre, dit Descartes au P. Mersenne, auquel je ne veux pas différer de répondre, est la question touchant la grandeur que doit avoir chaque corps, de quelque figure qu'il soit, étant suspendu en l'air par une de ses extrémités, pour y faire ses tours et retours égaux à ceux d'un plomb pendu à un filet de longueur donnée. Car je vois que vous faites grand état de cette question... » (Lettre du 22 mars 1646). Une assez vive discussion s'éleva, sur ce sujet, entre Descartes, le P. Mersenne, Cavendish et Roberval; mais leurs efforts n'aboutirent pas à une solution complète de la question.

Le P. Mersenne fit aussi la première détermination de la longueur du pendule à secondes (1644). Le P. Riccioli en donna une autre, dans son *Almageste,* en 1647, et, enfin, l'abbé Picard, en 1669, commença à faire cette détermination avec une certaine précision. Le pendule quasi simple qu'il employait, et qu'employèrent tous les physiciens et astronomes jusqu'à la fin du XVIIIe siècle, était formé d'une boule de plomb ou de cuivre, d'un pouce environ de diamètre, suspendue à un fil de pite ou d'aloès, que l'on serrait à sa partie supérieure entre les mâchoires d'une pince métallique carrée, solidement fixée.

« La longueur du pendule doit être mesurée, dit l'abbé Picard, depuis le haut du filet (ou la face inférieure de la pince) jusqu'au centre de la boule, supposé que le diamètre n'excède guère la trente-sixième partie de la longueur du fil; autrement, il faudrait tenir compte d'une partie proportionnelle que nous négligeons ici. Il faut aussi prendre garde que les vibrations soient petites, parce qu'au-dessus d'une certaine grandeur elles sont entre elles d'inégale durée. »

La mesure de la longueur du pendule se prenait à l'aide d'une règle de fer, dont on appuyait un bout contre la pince carrée, et dont on modifiait la longueur jusqu'à ce qu'elle vînt toucher exactement le sommet supérieur de la boule. On avait ainsi le moyen de reproduire partout un pendule identique à celui qu'on avait employé une première fois, à la seule condition de faire usage toujours de la même boule. Le diamètre de celle-ci se mesurait au compas. Ce procédé pour faire un pendule de longueur constante est clairement exposé dans les *Instructions* rédigées par J.-D. Cassini, en 1681, pour l'usage des voyageurs envoyés par l'Académie en différents lieux du globe. C'est celui qu'ont employé Picard et Richer dans leurs voyages à Uranibourg (1671) et à Cayenne (1672).

Bouguer modifia le pendule en remplaçant la boule par un poids formé de deux cônes tronqués accolés par leur plus grande base. Il appliquait une règle graduée par un bout contre la pince et par l'autre sur la base supérieure du double cône tronqué. C'est dans le Mémoire de La Condamine *Sur la mesure du pendule à Saint-Domingue* (*voir* p. 1 de ce Volume), dans celui de Godin sur le même sujet (1735), et surtout dans le Mémoire, très complet, où le P. Boscovich a résumé l'état des connaissances sur la mesure du pendule (1785), qu'il faut chercher les perfectionnements apportés à la fin du XVIIIe siècle dans la mesure de la longueur du pendule quasi simple. On y trouve indiqués ou même déjà réalisés tous les détails ingénieux que l'on est habitué à considérer comme ayant été appliqués pour la première fois par Borda; je reviendrai tout à l'heure sur ce fait.

La solution du problème du centre d'oscillation obtenue par Huygens, dans son *Horologium oscillatorium* (1673), et les perfectionnements apportés à la théorie du pendule physique par

Jacques Bernoulli (1691, 1703 et 1704), par Jean Bernoulli (1714) et par Daniel Bernoulli (1726), permirent de calculer exactement la longueur du pendule simple, en tenant compte même du poids du fil, comme l'a fait La Condamine.

La détermination de la durée des oscillations se faisait par comparaison avec les battements du balancier d'une horloge à secondes de temps moyen. On faisait partir le pendule de façon qu'il oscillât en même temps que le balancier et dans le même sens, « et l'on revenait voir de temps en temps ce qui se passait; car, pour peu que le pendule simple fût ou plus long ou plus court qu'il ne fallait, on s'apercevait en moins d'une heure de quelque discordance » (Picard, 1669; J.-D. Cassini, 1681). On accourcissait alors ou l'on allongeait le pendule en faisant glisser le fil dans la pince de suspension, jusqu'à ce que l'accord persistant fût obtenu.

En 1735, avant le départ des Commissaires de l'Académie pour le Pérou, de Mairan fut chargé de faire à Paris des observations du pendule qui pussent être comparées à celles que ces savants allaient faire sous l'Équateur. Ces expériences de de Mairan n'offrent qu'un seul point saillant : c'est l'emploi de la *méthode des concours* pour la détermination de la durée des oscillations. A tous les autres points de vue, elles sont bien inférieures à celles de La Condamine, de Bouguer et de Godin. C'est pour ce motif qu'entre les Mémoires de 1735 sur le pendule j'ai choisi celui de La Condamine; la lecture de ce Mémoire me justifiera, je l'espère, auprès des personnes qui pourront s'étonner de ne pas trouver dans ce Recueil le Mémoire de M. de Mairan, beaucoup plus long, plus diffus et moins intéressant.

La méthode des concours de M. de Mairan n'était d'ailleurs pas identique à ce qu'on appelle aujourd'hui *méthode des coïncidences :* le concours avait lieu pour lui lorsque le pendule d'expérience et le balancier de l'horloge arrivaient en même temps à l'extrémité de leur oscillation, du même côté de la verticale. Ce concours ne peut être observé avec la même précision que présente la méthode actuelle; d'abord, parce que la vitesse absolue des pendules est alors à son minimum, puis parce que l'amplitude décroissante de l'oscillation du pendule d'expérience ne

permet pas de superposer le fil à un trait marqué sur le balancier.

Mais, même sous la forme qui lui avait été donnée à l'origine, la méthode des concours ne fut suivie exactement que par Godin, qui avait travaillé à Paris avec de Mairan. Bouguer et La Condamine suivirent une méthode intermédiaire entre celle de Picard et la nouvelle; leurs pendules, de longueur presque égale au pendule à secondes ou au quadruple, marchaient longtemps d'accord avec le balancier de l'horloge de temps moyen, et, lorsqu'il s'en écartait, les observateurs déterminaient le temps au bout duquel il avait gagné ou perdu une oscillation entière. En s'aidant d'une échelle dont les divisions répondaient à des fractions égales, $\frac{1}{12}$, de la durée d'oscillation de son pendule, Bouguer pouvait même déterminer la fraction d'oscillation correspondant à un battement de l'horloge.

Nous trouvons la méthode des concours employée sous une autre forme encore par Godin, puis par Bradley, dans les expériences qu'il fit à Greenwich, de 1743 à 1749, sur des pendules formés d'une boule suspendue à un fil de pite, ou d'une autre boule plus lourde portée par un gros fil métallique attaché à un couteau. On déterminait le moment où le passage du fil du pendule par la verticale coïncidait avec un battement de l'horloge. C'est à peu près une observation de passage par la méthode de l'œil et de l'oreille, mode d'observation qui a été préconisé, dans ces derniers temps, par M. Ch. Peirce, sous une forme un peu différente.

La méthode des coïncidences sous sa forme définitive est exposée, avec de minutieux détails, dans l'Ouvrage du P. Boscovich, que j'ai déjà cité (1785) : « Habeatur horologium oscillatorium, ante quod ad exiguam distantiam collocetur machina penduli, observatore posito ante ipsam; is autem ad habendam determinationem magis accuratam, poterit applicare oculum ad exiguum foramen excavatum in charta crassiore, et affixum fulcro cuipiam... collocando ipsum in directione quam habent pendula horologii et machinæ *dum quiescunt,* in qua directione collocari potest post pendulum horologii charta, vel tabella cum recta linea verticali crassiore.... Impresso motu utrique pendulo, expectandum erit, donec virga illius et filum hujus simul perveniant ad medium oscillationis denotatum ab illa linea posteriore, ubi

cum celerrime transeant, facile erit oculo collocato ad foramen notare oscillationem, in qua transeunt simul. » (Boscovich, *Opera*, t. V, p. 202). Il est impossible de mieux décrire, jusque dans ses moindres détails, la méthode d'observation des coïncidences, telle qu'elle a été employée plus tard par Borda, Kater, Bessel, etc.

Huygens, dans la théorie très complète qu'il a donnée du pendule (*Horologium oscillatorium,* 1673), n'a considéré que les oscillations s'exécutant sur une cycloïde. Il en est de même de Newton, dans la *Philosophie naturelle* (1683). Ils n'ont donc pas eu à se préoccuper de l'amplitude de l'arc décrit. Les observateurs, Picard le premier, reconnurent bien que les grandes oscillations circulaires sont plus lentes que les petites; mais ils se contentèrent, et La Condamine en 1735, Bradley en 1743 se contentaient encore de se borner à n'observer que les oscillations assez petites; Bouguer commençait ses expériences avec une amplitude de deux pouces, soit un arc de plus de 3°. Aussi auraient-ils pu aisément constater que les premières vibrations étaient notablement plus lentes que les dernières, et ce fait ressort clairement de leurs Tableaux d'expériences. Mais la formule de réduction à l'amplitude infiniment petite ne fut établie qu'en 1747, par Daniel Bernoulli, dans un Mémoire couronné par l'Académie et intitulé : *Recherches méchaniques et astronomiques... sur la meilleure manière de trouver l'heure en mer.*

Cependant, encore en 1757, Grischow ne fait subir aucune réduction aux résultats directs de ses observations. La même année, le P. Ximenes constate, sur un pendule de 277 pieds de long, suspendu dans le dôme de Florence, que la durée de l'oscillation décroît avec l'amplitude; mais il déduit de ses observations la longueur du pendule à secondes sans faire aucune correction aux petits arcs observés. Roumovski en 1761 et 1771, Legentil de 1763 à 1769, Liesganig en 1765 n'appliquent pas non plus cette réduction. Elle est, au contraire, très expressément recommandée par le P. Boscovich (1785), qui donne le moyen de mesurer l'amplitude de l'arc et un procédé géométrique pour ramener à l'amplitude nulle les nombres d'oscillations observés sous des amplitudes sans cesse décroissantes. Il utilise, à cet effet, la loi du décroissement en progression géométrique énoncée par Bouguer.

Le milieu fluide dans lequel le pendule exécute ses oscillations exerce sur son mouvement une double influence : le poids de la masse oscillante est diminué d'une quantité égale au poids du fluide déplacé; en second lieu, la force motrice est employée en partie à mettre en mouvement une portion du fluide environnant. De là, une double correction, dont il est intéressant de suivre l'introduction dans les observations du pendule.

La résistance de l'air fut étudiée, pour la première fois, par Newton, dans son immortel Ouvrage : *Philosophiæ naturalis principia mathematica* (édition de 1686, Liber secundus, Sectio VII). Il fit osciller dans l'air et dans l'eau un pendule de $10\frac{1}{2}$ pieds de long, à boule de bois et à boule de plomb, puis, dans le mercure et dans l'eau, un pendule semblable à boule de fer. Mais, comme le fait remarquer Bessel, il ne s'occupa que du décroissement de l'amplitude, sans déterminer les durées même des oscillations. Il crut donc que le fluide n'avait pas d'effet sensible sur cette durée, la quantité dont était diminuée la durée de la demi-oscillation ascendante étant compensée par l'augmentation de durée de la demi-oscillation descendante. Ce principe a été universellement admis jusqu'à Bessel, et on le trouve très nettement exposé par Bouguer, à la page 341 de la *Figure de la Terre*. Nous verrons plus loin comment les idées se sont modifiées sur ce point, et comment on a été conduit à introduire dans les observations du pendule la *correction hydrodynamique*.

La seule correction que Bouguer fasse subir à la durée de l'oscillation dans l'air est la *correction hydrostatique,* c'est-à-dire celle qui provient de la perte de poids que la boule éprouve dans ce fluide, et il obtient cette perte de poids par une méthode très élégante et avec une précision beaucoup plus grande que n'aurait pu la lui donner la connaissance très imparfaite que l'on avait alors du poids de l'air. « L'usage du baromètre, dit-il, nous met en état de découvrir le rapport qu'il y a entre la pesanteur du mercure et celle de l'air dans tous les endroits de l'atmosphère qui sont accessibles. Nous voyons combien il faut monter ou descendre de pieds pour que le mercure change de hauteur d'une ligne. C'en est assez pour qu'on puisse toujours marquer au juste la pesanteur spécifique de l'air par rapport à celle de tous les autres corps. J'ai trouvé, de cette sorte, qu'il ne fallait exprimer la première que

par l'unité sur le sommet du Pichincha, si l'on exprimait celle du cuivre par 11000. Or il suit de là que le petit poids de mon pendule perdait sur cette montagne la 11000ième partie de sa pesanteur. Cette diminution ou cette perte produit le même effet que si elle se fût faite réellement sur la force motrice même; et, par une suite naturelle, je trouvais toujours le pendule à secondes trop court d'une 11000ième partie.... C'est la première fois qu'on a égard à cette petite correction dans les expériences dont il s'agit actuellement; mais nous ne pouvons pas la négliger, si nous voulons pousser les choses jusqu'à la plus grande exactitude, et si d'un autre côté nous devons ajouter foi aux principes les plus certains de l'Hydrostatique ». (Bouguer, *La figure de la Terre;* Paris, 1749, p. 340.)

La correction de la perte de poids dans l'air est souvent, en raison de cette affirmation, appelée *correction de Bouguer*. Cependant quelques auteurs, Bessel entre autres, en attribuent la première application à Newton. En comparant les trois éditions principales de la *Philosophie naturelle,* voici ce que j'ai remarqué. Dans la première (1686) Newton cite, au Livre III, Prop. XX, Probl. III, la longueur du pendule à seconde, telle qu'elle a été observée à Paris par Picard, 3 pieds 8 $\frac{1}{2}$ lignes. Dans la deuxième édition (1713), cette longueur devient 3 pieds 8 $\frac{5}{9}$ lignes. De Brémond croit que Newton a adopté, cette fois, la longueur déterminée plus récemment par Des Hayes, Varin et de Glos. Mais, dans la troisième édition, le motif du changement est clairement indiqué : « Quare cum..., in latitudine Lutetiæ Parisiorum longitudo penduli singulis minutis secundis oscillantis sit pedum trium parisiensium et linearum 8 $\frac{1}{2}$, vel potius *ob pondus aeris* 8 $\frac{5}{9}$..., etc. » Newton fait donc subir à la longueur du pendule de Picard la réduction au vide; mais, par une singulière contradiction, il n'applique pas la même correction aux autres longueurs qu'il compare à la première; peut-être les considérait-il comme trop peu exactes pour qu'il fût utile de les altérer d'une quantité moindre que celle dont elles pouvaient être en erreur.

Newton connaissait donc la correction que doit subir la longueur du pendule *ob pondus aeris*. Mais où en a-t-il puisé ou donné la théorie? Je n'ai pu trouver sur ce point aucune indication. Quoi qu'en dise Poisson, Newton n'a point appliqué cette

correction aux célèbres expériences par lesquelles il a démontré l'égalité d'action de la pesanteur sur tous les corps.

En fait, aucun observateur, jusqu'à Bouguer, ne fit usage de cette réduction; et, après la publication de *La figure de la Terre,* en 1749, elle fut encore généralement négligée; ni Grischow, ni Ximenes, ni Roumovski n'en tiennent compte. Darquier et Lalande vont plus loin; en 1778, Darquier déclare, dans son Mémoire *Sur la longueur du pendule à Toulouse,* qu'il ne tient pas compte de la petite correction additive de M. Bouguer pour la résistance de l'air, parce qu'il ne la trouve pas bien légitimée; Lalande, en 1785, donnant, dans son Mémoire *Sur l'aplatissement de la Terre,* un Tableau des observations du pendule, le fait suivre de cette remarque : « M. Bouguer donne pour Paris $440^{l},58$, j'en ôte 6 qu'il ajoutait pour le poids de l'air : cette réduction est à peu près constante dans tous les pays, et, comme nous n'opérons jamais dans le vide, il est inutile de dénaturer nos résultats. » Dans la deuxième édition de son *Astronomie* (Paris, 1771), et même dans la troisième (1792), Lalande donne encore tous les nombres bruts et fait suivre ceux de Bouguer seulement de la valeur corrigée. Par contre, d'Alembert, en 1756, dans l'article *Figure de la Terre* de l'*Encyclopédie,* donne un Tableau des longueurs du pendule corrigées par le baromètre et réduites à celles d'un pendule qui oscillerait dans un milieu sans pesanteur.

Il nous faut encore recourir au travail du P. Boscovich pour trouver amplement détaillée la manière de faire la réduction au vide. Nous y trouvons, en même temps, l'indication très nette d'une autre correction qui pourrait être nécessitée par la présence de l'air. « Effectus aeris.... est duplex : primo quidem ejus gravitas imminuit vim gravitatis massæ per quantitatem respondentem gravitati specificæ utriusque.... Deinde resistentia quæ oritur e motu impresso aeri a massa oscillante retardat itidem oscillationes singulas, adeoque imminuit numerum oscillationum respondentium dato tempori. Ea accurato calculo determinari non potest, cum nondum inventa sit ratio determinandi per calculum effectus resistentiæ fluidorum potissimum elasticorum sine hypothesibus arbitrariis. » C'est là une phrase que nous trouverons répétée longtemps encore. Boscovich donne, d'ailleurs, le moyen

de rendre très petite ou même nulle l'influence de l'air et même le moyen de la déterminer : il faut opérer avec une boule de matière très dense et se borner à de très petites oscillations. On peut aussi trouver l'effet de l'air sur le pendule en observant le même appareil, d'abord à l'air libre, puis dans le vide de la machine pneumatique, et répétant ces observations avec des amplitudes très diverses. Boscovich traçait ainsi, dès 1785, le programme d'expériences qui ne devaient être réalisées que longtemps après lui.

Reste enfin la réduction au niveau de la mer. Celle-ci paraît due entièrement à Bouguer, qui l'a traitée en détail dans la *Figure de la Terre*, sect. VII, art. III, p. 357 : *Remarques sur la diminution que reçoit la pesanteur à différentes hauteurs au-dessus du niveau de la mer*.

L'opuscule du P. Boscovich, comme on en peut juger par les citations que j'en ai faites, résume et complète en beaucoup de points la théorie et la pratique de l'observation du pendule à boule suspendue à un fil, et nous pouvons le considérer comme la représentation exacte de l'état de la Science à la fin du XVIIIe siècle. Mais Boscovich ne fit aucune application des méthodes qu'il avait si bien exposées, et c'est à Borda que revient l'honneur de les avoir mises en œuvre. Dans les expériences qu'il fit avec Cassini à l'Observatoire de Paris, en 1792, pour répondre au vœu de la Commission des Poids et Mesures, il réalisa, avec la perfection que permettait de donner aux appareils le concours d'artistes tels que Fortin et Lenoir, l'ensemble des améliorations qui avaient été successivement apportées au pendule de Picard. Le fil métallique attaché à un couteau avait été employé par Godin et par Bradley ; Boscovich avait fait remarquer qu'on peut placer l'arête du couteau un peu au-dessus du point où le fil s'attache à sa suspension : « eo pacto oscillatio ipsius machinulæ non turbaret oscillationem massæ, et fili metallici eam sustinentis, *quæ fieret tanquam si machinula non adesset* » ; mais il trouvait une pareille suspension difficile à exécuter. On sait comment Borda la réalisa. La mouche de taffetas que de Mairan employait pour fixer le fil à la boule, et qui permettait de suspendre celle-ci par un point quelconque de son contour, en vue d'éliminer l'influence

des défauts de forme et d'homogénéité (Godin, La Condamine, Bouguer), devint la calotte sphérique de Borda. Bradley, Godin, La Condamine avaient déjà employé un plan de glace pour définir le point inférieur du pendule; Godin mesurait la distance du couteau ou de la pince de suspension à ce plan à l'aide d'une règle à languette; ces deux procédés de mesure prirent leur forme définitive dans l'appareil de Borda. La méthode des coïncidences fut appliquée exactement telle que l'avait décrite Boscovich. La loi du décroissement des amplitudes en progression géométrique, établie par Bouguer, fut traduite, pour la réduction à l'arc infiniment petit, en une formule simple dont la démonstration fut donnée plus tard par Mathieu, dans la *Connaissance des Temps pour* 1826.

Borda et Cassini avaient ainsi résumé, dans leur mémorable expérience, tous les perfectionnements que leurs prédécesseurs avaient successivement imaginés. Après eux, la méthode du pendule quasi simple ne pouvait qu'être conservée sous la forme qu'ils lui avaient donnée, ou être renversée par une révolution dans la théorie du pendule. Ce fut cette révolution qui se produisit, et elle eut pour précurseurs deux savants ingénieurs français, Du Buat et de Prony.

En 1792, au moment où l'Académie des Sciences décidait que la mesure du pendule battant la seconde à Paris serait faite en même temps que les autres déterminations nécessaires pour l'établissement du système métrique, le chevalier de Prony lui proposa d'exécuter cette mesure par un procédé entièrement nouveau, quoique fondé sur des principes bien connus. Au pendule presque simple, jusqu'alors seul usité dans les mesures absolues de la pesanteur, il substituait un balancier métallique, rigide et de poids considérable, pouvant osciller sur des axes fixes, parallèles et compris tous dans un même plan passant par le centre de gravité de l'appareil. La détermination des durées d'oscillation sur trois axes suffisait pour calculer le moment d'inertie du système par rapport au centre de gravité, et, par conséquent, les longueurs des trois pendules simples synchrones, par la mesure des distances des axes au centre de gravité lui-même. Une Commission de l'Académie, composée de Leroi, Laplace, Legendre et Delambre, jugea

le procédé ingénieux, mais bien plus compliqué et plus dispendieux que la méthode du pendule à boule. De Prony abandonna donc pour un temps son idée. Il fut ramené à s'en occuper de nouveau en 1798, par une proposition que lui fit son ami Bréguet de construire son pendule à plusieurs axes; et c'est alors qu'il arriva, par l'examen de sa formule, à concevoir un appareil qui, « tout en conservant les avantages de la grandeur de la masse, de l'invariabilité de sa forme, de sa solidité, de sa durée indéfinie, etc..., donne la position du centre d'oscillation visible et fixée sur ce corps, de manière qu'on peut mesurer sa distance à la suspension avec la précision la plus rigoureuse et par le même procédé qu'on emploie pour vérifier la longueur d'un étalon de mesure. La nouvelle théorie est fondée sur les propriétés suivantes : ... si, après avoir fait osciller un corps sur un axe quelconque de suspension auquel correspond un centre d'oscillation déterminé, on fait osciller le corps sur ce centre d'oscillation considéré comme point de suspension, les nombres d'oscillations, pendant des temps égaux, seront les mêmes dans les deux cas ». Le reste du Mémoire, présenté à la première Classe de l'Institut, le 11 vendémiaire an IX, donne les moyens de construire un pareil pendule et les procédés de réglage à employer pour obtenir la réciprocité des deux axes de suspension. Cet appareil de Prony est celui auquel Schumacher a donné, plus tard, le nom de *pendule réversible*.

Mais le pendule de Prony ne fut pas construit; son Mémoire resta enfoui dans les archives des Ponts et Chaussées, où il a été retrouvé dernièrement par M. le capitaine Defforges. Il est publié aujourd'hui pour la première fois dans ce Volume (p. 65).

Bohnenberger, en 1811, dans son *Astronomie* publiée à Tubingen, montra, de son côté, comment le principe de Huygens touchant la réciprocité des axes de suspension et d'oscillation pouvait conduire à la construction d'un pendule rigide donnant immédiatement la longueur du pendule simple synchrone.

En 1817, et toujours sans connaître les travaux de ses deux prédécesseurs, le capitaine Kater, chargé par le Comité des Poids et Mesures de la Société royale de Londres de mesurer la longueur du pendule simple à secondes, fonda sa méthode sur le même principe, et réalisa pour la première fois le pendule réversible

sous sa forme pratique, qui porte, à juste titre, le nom du savant ingénieur anglais.

Cependant, les avantages du pendule à axes réciproques ne ressortaient pas avec assez d'évidence des expériences de Kater, dans lesquelles la théorie mathématique de l'appareil n'intervenait pas, et où le réglage se faisait d'une façon empirique, par des tâtonnements réguliers, mais fort longs, et la plupart des physiciens et astronomes tenaient toujours pour le pendule à fil. Aussi Bessel employait-il encore ce pendule en 1827, pour déterminer l'intensité de la pesanteur à Kœnigsberg. Mais Laplace, dans l'intervalle, avait appelé l'attention sur l'influence du couteau de suspension, et montré que la longueur du pendule réel ne doit pas être mesurée à partir de l'arête extrême de ce couteau ou de son plan de suspension. Bessel modifia donc le procédé de Borda et adopta celui de Whitehurst (1787), où l'on mesure la différence des longueurs de deux pendules suspendus de la même manière, éliminant par là l'influence du mode de suspension. Mais, dans le cours de ces expériences, une difficulté se présenta à l'esprit de Bessel, qui allait conduire à l'adoption universelle du pendule à axes réciproques.

Depuis Newton, on avait considéré la force réelle appliquée au pendule comme employée tout entière à faire mouvoir ce pendule, de sorte que, m étant la masse du corps, m' celle du fluide qu'il déplace, la force accélératrice agissant sur le corps avait pour expression $\frac{m-m'}{m}$. Bessel fit remarquer que la force mouvante, ou le poids du corps diminué du poids de l'air déplacé, agit en outre sur toute la masse du fluide qui est mise en mouvement en même temps que le corps, de sorte que le dénominateur de l'expression de la force accélératrice doit être augmenté; et de considérations mathématiques générales, il conclut que la présence d'un fluide de très faible densité autour d'un pendule n'influe sur la durée de l'oscillation qu'en augmentant le moment d'inertie du pendule.

En supposant que, dans l'état stable auquel arrive bien vite l'air environnant dès que les conditions initiales du mouvement ont été effacées par les résistances, le fluide reprend après chaque oscillation double l'état qu'il avait au commencement, et que le

pendule est formé d'une masse pesante, de très petit volume, attachée à un fil, Bessel trouve que la longueur du pendule simple synchrone a pour expression

$$\lambda = \frac{(i^2 + s^2)(m + km')}{s(m - m')},$$

dans laquelle i est le rayon de giration, s la distance de l'axe de suspension au centre de gravité, m et m' les masses du pendule et du fluide qu'il déplace. On voit que la nouvelle correction revient à augmenter la masse m du pendule d'une masse égale à k fois celle du fluide déplacé. L'effet de la résistance de l'air est donc le même que si l'air était enlevé et qu'une masse de ce fluide, égale à k fois le fluide déplacé, fût réunie au centre de gravité du pendule, de manière à accroître sa masse sans augmenter son poids. Au contraire, l'effet de la pesanteur de l'air, exprimé par le second terme sm' du dénominateur, diminue le poids sans affecter l'inertie.

La détermination du coefficient k peut se faire en faisant varier soit m, soit m', toutes les autres conditions restant les mêmes. Avec une boule de cuivre et une boule d'ivoire, Bessel a obtenu $k = 0,625$; un cylindre, au lieu de la boule, lui a donné 7,99 et 8,21, d'où résulte une influence de la forme du corps et la démonstration de ce fait que le fluide n'agit pas seulement par sa masse.

Bessel avait cru d'abord être le premier à faire remarquer l'inexactitude de la correction usitée pour la réduction au vide des oscillations du pendule. Plus tard, dans son Mémoire *De l'influence d'un milieu résistant sur le mouvement d'un pendule* (*voir* t. V de ce *Recueil*), il reconnut, avec une loyauté parfaite, que le célèbre ingénieur du Buat avait déjà émis une idée analogue. Mais, n'ayant pas eu entre les mains l'Ouvrage du savant français, il ne put reconnaître quelles étaient les différences ou les similitudes des deux opinions. Les citations étendues que je donne dans la *Bibliographie* de l'Ouvrage de du Buat (1786) permettront au lecteur de comprendre comment celui-ci avait été amené à reconnaître l'inexactitude de la théorie ancienne, et quelle image il se faisait de l'influence du milieu fluide.

La formule que donne du Buat, $l = \frac{ap}{nP + p}$, se ramène aisé-

ment à celle de Bessel : a est la longueur λ de Bessel, et l a pour expression $\frac{i^2+s^2}{s}$. Il faut donc que l'on ait

$$\frac{m+km'}{m-m'}=\frac{n\mathrm{P}+p}{p},$$

et, comme p est proportionnel à $m-m'$, P à m, il vient

$$n=1+k.$$

La valeur de n trouvée par du Buat, 1,585, est un peu plus faible que celle qu'a donnée Bessel, 1,625.

Bessel admet que les choses se passent *comme si* une masse de fluide égale à $n-1$ fois le fluide déplacé était mise en mouvement par la force motrice du pendule. Cet entraînement n'est qu'une image propre à représenter l'effet mécanique du fluide. Pour du Buat, l'entraînement est réel, et il en prouve l'existence par l'expérience curieuse du flocon de plume ou du brin de laine qui, suspendu à distance du pendule dans l'air, en suit exactement les mouvements. C'est la contre-partie de l'expérience de Sir James South, citée plus tard par M. Stokes, dans l'Introduction de son Mémoire de 1850 (*voir* t. V de ce *Recueil*). Une feuille d'or, fixée au pendule au-dessous de la boule, conserve sa direction par rapport à cette boule pendant l'oscillation, tout comme si le pendule et l'air environnant étaient en repos relatif.

Pour du Buat, comme pour Bessel, la résistance du fluide au mouvement du pendule qui produit le décroissement de l'amplitude est distincte de la cause qui produit le ralentissement de l'oscillation, et ni l'un ni l'autre ne s'explique sur l'origine de ces deux forces.

Poisson a cherché, dans un Mémoire présenté à l'Académie des Sciences en 1831, à déduire les deux faits des principes généraux de l'Hydrostatique. « J'ai supposé (p. 527) très petites les oscillations du pendule, et par conséquent aussi les vibrations produites dans l'air environnant, ce qui permet de réduire les équations du mouvement à la forme linéaire. Celles du mouvement de l'air sont alors les équations relatives à la théorie du son... ; mais les fonctions arbitraires qui s'y trouvent renfermées ne doivent plus, comme dans la théorie du son, se déterminer uniquement d'après un état donné du fluide à l'origine du mou-

vement; elles doivent aussi se déduire de la condition qui lie son mouvement à celui du pendule, et qui consiste en ce que les vitesses des molécules adjacentes à ce corps sont constamment les mêmes, dans le sens normal, que celles des points correspondants de sa surface. Réciproquement, les condensations ou dilatations dont les vitesses de l'air sont accompagnées produisent sur cette surface des variations de pressions, qui influent sur le mouvement du pendule, et de cette manière, les deux mouvements, du pendule et de l'air, dépendent l'un de l'autre, et ne peuvent être déterminés séparément. Ce qu'on appelle proprement la résistance du fluide n'est autre chose que cette partie variable de la pression sur laquelle on ne doit faire d'avance aucune hypothèse, et qui est une des inconnues du problème. Mais pour n'omettre aucune des circonstances qui peuvent influer sur le mouvement du pendule, il faut joindre à cette force normale une autre force tangente, provenant du frottement de l'air contre sa surface.

« Il résulte... que c'est au frottement de l'air qu'est due la diminution successive des amplitudes des oscillations du pendule. Cette diminution a lieu en progession géométrique, ce qui s'accorde avec l'expérience..., et à cause qu'elle est très lente dans l'air ou dans un gaz quelconque, il s'ensuit que son influence est insensible sur la durée de chaque oscillation. Au contraire, la pression de l'air influe sur cette durée, et n'altère aucunement l'amplitude, qui demeurerait constante si le frottement n'existait pas. Quelle que fût la forme du corps, si la pression normale était la même à chaque instant en tous les points de la surface, les composantes horizontales et verticales de cette force se détruiraient complètement, sans que le poids du corps et son mouvement fussent modifiés en aucune manière. Mais, à raison de la pesanteur de l'air, la pression n'est pas la même dans les différentes sections horizontales; et de là il résulte une première diminution de la pesanteur du mobile, indépendante de sa forme et la même dans l'état d'équilibre et dans l'état de mouvement. De plus, dans ce second état, la pression, comme on l'a dit tout à l'heure, n'est pas non plus la même dans les différentes parties de la surface, à raison des condensations ou dilatations qui accompagnent le mouvement. Or, l'effet unique de cette autre variation de pression est de produire une nouvelle diminution de la pesan-

teur du pendule, qui s'ajoute à la première, et dont la grandeur dépend de la forme de ce corps. »

Dans l'hypothèse de Poisson, les molécules du fluide qui sont en contact avec le pendule en mouvement ou avec les parois fixes qui emprisonnent le fluide demeurent en contact avec ces surfaces mobiles ou immobiles pendant toute la durée du mouvement, et ne font que glisser sur elles sans s'en détacher. Il admet alors qu'en outre des pressions normales le pendule reçoit de la part du fluide environnant des actions tangentielles provenant du frottement qui résulte de ce glissement. Et c'est ce frottement seul qui engendre la diminution progressive de l'amplitude.

Mais il faut bien remarquer que l'existence d'un pareil frottement est absolument contraire à la théorie ordinaire de l'Hydrodynamique et, par conséquent, en contradiction avec les équations mêmes du mouvement d'où est parti Poisson. S'il existait un tel frottement entre le solide et le fluide, il aurait pour effet d'immobiliser sur les parois, ou de fixer sur la surface du pendule, une très mince couche de fluide qui glisserait *sans frottement* dans le milieu, puisqu'on n'admet pas de *frottement intérieur* de ce fluide. Cette couche n'augmente pas d'une façon appréciable la masse mise en mouvement. Le frottement admis par Poisson n'exerce donc aucune action sensible sur le pendule, et ne peut servir à rendre compte de la diminution d'amplitude : le pendule a donc une amplitude constante.

La solution des équations de Poisson serait trop compliquée dans le cas d'une forme quelconque du pendule; il suppose donc que ce corps soit une sphère traversée par l'axe de rotation ou attachée à cet axe par un fil assez mince pour qu'on puisse négliger l'action de l'air sur cette partie, et n'avoir égard qu'à l'action de ce fluide sur la sphère.

Dans ce cas, le mouvement se propagera dans le fluide, dans toutes les directions autour du pendule, avec une vitesse constante a égale à la vitesse de propagation du son. Il consistera pour chaque molécule en deux sortes de vibrations : les unes seront très rapides, la durée de chaque vibration entière étant égale à $\frac{\pi c}{a}$, c étant le rayon de la sphère. Elles produiraient un son très aigu; mais elles ne seront pas sensibles à l'oreille, à cause

que leurs amplitudes et les vitesses des molécules décroîtront avec une très grande rapidité. La durée de chacune des autres vibrations sera la même que celle des oscillations du pendule, et elles décroîtront successivement, suivant la même loi que ces oscillations. Elles seront trop lentes pour produire un son appréciable.

Quant au mouvement du pendule de Borda, Poisson trouve qu'il est celui d'un pendule simple de longueur λ, donné par la formule

$$\lambda = \frac{i^2 + s^2 + \frac{1}{2}\frac{m'}{m}s^2}{s\left(1 - \frac{m'}{m}\right)},$$

dont la comparaison à la formule de Bessel montre (i étant très petit par rapport à s) que $k = \frac{1}{2}$, valeur plus faible que celles qu'avaient données les expériences.

Poisson trouve enfin que l'effet de l'emprisonnement de l'air dans la boîte du pendule n'exerce aucune réaction sur le mouvement du pendule.

Bessel, en faisant osciller des boules de cuivre et d'ivoire dans l'air et dans l'eau, n'avait eu d'autre but que de justifier l'introduction de la nouvelle correction et d'en déterminer la valeur pour son pendule. Il avait reconnu cependant l'influence considérable de la figure du corps oscillant. La comparaison directe de la théorie et de l'expérience fut entreprise par Sabine, en 1829, et par Baily, en 1832 : le tome V de ce Recueil contient les Mémoires de ces deux savants. Leurs expériences ont mis en évidence des faits absolument inattendus.

1° La valeur du coefficient k (ou $n = 1 + k$) ne dépend pas de la densité ni de la nature du corps oscillant, mais de sa forme et de ses dimensions. L'influence du fluide sur le mouvement d'une sphère augmente à mesure que son diamètre diminue. Il en est de même pour un cylindre oscillant autour d'une droite perpendiculaire à son axe : le coefficient n peut, dans ce cas, atteindre la valeur 7. Le fil fin du pendule de Borda a donc une influence considérable.

2° Le milieu fluide, tant qu'il conserve la même nature, agit proportionnellement à sa densité; mais, quand on change de mi-

lieu, il se manifeste une action spécifique propre à chaque fluide et sans rapport avec sa densité. C'est ainsi que l'hydrogène exerce une influence proportionnellement bien plus considérable que celle de l'air.

3° La forme et les dimensions de la boîte dans laquelle est renfermé le pendule influent, d'une façon marquée, sur la durée de ses oscillations.

La théorie mathématique de Poisson ne rend pas compte de ces faits; en particulier, elle est impuissante à expliquer le décroissement progressif de l'amplitude des oscillations. C'est à M. Stokes que nous devons la théorie complète des effets de la résistance des fluides. Il faut admettre l'existence dans ces milieux d'un *frottement intérieur* (¹), qui se manifeste par ce fait que, dans un fluide en mouvement, les pressions ne sont plus normales aux surfaces, ni égales dans toutes les directions. Cette considération, introduite dans les équations générales de l'Hydrodynamique, a permis à M. Stokes de calculer, dans quelques cas spéciaux, en particulier pour une sphère et un cylindre, l'effet dû à la résistance du milieu. Dans les deux cas, l'action qui naît de la présence du milieu dans lequel se meut le pendule se compose de deux parties : l'une qui altère la durée de l'oscillation, sans influencer l'amplitude, et qui peut être considérée comme l'effet d'une certaine masse d'air attachée au centre du pendule, dont

(¹) L'existence de ce frottement intérieur est prouvée, comme le remarque M. Stokes [*On some cases of fluid motion* (*Cambridge Phil. Trans.*, 8, p. 105. — *Math. and Phys. Papers*, 1, p. 17)], par une expérience journalière. Un fluide, placé dans un vase auquel on imprime un mouvement de rotation autour d'un axe, finit par prendre le mouvement de ce vase et revient tout entier au repos lorsqu'on arrête le vase. Cela a lieu pour les gaz aussi bien que pour les liquides. Cette communication de mouvement ou cet arrêt est incompréhensible s'il n'y a pas de frottement des diverses couches du fluide les unes sur les autres.

Cette propriété ne doit pas être confondue d'ailleurs avec la *viscosité*, bien qu'*en général* les fluides visqueux soient ceux qui exercent le frottement intérieur le plus grand. La viscosité est la propriété qu'ont les fluides de résister à des tractions qui tendent à les diviser. Elle existe aussi bien à l'état d'équilibre que pendant les déformations du fluide, et n'empêche pas les pressions d'être constamment égales et normales sur les éléments plans qu'elles sollicitent. Le frottement intérieur, résultant des pressions obliques ou inégales suivant les différents sens, n'existe que lorsque le fluide se déforme avec une vitesse sensible et se manifeste dans tous les fluides, même gazeux, dans lesquels on ne peut soupçonner la moindre trace de viscosité.

elle augmente l'inertie sans en altérer le poids; l'autre qui n'agit que sur l'amplitude et la fait constamment décroître. Les résultats calculés par M. Stokes, pour quelques-unes des expériences de Baily, sont en parfait accord avec ceux de l'observation directe. Le Mémoire de M. Stokes est inséré en entier dans le tome V de ce Recueil.

L'idée de du Buat et de Bessel, relative à l'accroissement de la durée d'oscillation dans l'air, se trouve donc vérifiée : c'est bien l'entraînement de l'air qui est la cause de ce retard, et il est dû au frottement intérieur du fluide. De plus, la résistance qui produit la diminution d'amplitude reçoit, pour la première fois, une interprétation théorique. L'*indice du frottement intérieur* devient, suivant la remarque de Sabine, une nouvelle caractéristique des fluides, au même titre que leurs autres propriétés physiques et chimiques, et le pendule s'offre au physicien comme l'appareil le plus propre à sa détermination. Parmi les nombreux travaux entrepris depuis une trentaine d'années dans cette voie nouvelle, j'ai cité, dans la *Bibliographie,* ceux qui se rattachent immédiatement à la théorie et à l'application du pendule.

J'ai suivi, jusqu'à son complet achèvement, le développement de la nouvelle théorie de la réduction au vide, fondée sur les expériences de du Buat et de Bessel. Je reviens maintenant à l'influence que ces idées devaient exercer sur le mode d'observation du pendule. La détermination de la correction du pendule à boule suspendue par un fil fin devient un problème extrêmement compliqué, beaucoup plus même que ne l'avait soupçonné Bessel. Il ne suffit pas de comparer deux pendules de même forme, mais de masses très différentes, pour pouvoir éliminer cette correction : le fil lui-même semble avoir, d'après les expériences de Baily et les calculs de M. Stokes, une influence d'autant plus grande qu'il est plus fin, et l'on ne voit pas de moyen de la déterminer. Le pendule quasi simple est devenu, en réalité, un appareil d'une complication presque inextricable.

Mais ce n'est pas tout. L'ancien mode de suspension par une pince laissait des doutes sur la position du point autour duquel oscille le pendule et, par conséquent, sur la longueur de ce pendule. Or le couteau, substitué à cette suspension en vue d'éliminer

cette cause d'erreur, en introduit une à son tour, à peu près du même ordre. Laplace, en étudiant le pendule de Borda (1816), a mis le premier en évidence l'influence de la forme de l'arête du couteau sur la longueur vraie du pendule. L'arête n'est pas un tranchant géométrique déterminé par l'intersection des deux faces latérales du couteau : c'est une surface cylindrique qui, dans le mouvement, roule sur le plan qui lui sert de support; le centre du mouvement est plus ou moins relevé au-dessus de ce plan, et il change à chaque instant de position si le cylindre n'est pas à base circulaire. De là une influence sur la durée de l'oscillation, qui peut devenir fort considérable, comme l'ont montré les nombreuses expériences de Bessel (*voir* p. 190 de ce Volume), lorsque, par un défaut dans la taille ou par suite de l'usure, le tranchant du couteau est un peu émoussé, de sorte que Bessel a pu dire que, dans l'état actuel de nos connaissances, il n'est pas possible de mesurer la longueur du pendule à secondes avec un pendule à fil suspendu à un couteau. Le pendule de Borda étant ainsi condamné, il fallut recourir à un autre procédé.

De Prony avait fait ressortir, dès 1792, les avantages que présenterait un pendule matériel formé d'une pièce métallique rigide, de grande masse, oscillant sur plusieurs axes parallèles : longue durée d'oscillation qui pourrait aller à un jour entier et éliminerait l'erreur provenant des irrégularités de marche de l'horloge sur laquelle on mesure le temps (1); conservation indéfinie de l'appareil; mesure de la distance des axes de suspension et, par suite, de la longueur du pendule simple synchrone, par les procédés ordinaires qu'on applique aux étalons de mesure linéaire à bouts. Dédaigné en France par les partisans enthousiastes du pendule de Borda, le pendule de Prony, bien qu'incomplètement connu à l'étranger, y avait attiré l'attention des savants, comme le prouve la lettre de Pasquich au baron de Zach (*Bibliographie*, 1805). Mais il fallait le réaliser, en le mettant à l'abri des erreurs provenant de l'influence de l'air et de la forme des couteaux.

Le pendule de Kater était loin de satisfaire à ces conditions.

(1) Cette cause d'erreur est peut-être la plus grave qui se rencontre dans les expériences de Bessel.

Dyssymétrique dans sa forme extérieure, il subit de la part du milieu fluide des actions différentes dans ses deux positions, de sorte que, comme l'a montré Poisson dans son Mémoire de 1831 (p. 560), réglé pour avoir la même durée d'oscillation dans l'air sur les deux couteaux, il n'est plus réglé dans le vide; la distance des couteaux ne représente donc pas la longueur du pendule simple synchrone. Les deux couteaux n'ont pas nécessairement des arêtes identiques, d'où une influence inégale sur les durées d'oscillation qui rend encore illusoire le réglage empirique de Kater.

Le pendule réversible de Bohnenberger était de forme beaucoup plus simple. Dépourvu de moyens de réglage et, par suite, plus stable, il pouvait néanmoins, par une combinaison convenable des expériences jointe à la détermination de son centre de gravité, donner la longueur du pendule simple. C'est ce qu'avait vu Bohnenberger, et Gauss mit mieux encore en évidence cette importante propriété dans une lettre à Schumacher, du 18 novembre 1824.

Mais l'ensemble des conditions que devait remplir le pendule réversible ne fut établi que par Bessel, dans son grand Mémoire de 1827 (*voir* p. 218 de ce Volume), puis dans une Note intitulée : *Construction d'un pendule symétrique à axes réciproques,* 1849 (*voir* Tome V de ce Recueil). La symétrie de sa forme par rapport aux deux couteaux est obtenue par l'emploi de deux lentilles cylindriques extérieurement égales, l'une pleine et l'autre vide; elle élimine l'influence totale de l'air, de sorte que la durée des oscillations sur les deux couteaux, si elle est la même dans l'air, reste encore la même dans le vide. L'échange des couteaux, condition toute nouvelle introduite par Bessel, fait disparaître l'influence de la forme de leurs arêtes.

Le pendule de Bessel, construit par Repsold, fut employé pour la première fois à Genève par E. Plantamour (1866). L'Association géodésique internationale en adopta l'emploi en 1867, et de nombreuses applications en ont été faites, depuis cette époque, en Amérique, aux Indes et dans les divers pays de l'Europe. Mais par quelle étrange aberration fut-on amené à donner pour support à ce lourd pendule un frêle trépied formé de minces tubes de laiton, quand, pour des pendules autrement légers, Borda, Kater et Bessel

avaient eu la précaution de fixer les plans de suspension à des murs d'une solidité à toute épreuve? Le lecteur, curieux de suivre les longues discussions auxquelles a donné naissance ce défaut capital du pendule de Repsold, en trouvera l'histoire détaillée dans les *Procès-Verbaux* de la Conférence géodésique internationale à partir de l'année 1875. Comment on est parvenu à s'en affranchir, et comment doivent être aujourd'hui conduites les déterminations absolues de la pesanteur, je suis dispensé de le dire ici, par la publication du beau Mémoire que M. le capitaine Defforges a communiqué à la Société de Physique le 2 mars 1888 (voir *Bulletin des Séances,* p. 95, et *Journal de Physique,* t. VIII, p. 239).

Il est cependant un point sur l'histoire duquel je dois appeler l'attention. Je veux parler du curieux phénomène signalé par Kater dans la mesure de la distance des couteaux à l'aide de microscopes micrométriques. Les arêtes des couteaux étaient vues d'abord dans les microscopes comme des objets noirs nettement définis sur un fond blanc. Pendant qu'elles bissectaient la croisée des fils des microscopes, on glissa au-dessous des morceaux de papier noir : immédiatement les couteaux semblèrent s'élancer l'un vers l'autre, les images restant parfaitement nettes et bien définies (p. 96 de ce Volume).

Kater ne chercha pas l'explication de ce déplacement des images et se contenta de prendre la moyenne des deux mesures pour valeur exacte de la distance des arêtes. L'irradiation, ce phénomène étrange dont on a tant abusé pour expliquer des observations le plus souvent mal contrôlées, fournissait, pensa-t-on longtemps, l'explication désirée : l'image d'un objet s'élargissant quand il est vu brillant sur fond obscur, se rétrécissant d'autant quand il est vu obscur sur fond clair, le procédé de Kater se trouvait justifié. Puis on crut voir là une erreur personnelle, dont l'observateur finissait par s'affranchir par un long exercice : « Pour éliminer l'erreur due à l'observation, il faut mesurer les pendules dans les deux conditions, car les mesures « couteaux noirs » ont une tendance à faire voir le pendule plus long que les mesures « couteaux brillants ».... La différence entre les deux mesures était de 0,007 lignes dans les premières opérations du capitaine Heaviside à Dehra, mais elle diminua graduellement avec la pratique et, à une

certaine époque, elle devint même de sens opposé » (*Account of Operations of the great trigonometrical Survey of India,* t. V, 1879, p. 220).

L'explication vraie du phénomène a été donnée en 1883 d'abord par M. le capitaine Defforges, puis indépendamment par Th. Oppolzer [voir *Association géodésique internationale,* Rapport général pour 1883; et Defforges, *Sur l'intensité absolue de la pesanteur* (*Bulletin des séances de la Société de Physique,* janvier-mars 1888, p. 142)]. Lorsque le couteau est vu brillant sur fond sombre, lorsque par conséquent la face latérale plane de ce couteau renvoie la lumière dans le microscope, le cylindre de l'arête, en raison de sa courbure, réfléchit la lumière dans une autre direction et paraît sombre comme le champ lui-même, avec lequel il se confond : la distance des couteaux est donc augmentée de la somme des flèches des arêtes cylindriques. Si au contraire le couteau est vu sombre sur champ éclairé, la limite de l'image noire est bien la génératrice inférieure de l'arête; c'est donc la distance ainsi mesurée qu'il faut seule employer. En variant convenablement l'éclairage, on peut arriver à mesurer et la flèche et la corde de la section du cylindre qui forme le tranchant des couteaux.

L'une des applications les plus importantes de l'observation du pendule est celle que Newton en a faite à la démonstration d'une des lois fondamentales de l'attraction, la proportionnalité du poids d'un corps à sa masse. J'ai reproduit dans la Bibliographie (1686) le texte de l'exposé que donne Newton de ses expériences sur la durée d'oscillation de pendules de même longueur et de même figure extérieure, formés de matières très diverses (¹). Dans ces expériences, Newton s'est attaché à obtenir la forme de pendule la plus simple, de manière à rendre égales toutes les corrections qui pourraient être apportées aux résultats et à en affranchir par conséquent ces résultats. L'égalité de durée d'oscillation dans l'air de pendules extérieurement identiques entraînait pour lui l'égalité de durée d'oscillation dans le vide. Mais il faut remarquer avec Bessel

---

(¹) L'expérience du tube de Newton, destinée à montrer l'égalité de vitesse de chute des corps dans le vide, apparaît pour la première fois dans la troisième édition de la *Philosophie naturelle* (1726).

que l'identité de longueur des deux pendules de Newton n'est pas rouv ée et ne peut être vérifiée; de sorte que l'égalité de durée peut n'être exacte qu'à $\frac{1}{1000}$ près de sa valeur. Avec Poisson, il faut remarquer encore que l'égalité des corrections résultant de la présence de l'air n'entraîne pas l'égalité de durée des oscillations dans le vide, et qu'au contraire les expériences de Bessel, en montrant qu'une boule de cuivre et une boule d'ivoire, oscillant dans les mêmes conditions dans l'air, ne font pas en réalité leurs oscillations dans le même temps, permettent de douter si ces oscillations sont réellement isochrones dans le vide, tant que la légitimité de la correction introduite par Bessel n'est pas rigoureusement démontrée. « La différence entre ces durées, dit Poisson (*Mémoire sur le mouvement simultané d'un pendule et de l'air environnant*, 1831, p. 523), pourrait s'expliquer en attribuant à la pesanteur une action inégale sur l'ivoire et le cuivre. A l'époque où Newton fit connaître les lois de la gravitation universelle, il eut soin de constater, par des expériences faites avec toute l'exactitude qu'il y pouvait mettre, l'égale durée des oscillations réduites au vide (¹), sur des corps de même forme et de matières différentes. Mais, vu le degré de précision qu'on apporte maintenant dans ce genre d'observations, il serait permis de croire que les expériences de M. Bessel auraient rendu sensible une différence qui avait échappé à Newton. »

Pour ces motifs, de nouvelles expériences étaient nécessaires. Elles furent exécutées par Bessel à la suite de ses recherches sur la longueur du pendule simple; j'ai inséré dans le Tome V de ce Recueil le Mémoire capital de ce grand astronome, intitulé : *Recherches sur la force avec laquelle la Terre attire les corps de différente nature* (1830). Les mêmes motifs rendraient certainement très intéressante la reprise de ces expériences avec les méthodes plus parfaites encore que nous possédons aujourd'hui.

Les premiers observateurs considéraient la longueur du pendule à secondes comme invariable dans les différents lieux. Telle fut d'abord l'opinion de Huygens, de l'abbé Picard, de l'abbé Mou-

(¹) Poisson est ici en erreur, Newton ne fait subir aucune réduction aux résultats de ses expériences.

ton ; et elle sembla vérifiée par l'identité des résultats obtenus par le second de ces observateurs depuis Cette et Bayonne jusqu'à Uranibourg en Danemark. Aussi proposèrent-ils tous de fonder le système des mesures de longueur sur cette longueur du pendule. Lorsqu'en 1682 il fallut changer la hauteur du gnomon de l'Observatoire, qu'on avait placé d'abord trop haut, les Académiciens eurent la pensée de le mettre à une hauteur qui serait égale à dix fois la longueur du pendule de Picard et de graduer la méridienne également en pendules ([1]). Très malheureusement, ce projet, qui eût assuré la conservation du pendule et de la toise de Picard, ne fut pas exécuté sur-le-champ ; et, lorsque Jacques Cassini mit, en 1732, cette méridienne dans l'état où nous la possédons aujourd'hui, il ne tint aucun compte de la décision antérieure de l'Académie, prise à une époque où il n'avait encore que cinq ans, et qui lui était certainement inconnue.

La Condamine (1747) proposa de nouveau la longueur du pendule équinoxial, ou du pendule sous l'équateur, comme unité de longueur. Brisson et le P. Cotes firent une proposition semblable à l'Académie, lorsqu'il fut question de choisir dans la nature la base du nouveau système de poids et mesures. Le système anglais, établi par l'acte du Parlement du 17 juin 1824, repose indirectement sur la longueur du pendule à Londres, mesurée par le capitaine Kater. Cependant on n'a jamais admis le pendule comme unité de longueur; les motifs de ce rejet étaient, aux yeux des Commissaires de l'Académie (1791) : 1° que cette longueur repose sur l'adoption d'une unité tout à fait arbitraire, la seconde de temps; 2° que son adoption fait intervenir dans la détermination de l'unité de longueur deux considérations qui lui sont étrangères, celle du temps et celle de l'intensité de la pesanteur.

Le premier de ces motifs a peu de valeur et est d'ailleurs éliminé par les Commissaires eux-mêmes. De même que la véritable unité, dans l'esprit des fondateurs du système métrique, est la distance du pôle à l'équateur, de même on pourrait dire que l'unité, dans le système du pendule, est la longueur du pendule idéal qui ferait une oscillation en un jour sidéral (ou en un jour moyen), intervalle de temps tout à fait naturel, au moins aussi invariable

([1]) *Procès-Verbal* de la séance du dernier samedi de février 1682.

que la longueur du méridien et plus facile à obtenir à un haut degré d'approximation. L'unité réelle est ensuite une fraction arbitraire, $\frac{1}{86400^2}$, de cette longueur totale, tout comme le mètre est une fraction arbitraire du quart du méridien.

La deuxième raison a une valeur réelle au point de vue philosophique, et elle explique pourquoi on n'a jamais adopté l'unité proposée par Picard. La connaissance plus parfaite que nous avons aujourd'hui des difficultés considérables que présente la détermination de la longueur du pendule ne permettrait pas de songer à cette unité, si l'on avait à choisir un nouveau système de mesure.

La première preuve de la variation de la gravité dans les différents lieux est due à Richer. L'observation de Richer ne fut pas, comme semblent le dire quelques Traités de Physique, le résultat du hasard, et de la nécessité où cet astronome se serait trouvé de raccourcir le balancier de son horloge pour la régler à Cayenne sur le temps moyen. L'expérience du pendule à secondes faisait partie du programme tracé à Richer par l'Académie des Sciences, et elle fut faite par la méthode de l'abbé Picard. (Voir *Bibliographie*, Richer, 1672).

Mais plusieurs astronomes ne voulurent voir dans cette différence de la mesure du pendule en France et dans les pays chauds qu'un effet de la dilatation des règles de fer employées à cette mesure. C'est l'opinion formelle de de la Hire, et elle perce aussi dans les instructions rédigées par J.-D. Cassini (1681) pour l'usage des observateurs que l'Académie envoya les années suivantes en Afrique, en Amérique et en Asie pour déterminer les positions géographiques d'un grand nombre de points du globe et en même temps la longueur du pendule à secondes [1]. La question fut tranchée

---

[1] Voici ce que dit sur ce sujet Fontenelle, en 1733, dans l'*Histoire de l'Académie*, t. I, p. 177; année 1674 :

« Cette différence de la longueur du pendule de Paris à celle du Pendule de Caïenne, quoiqu'elle ne soit que de $\frac{1}{140}$, ne peut pas être négligée.... Ainsi il faut renoncer à l'idée flatteuse d'une mesure universelle, et se réduire à avoir, du moins pour chaque Païs, par le moyen de ce même pendule à secondes, une mesure perpétuelle et invariable.

» Toutefois, ce serait une témérité de rien établir encore sur toute cette matière; et c'est une espèce de précipitation de chercher des sistèmes physiques, pour expliquer comment les corps pèsent moins sous l'Équateur que sous les

par les résultats qu'obtinrent Varin, Des Hayes et De Glos en Afrique et en Amérique (1682 à 1700), Couplet à Lisbonne et Paraïba (1698), le P. Feuillée en Amérique (1704-1706), les Jésuites missionnaires à Siam (1686), de Chazelles en Égypte (1694). Tous ces observateurs employaient le pendule simple de Picard. Halley, de son côté, constatait qu'à Sainte-Hélène il lui fallait raccourcir le balancier de son horloge pour la régler au temps moyen.

A la même époque, Newton et Huygens établissaient la liaison de cette variation du pendule avec la forme et le mouvement de rotation de la Terre (Newton, *Philosophiæ naturalis Principia mathematica,* 1686, *Liber tertius,* Prop. XX, prob. III. — Huygens, *De gravitatis causa,* 2ᵉ édition; Leyde, 1691). J'ai donné dans la *Bibliographie* la série des travaux des géomètres sur le développement de cette notion fondamentale et son application à la détermination de la forme de la Terre. Mais, comme je l'ai déjà fait remarquer, ce sujet est du ressort de la Géodésie, bien plus que celui de la Physique; je n'ai donc pas à m'y arrêter. Je dois dire seulement quelques mots des diverses formes sous lesquelles le pendule a été employé à la mesure de l'intensité de la pesanteur en différents lieux.

La variation des horloges à pendule lorsqu'on les transportait d'un lieu dans un autre fit naître l'idée d'appliquer ces instruments à la mesure de la gravité relative. Un balancier, invariable de forme, était lié par un échappement à un rouage destiné à compter le nombre de ses oscillations dans un temps donné. Telle était la machine de Graham, qui fut employée par lui-même et par Campbell à Londres et à la Jamaïque (1731-1732), puis par Godin dans son voyage au Pérou, par Maupertuis en Laponie, par Grischow (1757-1758) et Roumovsky (1771), par Lyons au Spitzberg (1773) et, chose singulière, encore par Sabine, de 1818 à 1820, pendant les voyages de Parry et de James Ross à la recherche du passage du Nord-Ouest.

On avait cependant reconnu que le rouage chargé d'enregistrer

---

Pôles; et par conséquent pourquoi un pendule dans l'Isle de Caïenne tiré de son point de repos y redescend plus lentement qu'à Paris, et doit être accourci pour descendre aussi vite. Il est quelquefois à craindre que l'on ne trouve de bonnes raisons de ce qui n'est point. »

les oscillations du pendule et de lui restituer son mouvement exerce une influence très marquée, et en même temps très variable, sur la durée de ces oscillations. Aussi Bouguer et La Condamine employèrent-ils un pendule invariable entièrement libre, mais dont la masse était tellement considérable que ses oscillations pouvaient se prolonger pendant une journée entière (La Condamine, *Journal du voyage à l'Équateur*, p. 165; Bouguer, *Lettre à Réaumur*, 1735). Le pendule de La Condamine fut expérimenté plus tard à Rome par lui-même et par les PP. Boscowich et Maire (1755), puis par Mallet (1769), et enfin fut emporté par Dagelet, en 1785, dans le voyage de La Pérouse.

Presque toutes les expéditions de la fin du siècle dernier et de la première moitié de celui-ci pour l'observation du pendule furent faites à l'aide de pendules invariables du modèle de La Condamine, ou de Kater ou de Freycinet; et le pendule invariable est encore avantageusement employé aujourd'hui dans le même but ([1]). On avait pour ainsi dire séparé en deux parties la machine de Graham : le pendule libre oscillait sur un support aussi fixe que possible, et l'on mettait et l'on entretenait d'accord avec lui pendant plusieurs heures le balancier d'un compteur, qui enregistrait ainsi le nombre d'oscillations pendant un temps mesuré par des chronomètres ou par une horloge de temps moyen. C'est la méthode qu'employèrent de Freycinet et Duperrey.

De telles observations ne nécessitent d'autres corrections que la réduction à l'amplitude infiniment petite et celles qui résultent des données météorologiques. Ce serait donc un excellent moyen de comparer l'intensité de la pesanteur en différents lieux, si l'on était assuré que le pendule est resté réellement identique à lui-même pendant toute la durée du voyage. La seule preuve que l'on

([1]) Malaspina, 1789-94; Arago, Biot et de Humboldt, 1817-18; Gauttier, 1818; Kater, 1818-19; de Freycinet, 1818-20; Von Müffling et Arago, 1818; Goldingham, Lawrence et Robinson, 1821; Brisbane, Rümker et Dunlop, 1821-22; Sabine, 1821-24; Foster, 1822-23; Duperrey, 1822-25; Von Müffling, 1823-24; Kotzebue, 1823-26; Foster, 1824-25; Fallows, 1825-30; Bessel, Anger et Ermann, 1826; Von Lütke, 1826-29; Sabine, 1827-29; Foster, 1828-31; Parrott, 1829-33; Lloyd, 1833; Wilkes, 1837; Murphy, 1840; Maclear, 1840; Petit, 1840; Ross, 1840-42; Hayes, 1860; Heaviside, 1871-75; major J. Herschel, 1881; Von Sterneck, 1883-85. Sur l'histoire de ces divers pendules, consulter J. Herschel : *Notes for a history of the use of invariable pendulums* [*Great Trigonometrical Survey of India*, vol. V, 1879 (*Appendix*, n° 2)].

en puisse avoir est l'identité du nombre des oscillations en un même lieu, avant le départ et après le retour. Les expériences de Bessel, en mettant en évidence l'influence considérable de la forme de l'arête du couteau, ont considérablement discrédité aujourd'hui l'emploi du pendule invariable à un seul axe. Mais un pendule de forme symétrique, à axes réciproques, dont les couteaux peuvent être échangés à chaque station, porte en lui-même le moyen de démontrer la permanence de ses qualités; un tel pendule semble être, sous la forme très élégante que lui a donnée le capitaine (aujourd'hui commandant) Defforges, le meilleur instrument pour la détermination du rapport de la gravité en différents lieux.

Des observations du pendule, soit absolues, soit relatives, ont toujours accompagné les déterminations géodésiques des arcs de méridien ou de parallèle, et la plupart des expéditions de découvertes maritimes. Le nombre de ces observations est donc aujourd'hui très considérable. La première Table des longueurs observées du pendule a été donnée par de Brémond (1740) dans sa traduction française des *Transactions philosophiques,* à la suite du Mémoire de Campbell; elle est accompagnée d'une carte des lieux d'observation dressée par Buache et comprend déjà 44 observations du pendule.

Lulofs en a donné une autre dans son *Introduction à l'étude du globe terrestre* (1750). L'*Encyclopédie,* à l'Article *Figure de la Terre* (d'Alembert, 1756) contient un tableau des longueurs du pendule, corrigées, pour la première fois, de l'influence de l'air. La 3e édition de l'*Astronomie de Lalande* donne aussi un semblable tableau dans lequel, ainsi que je l'ai déjà dit, les nombres seuls de Bouguer ont reçu cette correction. Saigey a résumé un très grand nombre d'observations, d'abord dans le *Bulletin de Férussac* (1827), puis dans les *Annales des Sciences d'observation* (1829), et enfin dans son excellente *Petite Physique du globe,* publiée en 1842. Dans ce dernier Recueil, il applique à toutes les observations la réduction complète au vide, en employant indifféremment, pour tous les pendules, la valeur 2 du coefficient k. Baily, à la fin de son *Rapport à la Société Royale Astronomique sur les observations de Foster,* donne un résumé

général des expériences faites jusqu'alors avec les pendules invariables. Une des Tables les plus complètes est celle que Van Galen a jointe à sa thèse inaugurale sur le pendule (1830). Pouillet, dans la 6ᵉ édition (1853) de son *Traité de Physique,* donne un tableau de 80 observations qu'il a reliées par une formule.

Plus récemment, les observations du pendule ont été résumées : 1° dans le Rapport général pour 1875 de l'Association géodésique internationale; 2° en 1876 par Fischer dans le tome LXXXVIII des *Astronomische Nachrichten*, avec une carte des lieux d'observation; 3° par Sir John Herschel qui, sous le titre : *Synopsis of Pendulum,* a donné l'ensemble des observations faites de 1673 à 1874 dans le Vᵉ Volume (1879) du *Great trigonometrical Survey of India;* 4° par Ch. Peirce, dans l'Appendice XV du *Coast and geodetic Survey of United States, Report of* 1881, où l'on trouve toutes les déterminations récentes de la longueur du pendule; 5° enfin par M. Helmert (*Die Theorieen der Höheren Geodäsie,* t. II, p. 191 à 222).

Beaucoup de géomètres ont cherché à représenter par une formule l'ensemble de ces observations. C'est à la théorie qu'il faut en demander la forme, ainsi que la liaison de la variation de la longueur du pendule ou de l'intensité de la pesanteur avec l'aplatissement du globe de la Terre. Newton, supposant le sphéroïde terrestre homogène, établit que « incrementum ponderis pergendo ab Æquatore ad Polos sit quam proxime ut sinus versus latitudinis duplicatæ; vel quod perinde est, ut quadratum sinus recti latitudinis.... Gravitas ad polum sit ad gravitatem sub Æquatore ut 230 ad 229, et excessus gravitatis ad Polum ad gravitatem sub Æquatore ut 1 ad 229. » (*Philosophiæ naturalis Principia mathematica,* Liber tertius, Prop. XX, Prob. IV.). Dans l'hypothèse de l'homogénéité, ce dernier rapport représente l'aplatissement du globe. Les longueurs des pendules qui oscillent dans le même temps, une seconde de temps moyen, étant proportionnelles à la gravité, la loi de Newton donne les deux formules

$$l_\varphi = l_0\ (1 + m \sin^2\varphi),$$
$$l_\varphi = l_{45}(1 - m' \cos 2\varphi),$$

dans lesquelles l_0 est la longueur du pendule à secondes à l'équa-

teur, l_{45} la longueur à la latitude de 45°, et l_φ la longueur sous la latitude φ; $m' = \frac{\frac{1}{2}m}{1+\frac{1}{2}m}$, et m a ici pour valeur $\frac{1}{229} = 0,00437$. Newton, en partant de la longueur du pendule observée à Paris par Picard et corrigée du poids de l'air, a donné dans le même paragraphe une table des longueurs du pendule de l'équateur au pôle.

Clairaut, dans son admirable *Traité de la figure de la Terre,* démontre que la loi du sinus carré de la latitude s'applique encore à un sphéroïde formé de couches homogènes concentriques dont la densité suit une loi quelconque; et de plus, d'après son théorème absolument général, l'accroissement de la gravité ou de la longueur du pendule de l'équateur au pôle a pour expression

$$m = \frac{5}{2}\frac{f}{g_0} - \frac{a-b}{b},$$

f étant l'accélération de la force centrifuge à l'équateur due à la rotation de la Terre, g_0 l'accélération de la pesanteur dans le même lieu, a et b le rayon équatorial et le demi-axe polaire. On peut donc calculer m en partant des données géodésiques déduites de la mesure des arcs de méridiens; ou inversement, de la valeur de m tirée de l'ensemble des observations du pendule, on peut déduire l'aplatissement. Laplace, au Livre III de la *Mécanique céleste,* a établi de nouveau, par une savante analyse, la formule de Clairaut.

Je résume dans le Tableau suivant quelques-unes des valeurs de m, m' et l_0 qui ont été calculées par divers auteurs d'après l'ensemble des observations du pendule connues de leur temps. La longueur l_0 est exprimée en millimètres.

		m.	m'.	l_0.
				mm
Newton	1713	0,0043667	0,0021786	991,352
Maupertuis......	1738	0,0049369	0,0024625	991,076
Laplace	1799	0,005690	0,002838	990,631
Mathieu.........	1816	0,0055174	0,0027511	990,744
Kater (¹)	1819	0,0055585	0,0027717	990,769

(¹) Les expériences de Kater ont donné à Walbecq (1822) $m = 0,0055562$ avec $l_0 = 990,752$.

		$m.$	$m'.$	$l_0.$
				mm
Bowditch	1818	0,0051797	0,0025833	991,000
Biot [1].........	1821	0,0053605	0,0026831	990,902
Sabine..........	1825	0,0051941	0,0025904	990,981
Airy............	1826	0,0051329	0,0025600	991,017
Schmidt (Ed.)...	1829	0,0052004	0,0025935	990,982
Baily............	1834	0,0051449	0,0025659	991,013
Hansteen........	1837	0,0051956	0,0025911	»
Borenius [2].....	1841-42	0,0051624	0,0025745	991,016
Saigey..........	1842	0,0052327	0,0026096	991,072
Pouillet.........	1853	0,0050674	0,0025273	991,026
Von Paucker [2].	1854	0,0052091	0,0025978	991,013
Fischer (Ph.)....	1868	0,0051851	0,0025958	991,011
Listing..........	1878	0,0052015	0,0025940	990,995
Savitch.........	1879	0,0051375	0,0025623	991,031
Clarke..........	1880	0,0052286	0,0026075	»
Peirce	1881	0,0052375	0,0026120	990,974
Faye	1881	0,005244	0,002615	991,006
Helmert.	1884	0,005310	0,002648	990,918

Ce Tableau montre qu'on peut, sans erreur trop considérable, adopter pour l_0 la valeur $991^{mm},000$ et prendre m égal à $0,00520$ ou $m' = 0,00259$ [3], de sorte que la longueur du pendule simple, battant la seconde dans le vide à la latitude φ, sera

$$l_\varphi = 991^{mm},000(1 + 0,00520 \sin^2\varphi),$$

ou bien

$$l_\varphi = 993,577(1 - 0,00259 \cos 2\varphi).$$

Si l'on calcule avec ces formules la longueur du pendule à Paris ($\varphi = 48°51'12''$), on trouve $993^{mm},922$. La longueur trouvée par Borda, convenablement corrigée par M. Peirce, est 993,918; et M. Peirce lui-même a trouvé 993,9175. (*U. S. Coast and Geodetic Survey,* 1881; p. 463).

---

(1) Biot, dans les Additions au t. II de son *Traité d'Astronomie physique,* conclut de la comparaison de ses expériences avec celles de Kater que la variation de la gravité ne suit pas la loi du sinus carré de la latitude.

(2) Les formules de Borenius et de Von Paucker sont plus compliquées que celle de Clairaut. Je ne donne ici que le coefficient du premier terme.

(3) Cette valeur de m' est celle que propose M. Broch dans son Mémoire *Sur l'accélération de la pesanteur sous différentes latitudes* (1881). Cependant elle répond à un aplatissement plus fort que celui qui résulte de l'ensemble des mesures géodésiques et des mesures du pendule. La valeur correspondant à $\frac{1}{292}$ est $m = 0,00524$.

La formule de Clairaut suffit à bien représenter l'ensemble des observations du pendule, qui paraissent ainsi très propres à donner la valeur de l'aplatissement de la Terre, préférables même, à cet égard, aux mesures des arcs de méridiens, auxquelles on doit surtout demander les dimensions de notre globe. Cependant le Tableau précédent manifeste entre les résultats donnés par les différents auteurs des divergences notables : si même nous laissons de côté les deux premiers nombres, nous y voyons la valeur de m varier de 0,00513 à 0,00569, ce qui correspond à une variation de l'aplatissement de $\frac{1}{282}$ à $\frac{1}{336}$. De plus, on ne voit pas s'établir peu à peu dans ces résultats, obtenus à des époques très différentes, la convergence vers une même valeur idéale, qui devrait cependant être le fruit et de la multiplication des expériences et de l'accroissement de leur précision. Les deux derniers résultats sont très significatifs à cet égard : l'un donne pour l'aplatissement $\frac{1}{292}$, l'autre $\frac{1}{299}$; la cause de cette divergence réside tout particulièrement dans le mode de réduction des observations du pendule au niveau de la mer.

La formule indiquée pour cette réduction, dans la plupart des Traités de Physique, ne tient compte que de l'altitude du lieu d'observation. Cependant il semble bien que la masse du terrain sur lequel a été installé l'appareil doit avoir une influence. Bouguer a le premier appelé l'attention sur ce point (1749), et la formule qu'il a donnée ou des formules analogues ont été établies depuis par plusieurs géomètres. [*Voir* la *Bibliographie,* D'ALEMBERT, (1772), YOUNG (1818), LAPLACE (1825), POISSON (1833), STOKES (1849), PRATT et CLARKE (*Géodésie de Clarke,* 1880, p. 349).]

Cependant, après l'application de cette réduction aux observations, il reste encore, entre beaucoup d'entre elles et le calcul, des divergences souvent assez notables. Une des plus frappantes est l'augmentation anormale que présentent les longueurs du pendule observées dans les îles éloignées des continents. Borenius, puis Ph. Fischer ont tenté de l'expliquer par une dénivellation que subirait la surface des mers au voisinage des continents; en raison de l'attraction de ceux-ci, le niveau de la mer s'élèverait considérablement le long des côtes. Par suite, le niveau général des mers serait de beaucoup au-dessous de celui des continents, d'où une augmentation de la pesanteur dans les îles dont le niveau ne

dépasse pas beaucoup celui des océans. Mais il faudrait admettre que cette dénivellation atteint 700 à 800 toises, valeur qui semble dépasser ce que l'on peut vraisemblablement supposer. D'après les recherches de M. de Benazé, l'attraction du Continent américain sur l'Océan Pacifique ne produirait au Callao qu'une différence de cent et quelques mètres (Yvon Villarceau, *Comptes rendus*, t. LXXIII, 1871; p. 824). On consultera utilement sur ce sujet l'analyse critique du travail de Ph. Fischer que M. A. Fischer a insérée dans les *Astronomische Nachrichten* (1876).

M. Faye a donné une explication plus plausible de l'accroissement de la pesanteur au milieu des océans, en faisant remarquer que le refroidissement plus rapide, à égale profondeur, sous les mers que sous les continents, y a amené à l'état solide une plus grande épaisseur de la croûte terrestre. De là, une augmentation de densité des couches sous-jacentes, qui fait plus que compenser la densité moindre de la couche d'eau. Mais, de cette conception très rationnelle, M. Faye déduit une conclusion peut-être un peu hâtive : c'est qu'il n'y aurait pas lieu de tenir compte des grandes inégalités de la couche superficielle du globe dans le calcul des observations du pendule, qu'il n'y aurait donc pas, sauf dans certains cas spéciaux, à faire entrer, dans la réduction au niveau de la mer, d'autre élément que l'altitude (*Cours d'Astronomie de l'École Polytechnique*, 1881, t. I, p. 305).

M. Helmert pense, au contraire, qu'il y a lieu de tenir compte de la masse du terrain sous-jacent, et il a donné, pour en calculer l'effet, une méthode que l'on peut appeler *méthode de condensation* (1).

Je m'éloignerais trop de mon sujet si j'essayais de suivre les développements que M. Helmert a donnés à sa théorie. Il suffit à mon but d'avoir montré la cause de la divergence considérable des résultats auxquels sont arrivés deux éminents géodésiens.

---

(1) M. Helmert appelle *surface de condensation* une surface menée parallèlement à la surface mathématique de la Terre, à une distance déterminée, sur laquelle il condense toute la masse située à l'extérieur, en l'y transportant par projection radiale. Par cette condensation, le potentiel réel de la pesanteur et la pesanteur vraie se transforment en un potentiel et une pesanteur théoriques dont M. Helmert calcule les valeurs (*Die Theorieen der höheren Geodäsie*, 1884, t. II, p. 149 à 190).

J'ajouterai cependant que la valeur de l'aplatissement déduite par M. Helmert des observations du pendule se rapproche beaucoup plus que celles de ses devanciers, et même que celle que le colonel Clarke a tirée des mesures des arcs, de la valeur $\frac{1}{300}$ à laquelle conduisent les données purement astronomiques, valeur qui doit, en raison même de son origine, se trouver débarrassée de toutes les irrégularités locales et représenter mieux, par conséquent, la forme de la Terre prise dans son ensemble.

Mais, en supposant même que l'on parvienne un jour à s'entendre sur le mode de calcul à employer pour la réduction du pendule au niveau de la mer, il restera encore à tenir compte des anomalies locales que présente la longueur du pendule en un grand nombre de stations continentales. L'étude de ces anomalies, qui intéressent le géologue autant que le géomètre, constitue aujourd'hui le principal objet des déterminations de la gravité sur les continents. La forme générale de la Terre est résultée d'abord des mesures du pendule; il reste encore, à ce point de vue, à faire osciller cet admirable instrument dans les hautes latitudes, où les rigueurs de la température et l'absence de terres assez étendues rendent impossibles les mesures purement géodésiques. Il faut ensuite, par des mesures répétées en un grand nombre de stations, déterminer les déviations de cette forme générale et les perturbations locales de la surface elliptique idéale, perturbations qui se répercutent jusque dans les couches de niveau de l'atmosphère et modifient la réfraction. L'Astronomie, la Géodésie et la Géologie sont toutes trois intéressées à l'extension des mesures du pendule.

C. Wolf.

Paris, ce 12 août 1889.

BIBLIOGRAPHIE

DU PENDULE.



BIBLIOGRAPHIE DU PENDULE.

LISTE CHRONOLOGIQUE DES OUVRAGES ET MÉMOIRES RELATIFS A LA THÉORIE ET AUX APPLICATIONS DU PENDULE, PUBLIÉS DEPUIS 1629 JUSQU'A LA FIN DE 1885.

1629. **Galileo Galilei.** — *Dialogo intorno ai due massimi sistemi del mondo, Tolemaico e Copernicano.*

Cet Ouvrage, terminé en 1629, et primitivement destiné à être publié à Rome, où G. avait obtenu dès 1630 les approbations nécessaires, fut édité pour la première fois à Florence en 1632. Il forme le tome premier de l'édition des Œuvres complètes de Galilée publiée par Eugenio Albèri à Florence en 1842.

Les lois principales du mouvement du Pendule s'y trouvent énoncées incidemment (Giornata secunda, p. 249 et 253, et Giornata quarta, p. 487). Elles sont exposées en détail dans l'Ouvrage suivant.

— *Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due nuove Scienze attenenti alla Meccanica ed ai movimenti locali. Altrimenti, Dialoghi delle nuove Scienze.*

La première édition de cet Ouvrage a paru à Leide en 1638, chez les Elzevir. Il forme le tome XIII de l'édition d'Albèri.

P. 87. « Ho preso due palle, una di piombo e una di sughero, quella ben più di cento volte più grave di questa, e ciascheduna di loro attaccata a due sottili spaghetti eguali, lunghi quattro o cinque braccia, legati ad alto; allontanata poi l'una e l'altra palla dallo stato perpendicolare, gli ho dato l'andare nell' istesso momento, ed esse scendendo per le circonferenze di cerchi descritti dagli spaghi, eguali lor semidiametri, e passate oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro; e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate e le tornate, hanno sensatamente mostrato, come la grave va

talmente sotto il tempo della leggera, che nè in ben cento vibrazioni, nè in mille anticipa il tempo d'un minimo momento; ma camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l'operazione del mezzo, il quale, arrecando qualche impedimento al moto, assai più diminuisce le vibrazioni del sughero che quelle del piombo, ma non però che le renda più o meno frequenti; anzi quando gli archi passati dal sughero non fussero più che di cinque o sei gradi, e quei del piombo cinquanta o sessanta, son eglino passati sotto i medesimi tempi. »

P. 88. « Slargato il pendolo del piombo, v. g., cinquanta gradi dal perpendicolo, e di lì lasciato in libertà, scorre, e passando oltre al perpendicolo quasi altri cinquanta, descrive l'arco di quasi cento gradi, e ritornando per sè stesso indietro descrive un altro minore arco, e continuando le sue vibrazioni, dopo gran numero di quelle, si riduce finalmente alla quiete. Ciascheduna di tali vibrazioni si fa sotto tempi eguali, tanto quella di novanta gradi, quanto quella di cinquanta o di venti, di dieci, di quattro; sì che in conseguenza la velocità del mobile vien sempre languendo, poichè sotto tempi eguali va passando successivamente archi sempre minori e minori. »

P. 98-99. « Quanto poi alla proporzione dei tempi delle vibrazioni di mobili pendenti da fila di differente lunghezza, *le replicate sperienze, con le quali ciascuno può soddisfarsi, mi hanno dimostrato che* sono essi tempi in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, o vogliam dire le lunghezze essere in duplicata proporzione dei tempi, cioè son come i quadrati dei tempi *delle singolari vibrazioni, o d'egual numero di vibrazioni;* si che volendo, v. g., che il tempo d'una vibrazione d'un pendolo sia doppio del tempo d'una vibrazione d'un altro, bisogna che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo. Ed allora nel tempo d'una vibrazione di un pendolo, un altro ne farà tre, quando la corda di quello sarà nove volte più lunga dell' altra. Dal che ne seguita che le lunghezze delle corde hanno fra di loro la proporzione *reciproca* che hanno i quadrati de' numeri delle vibrazioni che si fanno nello medesimo tempo. »

Une traduction française des *Discorsi e Dimostrazioni* a paru sous le titre : « Les nouvelles Pensées de Galilée, etc., où, par des inventions merveilleuses et des démonstrations inconnues jusqu'à présent, il est traité de la proportion des mouvements tant naturels que violents, et de tout ce qu'il y a de plus subtil dans les méchaniques et dans la physique ». Paris, chez P. Rocolet, 1639.

D'après un des plus récents historiographes de Galilée, M. An-

tonio Favaro (*Galileo Galilei e lo studio di Padova;* 2 vol. in-8°; Firenze, 1883), la découverte de l'isochronisme des oscillations du pendule aurait été faite peu après 1581, certainement avant 1589. *Voir* page 13 de cet Ouvrage : *Isochronisme des oscillations du pendule et application à la mesure de la fréquence du pouls.*

Quelques auteurs ont prétendu que l'isochronisme des oscillations du Pendule était connu et appliqué à la mesure du temps bien avant Galilée. Bordas-Demoulin, dans son Livre *Le Cartésianisme* (Paris, 1874), dit que Descartes avait aperçu cet isochronisme avant d'avoir connaissance des expériences de Galilée (p. 564, à la fin de la note). La phrase de Descartes : « Les tours et les retours d'une même corde se font tous à peu près en pareil temps, encore qu'ils puissent être beaucoup plus grands les uns que les autres (Lettre du 14 août au P. Mersenne, t. **6**, p. 248, édition Cousin) », se rapporte aux oscillations d'une corde vibrante, question également étudiée par Galilée, mais nullement à celles d'un Pendule. Il est également inexact de dire que Descartes n'a pu feuilleter qu'un manuscrit de Galilée : les Dialogues sur les deux grands systèmes du monde avaient paru en 1632.

D'après une autre indication, l'isochronisme des oscillations du Pendule aurait été connu des astronomes arabes et utilisé par eux pour la mesure du temps. Weidler, dans son *Historia Astronomiæ* (Vitembergæ, 1741, p. 220), cite à ce sujet l'opinion de Edward Bernard, professeur à Oxford, qui avait compulsé les riches manuscrits arabes de la Bibliothèque de l'Université. Dans les *Philosophical Transactions,* **14**, 1684, p. 567, sous le titre : « The longitudes, latitudes, right Ascensions and Declinations of the Cheefest fixt Stars according to the best Observers, in a letter from Edward Bernard to the Rev. Dr Rob. Huntington », on lit : « Quid vero Astronomi Arabum in Cl. Ptolemæo, magno constructore artis cœlestis, injuria nulla reprehenderint : quam illi sollicite temporis minutias, per aquarum guttulas, immanibus sciotheris, imo (mirabere) *fili suspensi vibrationibus*, jampridem distinxerint et mensurarint, ... una epistola narrare non debet. » Bailly, *Histoire de l'Astronomie moderne,* **1**, p. 246; Delambre, *Histoire de l'Astronomie du Moyen-Age*, p. 8; Young (Th.), *Lectures on natural Philosophy and mechanical Arts,* **1**, 1807, p. 191; Laplace, *Précis de l'histoire de l'Astronomie*, 1821, p. 60, et *Exposition du système du monde,* édition de 1836, **2**, p. 417; de Humboldt, *Cosmos,* traduction française, **2**, p. 270 et 536; Sédillot, *Mém. sur les instr. astr. des Arabes* (*Sav. étrangers, Acad. des Inscr. et Belles-Lettres*, **1**, p. 44); Arago, *Astro-*

nomie populaire, **1**, p. 63, ne font que citer le passage d'Ed. Bernard, dont l'assertion ne paraît pas avoir été jamais vérifiée.

J.-J. Becher, dans un Mémoire présenté en 1680 à la Société royale de Londres, qu'il a reproduit à la fin de sa *Physica subterranea*, édition de 1738 (*voir* cette année), attribue (p. 489) à J. Bürgi (Justus Birgius), mécanicien et horloger du Landgrave de Hesse Guillaume IV, puis de l'empereur Rodolphe II, la découverte de l'isochronisme des oscillations du pendule et l'application du pendule aux horloges. Bailly (*Astronomie moderne*, **1**, 1785, p. 373) cite l'opinion de Becher (qu'il appelle Becker) et ajoute : « Cette assertion paraît sans vraisemblance. Birge mériterait moins d'éloges que de blâme d'avoir atteint cette invention, et de l'avoir laissé périr sans fruit et sans publicité ». Le baron de Zach, dans la vie du Landgrave de Hesse (*Monatl. Corresp.*, **12**, 1805, p. 283), reproduit presque textuellement le passage de Bailly. La thèse de Becher a été reprise récemment par M. R. Wolf (*voir* 1657, Huygens, et 1873, R. Wolf) et combattue par Gerland (*voir* 1878).

Sur les droits de Galilée à la découverte de l'application du pendule aux horloges, *voir* 1657, Huygens.

Avant 1635. ***Aggiunti** (Niccolò). — *Un libro de problemi vari geometrici, ecc., e di speculazione e di sperienze fisiche.*

Manuscrit inédit de la bibliothèque grand-ducale de Florence, signalé par Nelli (*Saggio di storia letteraria fiorentina*). On y trouve des observations et expériences sur le Pendule.

1639. (**Anonyme**). — *L'Usage du Quadran ou de l'horloge physique universel sans l'ayde du Soleil ny d'autre lumière, lequel peut servir pour trouver et marquer les longitudes. tant sur la terre que sur la mer, et pour establir les principes des autres sciences. D'où les Philosophes, les Médecins, les Mathématiciens et toutes sortes d'Artisans pourront tirer plusieurs utilitez.* In-8°. Paris, chez Rocolet, 1639.

L'instrument proposé pour mesurer le temps est le Pendule simple, dont l'auteur donne les lois et indique les applications à la Physique, à la Médecine et à l'Astronomie. F. Berthoud, dans son *Histoire de la mesure du temps par les horloges* (2 vol. in-4°, Paris, 1802), donne (Chap. VI, p. 89) les titres des Chapitres de cet Ouvrage. Mais, à l'exemple du P. Alexandre (*Traité général des horloges*, Paris, 1734), il l'attribue par

erreur à Galilée, qui n'en est certainement pas l'auteur. M. Antonio Favaro, que j'ai consulté à ce sujet, a bien voulu me dire qu'« il est impossible que cette brochure, où il s'agit entre autres choses des longitudes, soit de Galilée, qui avait des idées toutes différentes à ce sujet ». M. Favaro explique l'erreur de F. Berthoud par ce fait que l'opuscule en question a été souvent réuni à la suite de « Les nouvelles Pensées de Galilée ... », traduction des *Discorsi e Dimostrazioni matematiche* imprimée aussi la même année chez Rocolet.

1643. **Gassendi** (P.). — *De observata gemina in singulos dies (æstus maris instar) perpendiculorum reciprocatione.* (*P. Gassendi Opera omnia in sex tomos divisa.* 6 vol. in-fol., Lugduni, 1658; tomus quartus, *Astronomica*, p. 520.)

(Post-scriptum d'une Lettre à Gabriel Naudée, sur les neuf étoiles vues autour de Jupiter par le P. de Rheita. Publiée aussi à part. In-4°. Paris, 1643.)

La question de la réciprocation du pendule ou des déviations d'un fil à plomb par l'action du Soleil et de la Lune, soulevée par Calignon de Peyrins, a occupé les savants pendant plus d'un siècle (*voir* Delambre, *Astronomie moderne,* **2**, p. 269). Elle est encore revenue à l'ordre du jour dans ces derniers temps.

1643. **Morin** (J.-B.). — *Alæ telluris fractæ, cum physica demonstratione quod opinio Copernicana de telluris motu sit falsa : et novo conceptu de Oceani fluxu atque refluxu. Adversus clarissimi viri Petri Gassendi libellum de motu impresso a motore translato.* In-4°. Parisiis, 1643.

Caput nonum : *Quo nova experientia, eaque mirabilis de Terræ parvula titubatione, et circa illam nostra censura proponitur*, p. 21. (Objections et expériences contre la réciprocation du Pendule.)

1643. **Caramuel Lobkowitz** (J.). — *Perpendiculorum inconstantia, ab Alexandro Calignonio nobili Delphinate excogitata, a Petro Gassendo bona fide tradita et pulchro commentario exornata, a Joanne Caramuel Lobkowitz examinata et falsa reperta.* In-12. Lovanii, 1643.

1644. **Gassendi** (P.). — *Réponse à la lettre de J. Caramuel.* (*P. Gassendi Opera omnia*, tomus sextus, *Epistolæ*, p. 190.)

1644. **Mersenne** (le P.). — *Cogitata physico-mathematica.* In-4°. Parisiis, 1644.

Phænomena balistica, p. 38. Détermination grossière de la longueur du pendule à secondes, p. 44.

1644. **Caramuel Lobkowitz** (J.). — *Modus mensurandi tempus.* Lettre à Gassendi (juillet 1644). (*Gassendi Opera,* **6**, p. 476.)

C. fait usage du pendule et, pour éviter l'allongement du fil, fait osciller des anneaux et des sphères lestées par un morceau de plomb.

1646. ***Baliani** (G.-B.). — *De motu naturali fluidorum et solidorum.* Genuæ, 1646.

1646. **Mersenne** (Le P.). — Propose aux savants le problème du centre d'oscillation du pendule (centre d'agitation ou de balancement).

1646. **Descartes** (R.). — *Lettre au P. Mersenne sur le centre d'oscillation ou d'agitation,* 22 mars 1646. (*Œuvres*, édition Cousin, **9**, p. 507.)

— *Lettre à M. Cavendish sur le même sujet.* 30 mars 1646. (*Ibid.*, p. 512.)

Roberval (G.-P. de). — *Observation de M. de Roberval sur le sujet de la présente Lettre de M. Descartes à M. Cavendish, où il marque ses fautes.* (*Ibid.*, p. 521.)

Descartes (R.) — *Réponse aux observations de M. de Roberval.* 15 juin 1646. (*Ibid.*, p. 530.)

— *Lettre au P. Mersenne.* 20 avril 1646. (*Ibid.*, p. 550.)

— *Lettre à M. Cavendish.* 15 mai 1646. (*Ibid.*, p. 539.)

— *Lettre au P. Mersenne.* 3 novembre 1646. (*Ibid.*, p. 563.)

— *Lettre à M. Cavendish.* 10 novembre 1646? (*Ibid.*, p. 542.)

— *Lettre au P. Mersenne.* Mars 1647. (*Ibid.*, p. 547.)

1646. **Gassendi** (P.). — *De proportione qua gravia decidentia accelerantur Epistolæ tres;* cum responsionibus R. P. Cazzæi, Soc. Jesu. In-4°. Parisiis, 1646. (*Opera,* **3**, p. 564.)

1647. **Mersenne** (le P.). — *Novarum Observationum Physico-mathematicarum liber tertius.* In-4°. Parisiis, 1647.

Caput IX. De ratione qua gravia motum suum versus terræ centrum descendendo accelerant (p. 111).

Caput X. De novo usu funependuli ad centra percussionum in quibusvis corporibus invenienda (p. 114).

Caput XI. In quo variæ referuntur observationes ad centra percussionum attinentes (p. 117).

Caput XII. De centro percussionis circuli... (p. 120).

Caput XIX. De variis difficultatibus ad funependulum, et casum gravium pertinentibus (p. 152).

1651. **Riccioli** (J.-B.), Soc. Jesu. — *Almagestum novum Astronomiam veterem novamque complectens, observationibus aliorum, et propriis novisque theorematibus, problematibus ac tabulis promotam.....* — 2 vol. in-fol. Bononiæ, 1651.

Pars prior. Liber secundus. Caput XX. *De perpendiculi oscillationibus ad motus alios et tempora mensuranda idoneis, tam in elementis et mixtis, quam in syderibus.* P. 84 : Détermination de la longueur du pendule simple qui bat la seconde sidérale.

P. 91. *Perpendiculi reciprocatio ex motu Terræ falsa.* (Expériences faites avec le P. Grimaldi.)

Appendix ad partem primam. *Causa quiescentis perpendiculi,* p. 730.

Pars posterior. Liber IX. Caput XVI. *Theoremata et problemata de gravium ac levium velocitate et velocitatis incremento, ex nostris experimentis tam in aere, quam in aqua deprompta.* Riccioli cherche à démontrer l'inexactitude des lois de Galilée.

1657. **Huygens** (Chr.). *Horologium.* In-4°. Hagæ Com. 1658. (Invention de l'Horloge à pendule, pour laquelle H. avait pris une patente le 16 juin 1657.)

L'honneur de la première application du Pendule aux hor-

loges a été contesté à Huygens. Dès 1659, il eut à combattre une accusation de plagiat, formulée par les Académiciens de Florence (*Saggi di naturali esperienze fatte nell' Accademia del Cimento*). Mais cette revendication ne s'appuya sur aucune preuve, jusqu'à la publication, en 1793, par Nelli, d'une lettre écrite par Viviani, en 1659. [NELLI, *Vita e Commercio letterarie di Galileo Galilei*, Losanna (Florence), 1793.] Cette lettre est reproduite, avec un Avertissement d'Eug. Albèri, dans les *Opere complete di G. Galilei*, **14**, 1855, p. 339, sous le titre : *Dell' Oriuolo a pendolo. Lettera di Vincenzo Viviani al Principe Leopoldo de Medici, nella quale si discorre della parte che spetta a Galileo nel merito di questa invenzione. Voir* l'histoire de cette Lettre par Biot, *Journal des Savants*. 1858. Viviani y déclare que Galilée, dès 1641, avait conçu le projet d'une horloge à pendule, dont il fit faire le dessin par son fils Vincenzo. Mais celui-ci, après la mort de son père, négligea l'exécution de cette horloge jusqu'à l'année 1649, où il mourut lui-même après l'avoir ébauchée. Veladini (1854) et Boquillon (1855) ont cherché à reconstituer l'horloge de Galilée d'après la description de Viviani. Le dessin original en a été retrouvé par M. Eug. Albèri, qui l'a publié dans le tome **16** des Œuvres de Galilée (1856). Consulter sur les droits respectifs d'Huygens et de Galilée : Van Swinden 1817, Veladini 1854. Boquillon 1855, Albèri 1856 et 1858, Biot 1858, S. Gunther 1876, Gerland 1878. La conclusion de la discussion très complète donnée par Biot dans le *Journal des Savants* est celle-ci : Galilée a conçu, dès 1641, bien avant Huygens, l'idée d'adapter le Pendule aux horloges et a donné le moyen de la réaliser. Mais la négligence de son fils et le silence de Viviani, qui semble n'avoir compris l'importance de la découverte qu'après avoir vu avec quels éloges était accueillie l'horloge hollandaise, ont privé Galilée d'un honneur qui doit revenir tout entier à Huygens. *les inventions qui restent cachées n'y ayant aucun droit.*

Becher, dans un Mémoire présenté en 1680 à la Société Royale et imprimé à la suite de sa *Physica subterranea*, édition de 1738 (*voir* cette année), attribue à J. Bürgi la première application du pendule aux horloges. M. R. Wolf a repris cette thèse (*voir* 1873), en l'appuyant sur des citations empruntées aux manuscrits de Chr. Rothmann, astronome du Landgrave de Hesse. Gerland a discuté ces témoignages (1878) et arrive à la conclusion que les horloges construites par Bürgi n'avaient pas primitivement de pendule, et que cet artiste n'a aucune part à l'invention de l'horloge à pendule.

Il en est de même de Treffler, horloger d'Augsbourg. [*Voir* un résumé de cette discussion dans le *Lexikon der Astronomie* de Gretschel (Leipzig, 1882), art. *Uhren*.]

Denison, dans son *Rudimentary Treatise of Clocks, Watches and Bells*, London, 1874, prétend, sans apporter aucune preuve, que la première horloge à pendule fut construite pour l'église Saint-Paul dans Covent Garden, par Harris, horloger de Londres, en 1621.

1657-1667. **Accademia del Cimento.** *Saggi di naturali esperienze fatte nell' Accademia del Cimento, sotto la protezione del Serenissimo Principe Leopoldo di Toscana, e descritte dal Segretario di essa Accademia* (Magalotti). In-fol. Firenze, 1667; 2e édit. in-fol., 1691; 3e édit., 1714. Édition de V. Antinori, Florence, 1841. Traduction de Musschenbroek : *Tentamina experimentorum naturalium captorum in Accademia del Cimento.* In-4°, Lugd. Bat., 1731.

Dichiarazione di alcuni altri strumenti adoprati pei misuratori del tempo. (Emploi du Pendule pour la mesure du temps), p. XVI, XVIII, XX et XXII, avec planches, des éditions de 1691 et 1714.

Explicatio quorundam aliorum instrumentorum quæ ad temporis mensuram adhibiti fuerunt. Édit. de Musschenbroek, p. 18.

Aeltere Beobachtungen über den Gang des Pendels, gemacht von den Mitgliedern der Accademia del Cimento. *Pogg. Ann.* Ergänzungsbd. III, 1853.

1665. **Huygens** (Chr.). *Influence réciproque de deux pendules qui se mettent et restent d'accord l'une avec l'autre, lorsqu'elles sont fixées l'une auprès de l'autre.* Extrait d'une lettre écrite de la Haye le 26 février 1665. *Journal des Savants,* 1665, p. 130.

1667. ***Borelli** (G.-A.). *De Vi percussionis.* Bononiæ, 1667.

1669. **Picard** (l'Abbé J.). *La Mesure de la Terre.* In-fol. Paris, 1671. Réimprimé dans le tome 7, Ire Partie, des *Mémoires de l'Académie royale des Sciences de Paris.*

P. 139. « On sçait communément que, pour faire un Pendule simple, on suspend à un filet très flexible une petite Boule environ de la pesanteur d'une bale de Mousquet, et que la longueur de ce Pendule doit être mesurée depuis le haut du filet jusqu'au centre de la Boule, supposé que le Diamètre n'excède

guères la trente-sixième partie de la longueur du filet, autrement il faudrait tenir compte d'une partie proportionnelle que nous négligeons ici; il faut aussi prendre garde que les vibrations soient petites, parce qu'au-dessus d'une certaine grandeur elles sont entr'elles d'inégale durée.

» La Boule de notre Pendule était de cuivre d'un pouce de Diamètre, et faite au Tour; le filet avec lequel les premières Expériences ont été faites était de soye plate; mais parce qu'elle s'alonge sensiblement à la moindre humidité de l'air, on a trouvé qu'il valait mieux se servir d'un simple brin de Pite, qui est une sorte de filasse qu'on apporte de l'Amérique. Le haut du filet était passé dans une Pincette quarrée qui le tenait serré et le terminait exactement; par ce moyen le mouvement du Pendule était plus libre, et la longueur plus facilement mesurée avec une verge de fer exactement comprise entre la Pincette et la Boule.

» Les deux Horloges dont on s'est servi étaient de ces grandes dont le Pendule marque les secondes entières; elles étaient exactement réglées selon le moyen mouvement du Soleil, et tardaient de 3′ 56″ sur chaque retour d'une même Étoile fixe au Méridien, avec tant de régularité que quelquefois elles ne se trouvaient pas différentes l'une de l'autre, de la valeur d'une seconde pendant plusieurs jours; on mettait en mouvement un Pendule simple, le faisant aller et venir du même côté que les Pendules de ces Horloges, et l'ayant laissé en cet état, on revenait voir de temps en temps ce qui se passait; car, pour peu que ce Pendule simple fût ou plus long ou plus court que de 36 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, on s'apercevait en moins d'une heure de quelque discordance; il est vrai que cette longueur ne s'est pas toujours trouvée si précise, et qu'il a semblé qu'elle devait être réglément un peu acourcie en Hiver et alongée en Eté; mais c'est seulement de la dixième partie d'une ligne; de sorte qu'ayant égard en quelque façon à cette variation, on a mieux aimé tenir le milieu, et prendre pour mesure certaine la longueur de 36 pouces huit lignes et demie. »

C'est à la suite de ces expériences que Picard propose de prendre pour unité de longueur la longueur du pendule simple qui bat la seconde à Paris.

Il admettait que la longueur du pendule à secondes est la même à toute latitude. Il est vrai qu'à Londres et à Lyon on l'avait trouvée différente de celle de Paris. « Mais on doit remarquer qu'à La Haye, où la hauteur du Pôle est plus grande qu'à Londres, la longueur du Pendule, exactement déterminée par le moyen des Horloges, a été trouvée la même qu'à Paris. » L'observation de Lyon est celle de Mouton; je n'ai pu trouver par qui avaient été faites les observations de Londres et de La

Haye. (Voir Delambre, *Histoire de l'Astr. moderne*, **2**, p. 600.)

On doit aussi à l'Abbé Picard l'observation que les horloges à pendule retardent en été et avancent en hiver. (*Mém. de l'Acad.*, **1**; *Hist.*, p. 110.)

1670. **Mouton** (l'Abbé G.). *Observationes diametrorum Solis et Lunæ apparentium, ..., una cum nova mensurarum geometricarum idea...* Grand in-8°. Lugduni, 1670.

Liber primus. Caput V. De Perpendiculo.

Caput VI. De modo numerandi vibrationes Perpendiculi simplicis.

Caput VII. De investigando numero vibrationum Perpendiculi horario.

Caput VIII. Qua ratione tempora æquinoctialis aut diei solaris Perpendiculo exacte mensurentur.

Nova Mensurarum geometricarum idea, et nova methodus eas, et quascumque alias mensuras communicandi, et conservandi in posterum absque alteratione.

Caput quartum. De mutua vibratione Perpendiculi, ejusdemque longitudinis habitudine, p. 435.

Mouton propose un système *décimal* de mesures de longueur, dont l'unité serait la longueur du Pendule simple qui ferait 3959 $\frac{1}{8}$ oscillations en une demi-heure (Virgula) ou celle du P. qui ferait 1252 oscillations dans le même temps (Virga). Il détermine par plusieurs expériences la longueur de ce Pendule.

(*Voir* Bailly, *Hist. de l'Astr. moderne*, **2**, p. 234).

1671. ***Magalotti** (L.). *Tractatus de motu gravium.*

1669. **Huygens** (Chr.). *De la cause de la Pesanteur.* Première lecture à l'Académie des Sciences de cet important ouvrage, imprimé dans : *Divers Ouvrages de Mathématiques et de Physique par MM. de l'Acad. Royale des Sciences.* In-fol. Paris, 1693, p. 305. — Réimprimé plus tard avec de nombreuses et importantes additions.

Dans la première édition, ce discours se termine au paragraphe : « Ayant donc montré que mon hypothèse ne contient rien d'impossible... tant qu'on ne trouvera pas d'autres phénomènes dans la nature qui lui soient contraires ». Il ne contient rien

du Pendule. Huygens dit dans la préface de la dernière édition (*Opera reliqua*, **2**, Amstelodami, 1728): « Maxima pars hujusce libelli scripta est cum Lutetiæ degerem... ad eum usque locum ubi loquor de alteratione quæ pendulis accidit a motu Terræ ». C'est après son départ de Paris, vers 1682 ou 1683, que Huygens a parlé de l'aplatissement de la Terre prouvé par l'expérience de Richer. Il dit lui-même n'avoir composé l'*Additamentum* qu'après la lecture du Livre de Newton. Voici le passage relatif à la forme de la Terre :

« Dico terram non esse sphæricam, sed figuram habere sphæræ versùs utrumque polum inclinatæ, qualem ferè faceret Ellipsis circà minorem axem suum circumacta. Id oritur a motu diurno Terræ, sequiturque necessario è declinatione plumbi, quam dixi. Quoniam, cum descensus corporum gravium parallelus sit lineæ suspensionis illius, necesse est superficiem uniuscujusque liquoris ita se componere, ut lineam illam perpendicularem habeat, secus enim descendere posset amplius. Proinde superficies maris est ejusmodi ut filum suspensum ubique perpendiculare habeat supra sese. Unde sequitur, lineam libellæ, eam nempe quæ filum plumbi suspensi secat ad angulos rectos, debere horizontem ostendere, prout facit; cum sola altitudine loci, ubi sita est libella, fiat ut paulo altius visus dirigatur. Sed cum Terræ latera sint vulgo elevata eodemque fere modo, respectu maris; sequitur, quod totum illud coalescens ex terris et maribus necessario reductum sit ad figuram illam sphæroideam, quam superficies maris necessario accipit. Credibile autem est Terram in figuram hujusmodi abiisse, ubi partes ejus collectæ sunt vi gravitatis. quippe hæ etiam tum habebant motum suum circularem 24 horarum. » (p. 115). — W. Burckhardt a publié récemment une édition française du *Traité de la Lumière* et du *Discours sur la cause de la Pesanteur*. Leipzig, in-8°, chez Grossner et Schramm (sans date).

1671. **Picard** (l'Abbé J.). *Voyage d'Uranibourg, ou Observations astronomiques faites en Dannemarck par M. Picard.* In-fol. Paris, 1680.

Réimprimé dans : *Recueil d'Observations faites en plusieurs voyages par ordre de Sa Majesté pour perfectionner l'Astronomie et la Géographie, avec divers Traités astronomiques, par MM. de l'Académie des Sciences.* In-fol. Paris, 1693. Et dans les *Mémoires de l'Acad. R. des Sciences*, **7**, p. 193.

Voir aussi : *Histoire de l'Acad.*, **1**. Ce volume con-

tient l'histoire des observations du pendule jusqu'en 1686.

Page 12 du Voyage (Recueil in-fol.), p. 208 du tome 7 des *Mém.*

« Ces Messieurs dont nous venons de parler (Bartholin et Spole) furent aussi présens aux expériences que nous fîmes plusieurs fois touchant la longueur du Pendule simple à secondes de temps moyen, laquelle nous trouvâmes toujours assez précisément telle que nous l'avions déterminée à Paris; savoir, de 36 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, sans qu'il y parût aucune différence sensible. Je faisais ces expériences avec d'autant plus de soin et d'exactitude, que je sçavais qu'en Angleterre, à Londres, la longueur du Pendule avait été déterminée de 39 pouces $\frac{2}{10}$ du pied d'Angleterre, ce qui revenait à 36 pouces 11 lignes $\frac{13}{20}$ du nôtre; mais, l'ayant trouvée à Uranibourg égale à celle que j'avais établie à Paris, je commençai à tenir pour suspectes les Observations qui en avaient été faites en Angleterre; et après mon retour en France, je ne cessai de témoigner mon doute, jusqu'à ce que M. Roemer, ayant été envoyé exprès à Londres, en l'année 1679, trouva que la longueur du Pendule était là telle qu'à Paris. »

1672. **Richer** (J.). *Observations astronomiques et physiques faites en l'isle de Caïenne, par M. Richer, de l'Acad. des Sciences.* In-4°. Paris, 1679.

Mêmes indications que pour le voyage de Picard à Uranibourg.

Chap. X. *Observations physiques.* Art. I. *De la longueur du Pendule à secondes de temps* (p. 66 du Recueil, p. 320 du t. 7 des *Mém.*).

« L'une des plus considérables Observations que j'aie faites est celle de la longueur du Pendule à secondes de temps, laquelle s'est trouvée plus courte en Caïenne qu'à Paris: car la même mesure qui avait été marquée en ce lieu-là sur une verge de fer suivant la longueur qui s'était trouvée nécessaire pour faire un Pendule à secondes de temps, ayant été apportée en France, et comparée avec celle de Paris, leur différence a été trouvée d'une ligne et $\frac{1}{4}$, dont celle de Caienne est moindre que celle de Paris, laquelle est de 3 pieds 8 lignes $\frac{3}{5}$. Cette Observation a été réitérée pendant dix mois entiers, où il ne s'est point passé de semaine qu'elle n'ait été faite plusieurs fois avec beaucoup de soin. Les vibrations du Pendule simple dont on se servait étaient fort petites, et duraient, fort sensibles jusques à cinquante-deux minutes de temps, et ont été comparées à celles

d'une Horloge très excellente, dont les vibrations marquaient les secondes de temps. »

La détermination de la longueur du Pendule à secondes faisait partie du programme des observations tracé à Richer par l'Académie des Sciences. Sa découverte n'est donc pas due au hasard, comme on le dit quelquefois. Elle a été faite par l'observation des oscillations du Pendule simple, et ne résulte pas seulement de la nécessité où Richer se serait trouvé de raccourcir le balancier de son horloge. — *Voir* sur Richer une Note de Delambre placée à la suite du *Discours préliminaire*, t. **I** de l'*Astronomie moderne*, p. LII.

1673. **Anonyme**. *A Demonstration of the synchronisme of the vibrations made in a Cycloid, given by a Person of quality*. (*Phil. Trans.*, **8**, p. 6031. La pagination commence au premier volume.)

1673. **Hevelius** (J.). *Machinæ Cœlestis Pars prior*. In-folio, Gedani, 1673.

« Caput XVII. *De horologiis*, p. 363. Emploi des oscillations d'un pendule pour mesurer le temps; essais de construction d'un pendule automatique.

1673. **Huygens** (Chr.). *Horologium oscillatorium, sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricæ*. In-fol. Paris, 1673.— Premier Volume des *Opera varia*, édition de S'Gravesande. In-4. Amsterdam, 1724.

« Pars secunda. *De descensu gravium*. Exposition des lois de la chute des corps, soit en chute libre, soit sur une courbe donnée et particulièrement sur la cycloïde.

» Pars quarta. *De centro oscillationis seu agitationis*. Lois du mouvement du pendule *composé*. Première détermination exacte du centre d'oscillation, vainement tentée par le P. Mersenne, Descartes, Roberval, etc.

» Prop. XX. *Centrum oscillationis et punctum suspensionis inter se convertuntur*.

» Prop. XXVI. *Spatium definire, quod gravia, perpendiculariter cadentia, dato tempore percurrunt*. Première détermination, au moyen du pendule, de l'espace parcouru par un corps dans la première seconde de sa chute.

— *De vi centrifuga*. Opera reliqua, 2ᵉ vol., édit. de S'Gravesande. Amsterdam, 1728 (*Traité du Pendule conique*).

1674. ***Weigel** (Erhardt). *Pendulum ex tetracty deductum.* In-4. Jenæ, 1674.

1674. **Picard** (l'Abbé J.). *Observations astronomiques faites en divers endroits du Royaume, par M. Picard, de l'Acad. R. des Sciences.* (*Recueil d'Observations faites en plusieurs voyages par Ordre de Sa Majesté pour perfectionner l'Astronomie et la Géographie.... par Messieurs de l'Acad. R. des Sciences.* In-fol. Paris, 1693. — *Mém. de l'Acad.,* **7**, Ire Partie, p. 329. — *Histoire de l'Acad. R. des Sciences,* **1**, p. 182.)

Recueil, p. 43. *Mém.,* p. 343. « Durant tout le temps que je fus à Sete (Cette), j'eus un soin particulier de bien examiner la longueur du Pendule simple pour les secondes de temps moyen, que je trouvai toujours égale à celle que j'avais établie à Paris, de 36 pouces 8 lignes et $\frac{1}{2}$. »

Recueil, p. 46. Mém., p. 346. « M. Mouton dit que la longueur du Pendule à secondes à Lyon est de 36 pouces 6 lignes $\frac{3}{10}$. » L'Abbé Picard s'est assuré qu'elle est la même qu'à Paris. L'expérience en fut faite aussi à Bayonne, Picard n'en parle pas. *Voir* de la Hire, 1703.

1674. **Hooke** (R.). *Animadversions on the first part of the Machina Cœlestis of the Honourable learned and famous Joannes Hevelius, together with an explication of some instruments made by R. Hooke.* In-4. Londres, 1674.

1675. **Mariotte** (l'Abbé Edme). *Traité de la percussion ou choc des corps.* (*Œuvres de M. Mariotte,* de l'Acad. R. des Sciences. 2 vol. in-4. Leyde, 1717)

T. Ier, IIe Partie : *Recherches des centres de balancement, d'agitation et de percussion,* p. 89 à 98. A la suite, p. 113, *Expériences pour les chûtes des corps pesants* (faites dans le puits de l'Observatoire). Sans date. D'après l'*Histoire de l'Acad. R. des Sciences,* t. I, p. 383, ces expériences de Mariotte furent faites en 1683.

La date du *Traité de la percussion,* 3e édition, est 1679. La date primitive en est fixée par l'*Histoire de l'Acad. des Sciences,* t. I, p. 202, où l'on trouve, pour 1675, l'exposé des recherches de M. Mariotte sur les centres de percussion :

« P. 204. Si l'on attache à un Pendule deux poids tels qu'on

voudra, à différentes distances du point de suspension, il y aura un point entre ces deux poids, qui fera un plus grand effort que tout autre point sur le corps que le Pendule rencontrerait en son chemin, c'est-à-dire que ce sera le centre de percussion du Pendule composé. Pour le trouver....

.... Ce point qui détermine la longueur du Pendule simple, dont les vibrations seraient égales en durée à celles du Pendule composé, s'appelle le centre de vibration du Pendule composé; et l'on trouve par toutes les expériences que c'est le même que le centre de percussion. »

1675. **Wallis** (J.). *A Discourse of gravity and gravitation.* In-4. London, 1675.

1679. **Rœmer** (Ol.). « M. Rœmer, ayant été envoyé exprès à Londres en l'année 1679, trouva que la longueur du Pendule était là telle qu'à Paris, 36 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$. » (*Voyage d'Uranibourg, par l'Abbé Picard,* p. 208. — *Mém. de l'Acad.*, **7**, *Ire Partie.*)

1681. **Cassini** (J.-D.). *Instructions générales pour les observations géographiques et astronomiques à faire dans les Voyages.* (*Recueil d'Observations faites en plusieurs voyages, etc.* In-fol. Paris, 1693, p. 52. — *Mém. de l'Acad.*, **7**, *Ire Partie*, p. 432.)

« Après qu'on aura mis une horloge au moyen mouvement, on pourra éprouver si un Pendule de la longueur de 36 pouces 8 lignes et demie fait 3600 petites vibrations en une heure, ou s'il en fait plus ou moins; ce qui a besoin de beaucoup d'attention et d'exactitude. Par des expériences très exactes faites par Messieurs de l'Académie, à Paris, à La Haye, à Copenhague et à Londres, la longueur du Pendule qui fait une vibration en une seconde, s'est partout trouvée la même. Seulement, à Caïenne, elle s'est trouvée plus courte; mais on doute si cela est arrivé par quelque deffaut dans l'observation. C'est pourquoi on l'observera avec le plus d'exactitude que l'on pourra. » (*Recueil,* p. 55. — *Mém.*, p. 435.)

Ce paragraphe fixe l'état des connaissances sur la longueur du Pendule à secondes en divers lieux, en l'année 1681. Plusieurs savants attribuaient la différence observée par Richer à l'influence de la température. C'est pour résoudre cette question, en même temps que celle des longitudes des divers points de la Terre, que l'Académie fit entreprendre les voyages dont il

va être question, et pour lesquels Cassini rédigea les Instructions précédentes.

1682. **Varin, Des Hayes** et **De Glos**. — *Observations astronomiques faites au Cap Verd en Afrique et aux Isles de l'Amérique, par Messieurs Varin, Des Hayes et De Glos, de l'Acad. R. des Sc.* (*Recueil d'observ. faites en plusieurs voyages....* In-folio. Paris, 1684. — *Mém. de l'Acad.*, **7**, IIe Partie, p. 431. — *Hist. de l'Acad.*, **1**. *Sur les Observations faites en Afrique et en Amérique,* p. 357.)

Observations de la longueur du Pendule en l'isle de Gorée ($36^{po} 6^{l} \frac{5}{9}$). *Recueil*, p. 67. — *Mém.*, p. 450.

Observations de la longueur du Pendule à la Guadeloupe ($36^{po} 6^{l}, \frac{1}{2}$). *Recueil*, p. 72. — *Mém.*, p. 456.

1682. **Ceva** (G.). *Opuscula mathematica de potentiis obliquis, de pendulis, de vasis, et de fluminibus.* In-4. Mediolani, 1682 (*Acta Eruditorum*, 1685, p. 493).

Dans le 2e Traité, *De pendulis*, l'Auteur cherche à démontrer l'inexactitude des lois de Galilée.

1682. **Huygens** et **Catelan** (l'Abbé). *De Hugeniana centri oscillationis determinatione Controversia.* — *Hugenii Opera varia,* édition de S'Gravesande, **1**, p. 217.

Critiques de l'Abbé Catelan sur les propositions de Huygens dans son *Horologium oscillatorium.* — Réponses de Huygens. — Opinions de Bernoulli (Daniel) et du Marquis de l'Hospital. — (Voir aussi *Mém. de l'Acad.*, **10**, p. 634 et 657. — *Journal des Savants,* 1682, p. 131 et 147; 1684, p. 90, 142 et 204. — *Acta Eruditorum,* 1684, p. 416; 1686, p. 356. — Extraits des *Acta Erud.*, **1**, 1682-87, p. 251 et 432.)

1685. **Kochanski** (le P. Ad.). *Novum genus Perpendiculi pro Horologiis rotatis portatilibus, Vulgarium Elatere vibrante instructorum nova dispositio, et ex hac suprema perfectio* (*Acta Eruditorum*, 1685, p. 428. — Extraits des *Acta Erud.*, **1**, 1682-88, p. 340).

1686. **Fontaney (de)** et **Thomas** (Soc. Jesu). *Observations physiques et mathématiques pour servir à la perfection de*

l'Astronomie et de la Géographie, envoyées de Siam à l'Acad. R. des Sc. de Paris, par les Pères jésuites français qui vont à la Chine en qualité de Mathématiciens du Roy, avec les réflexions de Messieurs de l'Académie et quelques notes du P. Gouye, de la Compagnie de Jésus. Un vol. in-4°, puis 2 vol. in-8°, 1688 (*Mém. de l'Acad.*, **7**, p. 605).

Observations sur la longueur du Pendule simple à Louveau, royaume de Siam, par le P. Thomas, p. 629.

Le Pendule était formé d'une balle de mousquet de $7^l,5$ de diamètre, suspendue à un fil de bambou fort mince. La longueur mesurée depuis la pince jusqu'au centre de la boule s'est trouvée de $36^{po}\,6^l,5$.

1686. **Giordano** (V.). *Fundamentum doctrinæ motus gravium.* In-fol. Romæ, 1686 et 1715.

1686. **Halley** (Edm.). *A Discourse concerning gravity and its properties* (*Phil. Trans.*, **16**, p. 3).

C'est dans ce Discours que Halley signale le raccourcissement du Pendule à Sainte-Hélène, sans en indiquer d'ailleurs le montant. (Voir Newton, *Philosophiæ naturalis Principia mathematica*).

1686. **Newton** (Isaac). *Philosophiæ naturalis Principia mathematica.* In-4°. Londini, 1687.

(L'imprimatur de cette première édition a été donné le 5 juillet 1686 par S. Pepys, Président de la Société Royale.)

« Liber primus, Sect. X. *De Motu corporum in superficiebus datis, deque Funependulorum Motu reciproco* (Théorie du Pendule cycloïdal).

Prop. LII, Prob. XXXIV : Definire et velocitates Pendulorum in locis singulis, et Tempora quibus tum oscillationes totæ, tum singulæ oscillationum partes peraguntur (p. 153). (Démonstration de la formule du pendule sous la forme encore adoptée aujourd'hui.)

« Liber secundus, Sect. VI. *De Motu et resistentia corporum Funependulorum* » (Lois des mouvements du Pendule cycloïdal dans un milieu résistant).

« Prop. XXIV, Theor. XVIII, coroll. 7, p. 305 : Et hinc

liquet ratio tum comparandi corpora inter se, quoad quantitatem materiæ in singulis, tum comparandi pondera ejusdem corporis in diversis locis, ad cognoscendam variationem gravitatis. Factis autem experimentis quam accuratissimis inveni semper quantitatem materiæ in corporibus singulis eorum ponderi proportionalem esse. »

« Sect. VII. *De Motu Fluidorum et resistentia Projectilium.*

» Prop. XL, Prob. X : *Invenire resistentiam solidorum sphæricorum in Mediis fluidissimis. Scholium generale,* p. 339. (Expériences sur la résistance du milieu au mouvement d'un pendule de 10 ½ pieds de long, à boule de bois et à boule de plomb, oscillant dans l'air et dans l'eau; d'un pendule de fer dans le mercure et dans l'eau. Expériences sur la résistance au mouvement d'un pendule conique. Expérience sur la résistance de l'éther.)

» *De Mundi Systemate.* Liber tertius.

» Prop. VI, Theor. VI, p. 408 : *Corpora omnia in Planetas singulos gravitare, et pondera eorum in eumdem quemvis Planetam, paribus distantiis a centro Planetæ, proportionalia esse quantitati materiæ in singulis.*

» Descensus gravium omnium in Terram (dempto saltem inæquali retardatione quæ ex Aeris perexigua resistentia oritur) æqualibus temporibus fieri jamdudum observarunt alii; et accuratissimè quidem notare licet æqualitatem temporum in Pendulis. Rem tentavi in auro, argento, plumbo, vitro, arena, sale communi, ligno, aqua, tritico. Comparabam pixides duas ligneas rotundas et æquales. Unam implebam ligno, et idem auri pondus suspendebam (quam potui exactè) in alterius centro oscillationis. Pixides ab æqualibus pedum undecim filis pendentes constituebant Pendula, quoad pondus, figuram et aeris resistentiam omnino paria : et paribus oscillationibus juxta positæ ibant una et redibant diutissime. Proinde copia materiæ in auro erat ad copiam materiæ in ligno, ut vis motricis actio in totum aurum ad ejusdem actionem in totum lignum; hoc est ut pondus ad pondus. Et sic in cæteris. In corporibus ejusdem ponderis differentia materiæ, quæ vel minor esset quam pars millesima materiæ totius, his experimentis manifeste deprehendi potuit. »

Prop. XX, Prob. III (p. 424) : *Invenire et inter se comparare pondera corporum in regionibus diversis.*

« Pondera, in aliis quibuscunque per totam Terræ superfi-

ciem regionibus, sunt reciproce ut distantiæ locorum a centro: et propterea, ex hypothesi quod Terra sphærois sit, dantur proportione. — Unde tale confit Theorema, quod incrementum ponderis, pergendo ab Æquatore ad Polos, sit quam proxime ut sinus versus latitudinis duplicatæ, vel quod perinde est ut quadratum sinus recti latitudinis. » Comparaison des longueurs des Pendules à Paris, à l'île de Gorée près le Cap Verd, et à Cayenne. Newton prend la longueur du Pendule à Paris, telle que l'a déterminée Picard, savoir 3 pieds $\frac{17}{24}$ de doigt, ou $3^{pi}\,8^{l}\,\frac{1}{2}$, sans tenir compte de la perte de poids dans l'air, comme il le fera plus tard dans la deuxième édition de son Livre.

1687. **Kochanski** (le P. Ad.). *Mensuræ universales magnitudinum ac temporum* (*Acta Eruditorum*, 1687, p. 259; p. 264 : *Penduli portatilis, ac Horologiorum perfectio.* — Extraits des *Acta Erud.*, **1**, 1682-1687, p. 507).

1688. **Mariotte** (l'Abbé Ed.). *Traité du mouvement des Pendules* (*Œuvres* de M. Mariotte, de l'Acad. des Sciences, 2 vol. in-4°. Leyde, 1717. — Tome II).

Ce traité est précédé d'une Lettre de Mariotte à Huygens, écrite de Dijon le 1er février 1688, par laquelle il lui fait hommage de son manuscrit.

1691. **Bernoulli** (Jacques). *Demonstratio centri oscillationis ex natura vectis...* (*Acta Eruditorum*, 1691, p. 317. — Extraits des *Acta Erud.*, **2**, 1688 à 1693, p. 291). *Voir* plus loin, 1703.

1691. **Lichtscheid** (F.-H.). *Considerationes quædam circa altitudines et velocitates Pendulorum in diversis circulis* (suivi d'une note de Leibnitz). — (*Acta Eruditorum*, 1691, p. 494. — Extraits des *Acta Erud.*, **2**, 1688 à 1693, p. 306.)

1694. **Chazelles** (J.-M. de). *Observations du pendule au Caire en* 1694.

Ces observations sont rapportées comme il suit par Duhamel. *Regiæ Scientiarum Academiæ Historia* (un vol. in-4°, Paris, 1698).

Lib. IV, p. 394 : « D. Chazelles observationes a se factas an-

nis 1693 et 94 in variis maris Meditèrranei locis, quod jussu Regis Christianissimi observando peragravit, cum Academia. cui jam antea adscriptus fuerat, communicavit....

» Caïri a 19 martii ad 8 aprilis usque complures fecit observationes....

» Circa longitudinem penduli hæc quoque sunt comperta ex observationibus altitudinum Solis inter se collatis. Horologium retardari solitum 3 min. et 4 secundis, singulis diebus, cum 19 tantummodo secundis tardius recurrere deberet, hinc sequitur illud 2 min. 45 tardius quam medius Solis motus exigat, incedere. Itaque globulum cupreum diametri unius digiti suspendit filamento arundineo, eique exsiccato, nec contorto, quique adeo globi pondere non produceretur, expertus ut filum vel unius capilli latitudine auctum, aut imminutum in vibrationibus penduli simplicissimi intra 8 aut 10 minuta temporis unius secundi minuti differentiam inducere.

» Cum igitur pendulum simplex ita esset compositum, ut intra 24 horas præverteret horologium 2 min. 46 secund. et cum medio motu Solis conveniret, inter punctum suspensionis, et supremam partem globi cuprei distantiam dimitiens invenit quarta lineæ parte breviorem quam Lutetiæ. »

1695. ***Riddermarck** (A.). *De usu perpendiculi.* Londini Sueciæ (Lund), 1695.

1697-98. **Couplet** (P.). *Extrait de quelques Lettres écrites de Portugal et du Brésil, par M. Couplet le fils, à M. l'abbé Bignon, Président de l'Acad. R. des Sciences.* (*Mémoires de l'Acad. pour* 1700. *Hist.*, p. 116. *Mém.*, p. 171).

Longueur du Pendule à Lisbonne, 1697, p. 174.

Longueur du Pendule à Paraïba, 1698, p. 175.

1699-1700. **Des Hayes**. (*Mém. de l'Acad.*, 1701. *Hist.*, p. 109.)

Longueur du Pendule à secondes à la Cayenne, la Grenade. la Martinique, Saint-Christophe, et Le Cap à Saint-Domingue.

1700. **Carré** (L.). *Méthode pour la mesure des surfaces, la dimension des solides, leur centre de pesanteur, de percussion et d'oscillation, par l'application du Calcul intégral.* In-4°. Paris, 1700.

1701. **Parent** (A.). *Démonstration des XIII Théorèmes de la force centrifuge proposés sans démonstration par M. Huguens* (*Journal des Savants*, 1701, p. 230; 1704, p. 526).

1702. **La Hire** (Ph. de). *Præceptum XXII. Quanta sit Penduli simplicis longitudo, cujus vibrationes unius secundi tempore absolvuntur, investigare.* A la fin de l'Ouvrage : *Tabulæ Astronomicæ Ludovici Magni jussu et munificentia exaratæ et in lucem editæ... adjecta sunt Descriptio, constructio et usus instrumentorum Astronomiæ novæ practicæ inservientium.* In-4°, Parisiis, 1702, p. 102. 2e édition, 1727, p. 102. 3e édition (en français) : *Trouver la longueur du Pendule simple dont les vibrations soient d'une seconde de temps,* p. 186.

1703. **Bernoulli** (Jacques). *Démonstration générale du centre de balancement ou d'oscillation, tirée de la nature du levier* (*Mém. de l'Acad.*, 1703. *Hist.*, p. 114; *Mém.*, p. 78).

Extrait d'une lettre de M. Bernoulli en date du 11 *septembre* 1703, *concernant l'application de sa règle du centre de balancement à toutes sortes de figures* (*Mém. de l'Acad.*, 1703; *Mém.*, p. 272).

1703. **La Hire** (Ph. de). *Remarques sur les inégalités du mouvement des Horloges à pendule* (*Mém. de l'Acad.*, 1703; *Hist.*, p. 130; *Mém.*, p. 285).

P. 289. Expériences sur le retard qu'éprouve un pendule oscillant dans l'eau, et application du résultat à la variation que la durée des oscillations du pendule doit éprouver par les variations de densité de l'air. (Voir, 1726, la critique de cette application par le célèbre horloger Henry Sully, dans le supplément à sa *Description abrégée d'une horloge d'une nouvelle invention.*)

P. 292. « Pour ce qui regarde les différentes longueurs du Pendule dans les différents climats, il me semble qu'on y peut faire quelques remarques; car M. Picard avait observé à Uranibourg et à Bayonne, où j'étais avec luy, que la longueur du pendule simple à seconde était exactement la même qu'à Paris. On fit une grande attention à cette observation de Bayonne, à cause qu'on sçavait ce que M. Richer en avait rapporté de Cayenne ».

La Hire, en rapprochant ces expériences de Picard de celles de Richer, puis de Varin, Des Hayes et De Glos à Gorée, conclut que la différence de longueur du pendule ne devient fort sensible qu'au voisinage de la ligne. « Ne pourrait-on pas soupçonner que cette différente longueur du Pendule n'est point réelle, et qu'elle ne vient que de la mesure dont on s'est servi? » Cette mesure se serait dilatée dans les régions tropicales.

P. 294. *Examen de la démonstration que MM. Mariotte et Huguens donnent des différentes longueurs du Pendule simple à seconde, en différens endroits de la Terre.*

1704. **Bernoulli** (Jacques). *Démonstration du principe de M. Hugens, touchant le centre de balancement et de l'identité de ce centre avec celui de percussion* (*Mém. de l'Acad.*, 1704; *Hist.*, p. 89; *Mém.*, p. 136).

1704. **Derham** (W.). *Experiments about the motion of Pendulums in Vacuo* (*Phil. Trans.*, **24**, 1704, p. 1785).

1704-1706. **Feuillée** (le P.). *Journal des observations physiques, mathématiques et botaniques faites sur les côtes orientales de l'Amérique méridionale et dans les Indes occidentales.* 2 vol. in-4°. Paris, 1714; Supplément, 1 vol. in-4°; 1725.

Dans ce troisième Volume, p. 274 : *Voïage aux Indes occidentales ou Journal des observations physiques, mathématiques et botaniques faites... aux côtes de la Nouvelle Espagne durant les années* 1704 *et* 1705.

P. 326. Observation de la longueur du Pendule à Portobello, octobre 1704. P. 407 : observation à la Martinique en 1706.

Extrait des observations faites aux Indes occidentales en 1704, 1705 *et* 1706, *par le P. Feuillée, Minime;* par M. Cassini le fils (*Mém. de l'Acad.*, 1708, p. 5).

Observations de la longueur du Pendule à Porto-Bello, p. 7, à la Martinique, p. 16.

1705. ***Reyher** (S.). *De perpendiculo, cultellatione et chorobate, ac in specie de horologiis automatis perpendiculo moderandis.* In-4°. Kiel, 1705.

1707. **Carré** (L.). *Démonstrations simples et faciles de quelques propriétés qui regardent les Pendules, avec quelques nouvelles propriétés de la Parabole.* (*Mém. de l'Acad.*, 1707; *Hist.*, p. 58; *Mém.*, p. 49).

1710. **Hofmann** (J.-H.). *Descriptio Penduli, quod suas exacte numerat vibrationes simplices* (*Miscellanea Berolinensia*, **1**, p. 323. — *Acta Eruditorum*, 1711, p. 9).

1711. **Anonyme.** *Adnotatio super animadversionem in difficultate Hugenianæ de centro oscillationis demonstrationi oppositam* (*Acta Eruditorum. Supplementa*, **4**, 1711, pp. 29 et 129. — *Opuscula omnia Actis Eruditorum Lipsiensibus inserta.* Venetiis, 1745, **5**, 1711 à 1719, pp. 33 et 54).

1713. **Taylor** (Brook). *De inventione centri oscillationis* (*Phil. Trans.*, **28**, 1713, p. 11).

1713. **Newton** (Isaac). *Philosophiæ naturalis Principia mathematica.* Editio secunda auctior et emendata. Cantabrigiæ, MDCCXIII. (Édition de Cotes, avec une Préface de cet auteur.)

Les expériences sur la résistance des milieux au moyen du Pendule se trouvent au second Livre, Sect. VI, Scholium generale, p. 284.

Sect. VII. Scholium (p. 319). La résistance des fluides est déterminée par des expériences sur la chute de boules composées de cire et de plomb, tombant dans l'eau et dans l'air. Le temps était mesuré par les oscillations d'un pendule. Les expériences dans l'air furent faites en laissant tomber des boules de verre, pleines de mercure ou d'air, du sommet de l'église de Saint-Paul à Londres.

De Mundi systemate. Liber tertius.

Prop. XX. Prob. IV. *Invenire et inter se comparare Pondera corporum in Terræ hujus regionibus diversis.*

La longueur du Pendule à Paris est prise cette fois égale à 3 pieds 8 lignes et $\frac{5}{9}$, au lieu de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$. On pourrait croire, avec de Brémond, que Newton adopte pour cette longueur la valeur déterminée par Des Hayes, Varin et De Glos, au

lieu de celle de Picard. Mais, dans la troisième édition (1726), on lit (p. 417) : « Quare cum longitudines pendulorum æqualibus temporibus oscillantium sint ut gravitates, et in latitudine Lutetiæ Parisiorum longitudo penduli singulis minutis secundis oscillantis sit pedum trium Parisiensium et linearum $8\frac{1}{2}$, vel potius *ob pondus aëris* $8\frac{5}{9}$, etc. ». Il paraît donc que Newton a conservé la longueur de Picard, mais lui fait subir la *réduction au vide*. Cependant, dans la deuxième comme dans la troisième édition, les longueurs du Pendule déterminées par Richer, Varin et Des Hayes, Couplet, Des Hayes et le P. Feuillée, sont données telles qu'elles ont été observées et employées sans réduction aucune. La raison en est peut-être que Newton considérait ces déterminations comme trop peu exactes pour qu'il fût utile de les altérer d'une quantité beaucoup moindre que celle dont elles étaient en erreur. Il indique même les causes de leurs divergences : « Hæc discrepantia partim ab erroribus observationum, partim a dissimilitudine partium internarum terræ et altitudine montium, et partim a diversis aëris caloribus, oriri potuit. » On peut donc admettre que Newton connaissait et appliquait dès 1713 la réduction au vide; mais je n'ai pu trouver nulle part qu'il en ait donné la théorie.

1713. **Bernoulli** (Joh.). *De motu corporum gravium, pendulorum et projectilium in mediis non resistentibus et resistentibus, supposita gravitate uniformi et non uniformi atque ad quodvis datum punctum tendente, et de variis aliis huc spectantibus, Demonstrationes geometricæ* (*Acta Eruditorum,* 1713, p. 115. — Extraits des *Acta Eruditorum,* **5**, pp. 119 et 137).

1714. **Bernoulli** (Joh.). *Nouvelle théorie du centre d'oscillation, contenant une règle pour le déterminer dans les Pendules composés et balançans non seulement dans le vuide, mais aussi dans les liqueurs, laquelle règle est appuyée sur un fondement plus sûr qu'aucun qu'on ait publié jusqu'ici par rapport à cette matière* (*Mém. de l'Acad.*, 1714; *Hist.*, p. 98; *Mém.*, p. 208. — *Acta Eruditorum*, 1714, p. 257. — Extrait des *Acta Erud.*, **5**, p. 249).

1714. **La Hire** (Ph. de). *Remarques sur la cheute des corps dans l'air* (*Mém. de l'Acad.*, 1714; *Mém.*, p. 333).

1716. **Hermann** (J.). *Phoronomia, seu de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum Libri duo.* In-4°, Amstelodami, 1716 (*Acta Eruditorum*, 1716, p. 1).

1717. **La Hire** (Ph. de). *Recherche des dates de l'invention du micromètre, des horloges à pendule et des lunettes d'approche* (*Mém. de l'Acad.,* 1717; *Mém.*, p. 78).

1719-1720. **Anonyme.** *Sur la longueur du pendule* [*Mém. de l'Acad. pour* 1700. *Hist.*, p. 116 (imprimé en 1719)].

— *Sur la longueur du Pendule* [*Mém. de l'Acad. pour* 1703; *Hist.,* p. 130 (imprimé en 1720)].

1720. **Mairan** (J.-J. d'Ortous de). *Recherches géométriques sur la diminution des degrés terrestres en allant de l'Équateur vers les Pôles, où l'on examine les conséquences qui en résultent, tant à l'égard de la figure de la Terre que de la pesanteur des corps et de l'accélération du Pendule* (*Mém. de l'Acad.,* 1720; *Hist.*, p. 65; *Mém.*, p. 231).

1720. **Saurin** (J.). *Remarques sur les horloges à pendule* (*Mém. de l'Acad.*, 1720; *Hist.*, p. 106; *Mém.,* p. 208).

1720-21. **S'Gravesande** (W.-J. Storm van). *Physices Elementa mathematica experimentis confirmata, sive introductio ad Philosophiam newtonianam.* 2 vol. in-4°. Lugd. Bat., 1720-21. — Edit. secunda, 1725.

1722. **Cotes** (R.). *Harmonia mensurarum sive Analysis et Synthesis per rationum et angulorum mensuras promotæ : accedunt alia opuscula mathematica per Rogerum Cotesium.* In-4°. Cantabrigiæ, 1722.

Dans les *Opera miscellanea : De descensu gravium, de motu Pendulorum in Cycloide* (p. 80).

1722. **Saurin** (J.). *Éclaircissement sur une difficulté* (relative à l'isochronisme sur la cycloïde) *proposée aux Mathématiciens par M. le Chevalier de Louville* (*Mém. de l'Acad.*, 1722; *Hist.,* p. 82; *Mém.,* p. 70).

1722. **Taylor** (Brook). *Litteræ B. Taylor ad J. B. M. datæ Londini die* 6 *Julii* 1722 (*Acta Eruditorum*, 1722, p. 452).

Brook Taylor réclame contre J. Bernoulli l'invention de la détermination du centre d'oscillation.

1723. ***Hamberger** (G.-E.). *De experimento ab Hugenio, pro causa gravitatis explicanda, invento.* In-4°, Jenæ, 1723.

1724. **Poleni** (J.). *Joh. Poleni ad Reverendiss. Abbatem D. Guidonem Grandum Epistolæ duæ: in quarum altera proponuntur nonnulla de Telluris forma; in altera vero quædam de causa motus musculorum.* In-4°, Patavii, 1724 (*Acta Eruditorum*, 1726, p. 244).

1725. **Harrison** (J.). Invention du Pendule compensateur à gril (*voir* Short, 1752).

1725. **Desaguliers** (J.-Th.). *A Dissertation concerning the figure of the Earth* (*Phil. Trans.*, **33**, 1725, *pp.* 201, 239, 277 *et* 344).

1726. **Newton** (Isaac). *Philosophiæ naturalis Principia mathematica.* Editio tertia aucta et emendata. In-4°, Londini. MDCCXXVI (Édition de Pemberton).

Liber secundus. Sect. VII. Scholium, p. 346. Aux expériences qu'il avait faites en juin 1710 sur la chute des corps du haut de l'Eglise de Saint-Paul, Newton ajoute celles que Desaguliers fit au même lieu en juillet 1719.

De Systemate mundi. Liber tertius. Propositio X. Theorema X, p. 406. A la fin de ce paragraphe, Newton décrit pour la première fois l'expérience de la chute des corps dans un tube vide d'air. « In spatiis utique terræ proximis, nihil invenitur quod resistentiam creet, præter aërem, exhalationes et vapores. His ex vitro cavo cylindrico diligentissime exhaustis, gravia intra vitrum liberrime et sine omni resistentia sensibili cadunt; ipsum aurum et pluma tenuissima simul demissa æquali cum velocitate cadunt, et casu suo describendo altitudinem pedum quatuor, sex vel octo, simul incidunt in fundum, ut experientia compertum est. Et propterea si in cœlos ascendatur aëre et

exhalationibus vacuos, planetæ et cometæ sine omni resistentia sensibili per spatia illa diuturnissime movebuntur. »

Pour la réduction du Pendule au vide, *voir* 1713.

1726. **Graham** (G.). *A Contrivance to avoid the irregularities in a Clock's motion, occasion'd by the Action of Heat and Cold upon the Rod of the Pendulum* (*Phil. Trans.*, **34**, 1726, p. 40).

Pendule compensateur à mercure.

1726. **Bernoulli** (Daniel). *De mutua relatione centri virium, centri oscillationis et centri gravitatis Demonstrationes geometricæ* (*Commentarii Academiæ Scientiarum Petropolitanæ*, **2**, p. 208).

1726. **Sully** (H.). *Description abrégée d'une horloge d'une nouvelle invention pour la juste mesure du temps sur mer.* In-4°, Paris, 1726.

Dans le Supplément, p. 239 : « *Sur les différentes longueurs du Pendule en différents climats; sur la dilatation et rétrécissement des métaux, et sur la résistance de l'air au mouvement des Pendules.* » Critiques fort intéressantes du Mém. de La Hire (1703).

1727. **Bernoulli** (Joh.). *Discours sur les lois de la communication du mouvement* (*Recueil des pièces qui ont remporté les prix de l'Acad. R. des Sc.*, t. I).

1727. **Hermann** (J.). *Theoria generalis motuum* (*Comm. Acad. Petrop.*, **2**, p. 139).

1727. **Bernoulli** (Joh.). *Theoremata selecta pro conservatione virium vivarum demonstranda et experimentis confirmanda* (*Comm. Acad. Petrop.*, **2**, p. 200).

1728. **Bülfinger** (G.-B.). *De causa gravitatis Physica generali Disquisitio Physica experimentalis* (*Recueil des pièces qui ont remporté les prix de l'Acad. R. des Sc.*, t. II).

1728. **Hermann** (J.). *Nova ratio deducendi regulam jam passim traditam pro centro oscillationis Penduli cujuscunque compositi, petita ex theoria motus gravium in arcubus circularibus* (*Comm. Acad. Petrop.*, **3**, p. 1).

1728. **De l'Isle de la Croyère** (L.). *Observatio longitudinis Penduli simplicis facta Archangelopoli a Ludovico De l'Isle, referente Jos. Nic. De l'Isle* (*Comm. Acad. Petrop.*, **4**, 1729, p. 322).

Expérience faite en avril 1728.

Voir *Monthly Notices*, **41**, 1880, p. 79 : *Note on the Length of the Pendulum observed by de l'Isle de la Croyère at Archangel in* 1728. By Major John Herschel.

1729. **Musschenbroek** (P. van). *Elementa Physices*. In-4°, Lugd. Bat., 1729 et in-8°, *ibid.*, 1734 (Trad. française par Massuet, 2 vol. in-4°, Leyde, 1739; allemande par Gottsched, in-8°, Leipzig, 1747).

1729. **Bernoulli** (Daniel). *Theorema de motu curvilineo corporum, quæ resistentiam patiuntur velocitatis suæ quadrato proportionalem* (*Comm. Acad. Petrop.*, **4**. p. 136).

1730-31. **Bernoulli** (Daniel). *Dissertatio brevis de motibus corporum reciprocis seu oscillatoriis, quæ ubique resistentiam patiuntur quadrato velocitatis suæ proportionalem, ubi ostenduntur theoremata, quorum ope expedite ad calculum revocantur motus Pendulorum in mediis perfecte fluidis 'præsertim aere ceu medio tenuissimo* (*Comm. Acad. Petrop.*, **5**, p. 106. *Additamentum*, p. 126).

1731. **Valerius** (G.). *Observatio et experimentum de funependulorum vibrationibus* (*Acta litteraria Sueciæ*, **3**, p. 112).

1731. **Cirillo** (N.). *Historia terræ motus Apuliam et totum fere Neapolitanum Regnum anno* 1731 *vexantis* (*Phil. Trans.*, **38**, 1733, p. 79).

Emploi du Pendule pour l'observation des tremblements de terre.

1731-32. **Graham** (G.). et **Campbell** (C.). *An account of some observations made in London by Mr George Graham F. R. S., and at Black-River in Jamaica by Colin Campbell, Esq. F. R. S., concerning the going of a Clock, in order to determine the difference between the lengths of isochronal Pendulums in those places.* Communicated by J. Bradley (*Phil. Trans.*, **38**, 1733, p. 302. — *Bradley's Miscellaneous Works and Correspondence.* In-4°. Oxford, 1832, p. 62).

Le pendule de Graham fut employé plus tard par Godin et par Maupertuis. La description en a été donnée par Maupertuis dans *La Figure de la Terre déterminée par les observations de MM. de Maupertuis*, etc., p. 162, et par de Brémond dans une note jointe à la traduction du Mémoire précédent (*Transactions philosophiques de la Soc. R. de Londres,* traduites par M. de Brémond. Année 1734, p. 110).

1732. **Bernoulli** (Daniel). *Theoremata de oscillationibus corporum filo flexili connexorum et catenæ verticaliter suspensæ.* (*Comm. Acad. Petrop.*, **6**, p. 108; **7**, p. 162).

1732. **D'Ons-en-Bray** (L.-L.-P.). *Description et usage d'un métromètre ou machine pour battre les mesures et les temps de toutes sortes d'airs* (*Mém. de l'Acad.*, 1732; *Mém.*, p. 182).

(Deuxième Partie : « Des longueurs qu'on doit donner au Pendule pour que les vibrations soient d'un nombre de tierces donné. »)

1733. **Buffon** (G.-L. Leclerc de). *Solution d'un problème sur l'oscillation d'un pendule dont le fil rencontre un obstacle fixe* (*Mém. de l'Acad.*, 1733; *Hist.*, p. 95).

1733. **Wolf** (Chr.). *Elementa Matheseos universæ.* Tomus II, qui Mechanicam cum Statica, Hydrostaticam, Aerometriam atque Hydraulicam complectitur. Halæ Magdeburgicæ. In-4°, 1733.

« Caput octavum : de descensu et adscensu corporum in lineis curvis. » Théorie du Pendule. W. suppose les arcs très petits. Il dit seulement que la durée augmente avec l'amplitude.

1734. **Alexandre** (Dom Jacques). *Traité général des horloges.* In-8°. Paris, 1734.

1734. **Elvius** (P.). *Theorema de oscillationibus pendulorum in arcubus circularibus* (*Acta Litteraria Sueciæ.* **3**, 1734, p. 71).

1735. **Stirling** (James). *On the figure of the Earth, and the variations of gravity on the surface* (*Phil. Trans.* **39**, 1735, p. 98).

1735. **Mairan** (J.-J. d'Ortous de). *Expériences sur la longueur du pendule à secondes à Paris : avec des remarques sur cette matière, et sur quelques autres qui s'y rapportent* (*Mém. de l'Acad.*, 1735; *Hist.*, p. 81; *Mém.*, p. 153).

Ces expériences furent entreprises sur l'invitation de l'Académie des Sciences, « les Académiciens destinés à la mesure de l'Équateur n'ayant pu, avant leur départ, faire cette expérience avec tout le loisir et tout l'appareil qu'elle exige ». Cependant, Godin assista aux premiers essais de Mairan. Elles furent faites au vieux Louvre, dans une salle du deuxième étage (p. 203). De Mairan fit usage de boules de plomb, de cuivre, d'ivoire et de cristal, de différentes grosseurs, suspendues à un fil de pite ou à un fil d'archal très fin fixé dans une pince, comme celle du pendule de Picard. Un plan de bois de noyer, bien poli et horizontal, étant placé au-dessous de la boule au repos, on mesurait la distance de la boule à ce plan en intercalant des lames de verre d'épaisseur connue; puis la distance de ce plan à la pince à l'aide d'une toise graduée. [Voir l'histoire de la Toise de M. de Mairan dans mes *Recherches historiques sur les Étalons de poids et mesures de l'Observatoire* (*Annales de l'Observatoire,* t. XVII des Mémoires, p. C. 10)]. Le chapitre le plus intéressant est celui qui a pour titre : « *Remarques. Manière de compter sans peine, et avec exactitude, un grand nombre d'oscillations; importance de cette exactitude. Longueur du Pendule, et grosseur de son poids les plus convenables* » (p. 166-168). C'est là que de Mairan expose la méthode connue aujourd'hui sous le nom de *méthode des coïncidences;* il appelle *moment de concours,* ou simplement *concours* « la chute commune et instantanée qui se fait de même part dans les deux Pendules, au moment qu'ils partent du repos, par exemple de droite à gauche.... Le retour complet des deux

Pendules à la même direction de mouvement, ou au concours, après un certain nombre de vibrations, emporte deux battements de plus ou de moins, dans le Pendule d'observation, selon qu'il est plus court, ou plus long que celui de l'Horloge. Car, après que le premier a passé de son concours primitif à un mouvement contraire, il a dès lors gagné ou perdu un battement, et il faut qu'il en gagne ou en perde un second sur le Pendule de l'Horloge, pour concourir de nouveau avec lui. Cet instant de chute en sens contraire, je l'appellerai *moment d'opposition* des deux Pendules, ou simplement l'*opposition* ». De Mairan prenait donc les coïncidences au moment où les Pendules étaient en même temps à l'extrémité de leur course, et non lorsqu'ils passent en même temps par la verticale et dans le même sens. C'est ce que montrent bien les *fig.* 6 et 7 de son Mémoire. Il notait d'ailleurs les oppositions aussi bien que les concours.

Voir aussi : P. 171 « *Remarques sur la correction à faire en conséquence de l'avancement ou du retardement de l'Horloge; et sur l'erreur que pourraient produire les excès de matière, ou les soufflures qui se trouveraient dans le poids du Pendule* ». De Mairan se contente de montrer que l'influence des soufflures est très faible, sans donner le moyen de l'éliminer.

P. 182. « *Remarques sur la complication de la pesanteur du fil avec celle du poids proprement dit du Pendule. Formule pour en évaluer les effets.* »

P. 200. « *Remarques. Inconvénient des grosses sphères; préférence à donner aux petites, et à la figure sphérique, pour le poids du Pendule, et au fil de pite sur tous les autres fils, et sur toute autre espèce de suspension.* »

P. 203. « *Récapitulation et résultat de toutes les expériences précédentes* ». De Mairan donne 3 pieds 8 lignes $\frac{17}{30}$ pour la longueur du Pendule à secondes.

P. 203. « *Effet de l'élévation du lieu.* »

P. 213. « *Sur l'extension des métaux par la chaleur.* » Quelques expériences grossières.

P. 214. « *Éclaircissement sur un article du Mémoire précédent, touchant la longueur du Pendule,* etc. »

De Mairan ne tient aucun compte du milieu dans lequel oscille le Pendule.

1735. **Clairaut** (Al.-Cl.). *Examen des différentes oscillations qu'un*

corps suspendu par un fil peut faire lorsqu'on lui donne une impulsion quelconque. (*Mém. de l'Acad.*, 1735; *Hist.*, p. 92; *Mém*,, p. 281.)

1735-43. Expédition de Godin, Bouguer et La Condamine au Pérou pour la mesure des trois premiers degrés du méridien. Expédition de Maupertuis au cercle polaire.

Godin (L.). *Sur la longueur du Pendule simple qui bat les secondes du temps moyen, observée à Paris et au Petit-Goave en l'île Saint-Domingue.* (*Mém. de l'Acad.*, 1735; *Mém.*, p. 505.)

Godin avait emporté une machine de Graham, sorte de Pendule invariable uni à un rouage qui en comptait les oscillations. Il fit aussi usage du Pendule quasi simple, dont il comptait les vibrations par la méthode des concours, et dont il mesurait la longueur à l'aide d'une règle à languette, fort analogue à celle qui fut employée plus tard par Borda.

Bouguer (P.). *Extrait d'une Lettre de M. Bouguer, écrite à M. de Réaumur du Petit-Goave dans l'île de Saint-Domingue, le* 26 *octobre* 1735. (*Mém. de l'Acad.*, 1735; *Mém.*, p. 522.)

« P. 526. J'ai fait faire ici un Pendule simple d'acier, et j'ai pris toutes les précautions que j'ai pu pour le rendre invariable. J'y ai fait mettre une lentille de 24 ou 25 livres, qui a environ 8 pouces de diamètre et 2 d'épaisseur; et afin de n'avoir pas à craindre qu'elle changeât de situation, j'ai fait mettre en dedans une traverse de fer qui lui sert d'axe, et qui est perpendiculaire à la verge. Cet instrument est suspendu par un couteau d'acier qui est trempé, et qui porte sur deux coussins d'acier qui le sont aussi. Ces coussins sont appliqués sur une platine de cuivre qui a un trou au milieu pour recevoir la verge du Pendule, et cette platine, qui est placée sur un *scabellum* de 4 $\frac{1}{2}$ pieds de hauteur, se met de niveau par le moyen de trois vis.... Je compte, dans tous les endroits où je passerai, comparer ce Pendule invariable à une Horloge que je comparerai elle-même avec le ciel; et découvrant, comme ici, combien il est plus long que celui dont les vibrations sont exactement d'une seconde, je sçaurai, à un ou deux centièmes de ligne près, combien diffè-

rent entre eux les Pendules des divers pays, au lieu que lorsqu'on cherche cette différence par les longueurs absolues, on n'est jamais sûr de l'obtenir à un dixième de ligne près. »

La Condamine (Ch.-M. de). *De la mesure du Pendule à St-Domingue.* (*Mém. de l'Acad.*, 1735; *Mém.*, p. 529).

Mém. reproduit en entier dans le tome IV de ce Recueil.

Anonyme. *Sur la longueur du Pendule dans la zone torride.* (*Mém. de l'Acad.*, 1736; *Hist.*, p. 115).

Relation des expériences de Godin, Bouguer et La Condamine à Saint-Domingue.

Bouguer (P.). *La Figure de la Terre, déterminée par les observations de Messieurs Bouguer et de La Condamine, envoyés par ordre du Roy au Pérou, pour observer aux environs de l'Équateur,* par M. Bouguer. In-4°, Paris, 1749.

P. 299, en note, le Pendule à Paris.

Septième Section. *Détails des expériences ou observations sur la gravitation, avec des remarques sur les Causes de la Figure de la Terre*, p. 327. — I. Détails des expériences faites pour déterminer la longueur du pendule à secondes, p. 329. — Description du Pendule et du mode d'observation, p. 332 : « L'étendue des oscillations diminue sensiblement en progression géométrique en temps égaux. » —Expériences au Pichincha, août 1737. — Expériences à Quito, sept. 1737. — Réduction qu'il faut faire aux longueurs du Pendule trouvées immédiatement par l'expérience, p. 338. — Réduction au vide, p. 340 : « L'usage du Baromètre nous met en état de découvrir le rapport qu'il y a entre la pesanteur du mercure et celle de l'air dans tous les endroits de l'atmosphère qui sont accessibles. Nous voyons combien il faut monter ou descendre de pieds pour que le mercure change de hauteur d'une ligne. C'en est assez pour qu'on en puisse toujours marquer au juste la pesanteur spécifique de l'air par rapport à celle de tous les autres corps. J'ai trouvé de cette sorte qu'il ne fallait exprimer la première que par l'unité sur le sommet du Pichincha si l'on exprimait celle du cuivre par 11000. Or il suit de là que le petit poids de mon Pendule simple perdait sur cette montagne la 11000ème partie de sa pesanteur. Cette diminution ou cette perte

produisait le même effet que si elle se fût faite réellement sur la force motrice même; et par une suite naturelle je trouvais toujours le Pendule à secondes trop court d'une 11000ème partie. Pour corriger le défaut il faut ajouter $\frac{4}{100}$ de ligne, et il est visible que l'équation doit être un peu plus forte dans tous les autres lieux qui sont plus bas, puisque l'air y est plus condensé par le poids de la partie supérieure de l'Atmosphère. C'est la première fois qu'on a égard à cette petite correction dans les expériences dont il s'agit actuellement; mais nous ne pouvons pas la négliger si nous voulons pousser les choses jusqu'à la plus grande exactitude, et si d'un autre côté nous devons ajouter foi aux principes les plus certains de l'Hydrostatique (p. 340). »

Tableau des longueurs rèduites du Pendule à secondes, ou telles qu'elles seraient si les Pendules faisaient leurs oscillations dans le vide, p. 342.

II. *Comparaison de la pesanteur et de la force centrifuge que contractent les graves par le mouvement de la Terre autour de son axe, avec des remarques sur les effets de ces deux forces,* p. 343.

III. *Remarques sur la diminution que reçoit la pesanteur à différentes hauteurs au-dessus du niveau de la mer,* p. 357.

IV. *Mémoire sur les attractions et sur la manière d'observer si les montagnes en sont capables,* p. 364. — Expériences au Chimboraço, déc. 1738.

La Condamine (Ch.-M. **de**). *Journal du voyage fait par ordre du Roi à l'Équateur.* In-4°, Paris, 1751.

Ce Journal indique seulement les stations où furent faites les observations du Pendule et les dates de ces observations, sans aucun autre détail.

Le Petit-Goave, août-oct. 1735; Portobello, nov.-déc. 1735; Panama, janv.-fév. 1736; Manta, mars 1736; Palmar, *id.*; Riojama, avril 1736; Lima, fév. 1737; Pitchincha, août et octobre 1737, août 1742; Chimboraço et Riobamba, déc. 1738; Quito, juillet et août 1742; le Parà, déc. 1743; Cayenne, 1744.

Les expériences furent faites soit avec un Pendule simple à une seconde ou à deux secondes, soit avec un Pendule invariable pouvant marcher vingt-quatre heures (p. 143 et 144 et p. 165). Voir aussi, sur ce Pendule, *Mém. de l'Acad.*, 1745, p. 476.

et 1747, p. 508. Ce Pendule passa plus tard dans les mains de Lalande, qui en fit usage à Paris en 1767 et 1781. Lalande l'envoya ensuite à Mallet, qui l'employa à Genève en 1769, à Saint-Pétersbourg et à Ponoï; puis il le remit à d'Agelet pour son voyage autour du monde en 1785, où cet astronome périt avec La Peyrouse. (*Astronomie de Lalande,* 3ᵉ édition, t. III, p. 45).

La Condamine. *Mesure des trois premiers degrés du Méridien, tirée des observations de Messieurs de l'Académie Royale des Sciences, envoyés par le Roi sous l'Équateur.* In-4°. Paris, 1751.

« Art. XXI. Expériences sur les changements de longueur d'une Toise de fer, exposée à différents degrés de chaleur, p. 75. (Mesure de la dilatation de la Toise du Nord, par la variation de durée de l'oscillation de cette règle de fer suspendue à un couteau). — Ces expériences furent faites à Paris après le retour de La Condamine.

La Condamine. *Relation abrégée d'un voyage fait dans l'intérieur de l'Amérique méridionale, depuis la côte de la mer du Sud, jusques aux côtes du Brésil et de la Guyanne, en descendant la rivière des Amazones.* In-4°. Paris, 1745. (*Mém. de l'Académie,* 1745; *Hist.*, p. 63; *Mém.*, p. 391).

Expériences sur la pesanteur au Parà, Déc. 1743. *Relation*, p. 180; *Mém.*, p. 476. — A Cayenne, fév. 1744. *Relation*, p. 200; *Mém.*, p. 485.

La Condamine. *Nouveau projet d'une mesure invariable propre à servir de mesure commune à toutes les nations.* (*Mém. de l'Acad.*, 1747; *Hist.*, p. 82; *Mém.*, p. 489).

Dans la IIᵉ Partie de ce Mémoire, La C. propose comme mesure universelle la longueur du *Pendule équinoxial,* et donne quelques détails sur les expériences faites à Quito.

Juan (Don Jorge) et **Ulloa** (Don Antonio **de**). *Observaciones astronomicas y phisicas hechas de orden de S. Mag. en los reynos del Perù, de las quales se deduce la Figura y Magnitud de la Tierra y se aplica à la navigacion.* In-4°. Madrid, 1748.

Libro VIII. *De las experiencias del Pendulo simple, y conclusion de la Figura de la Tierra.*

Cap. I. *Motivos que obligaron à emprender las experiencias del Pendulo*, p. 313.

Cap. II. *Descripcion del Instrumento con que se hicieron*, p. 315.

Cap. III. *De las experiencias hechas in Quito* (juillet 1736, Godin, D. Juan et D. Antonio), p. 319.

Cap. IV. *De las experiencias hechas en el Cabo Francès* (Le Cap Français à Saint-Domingue. D. Jorge), p. 329.

Cap. V. *Conclusion de la Figura de la Tierra.*

L'Ouvrage de D. Jorge Juan a été publié en français à la suite du *Voyage historique de l'Amérique méridionale*. Amsterdam et Leipzig. 2 vol., in-4°, 1752. *Exp. du Pendule*, pp. 240 à 254.

Ces diverses relations ne font connaître qu'un très petit nombre des longueurs observées du Pendule. Ces longueurs furent connues en Europe par des lettres particulières.

Maupertuis (P.-L. Moreau **de**). *La figure de la Terre déterminée par les observations de Messieurs de Maupertuis, Clairaut, Camus, Le Monnier, l'Abbé Outhier et Celsius, faites par ordre du Roy au Cercle polaire.* In-8°. Paris, 1738.

Livre troisième, *Mesure de la pesanteur au Cercle polaire*, p. 153.

Chap. II. *Expériences faites à Pello sur la pesanteur* (avril 1737). Description du Pendule de Graham.

Chap. III. *Expériences faites à Paris avec le même instrument* (févr.-mars 1738).

Chap. IV. *Accélération de la Pendule.*

Chap. V. *Expériences faites avec d'autres instruments.*

Chap. VI. *Réflexions sur les augmentations de la Pesanteur.*

— *La figure de la Terre déterminée par MM. de l'Académie R. des Sciences qui ont mesuré le degré du Méridien au Cercle polaire.* (*Mém. de l'Acad.*, 1737; *Hist.*, p. 90; *Mém.*, p. 389.)

Détermination de la longueur du Pendule à Pello, p. 465.

-- *Mesure de la pesanteur dans la zone glaciale*, p. 123, à la fin du *Discours sur la parallaxe de la Lune pour perfectionner la théorie de la Lune et celle de la Terre*. In-8°, Paris, 1741.

Outhier (l'Abbé R.). *Journal d'un voyage au Nord en* 1736 *et* 1737. In-4°, Paris, 1744.

Le Pendule à Pello, p. 233.

1736. **Krafft** (G.-W.). *De figura Terræ. Dissertatio prima.* (*Comm. Acad. Petrop.*, **8**, p. 220).

1736. **Derham** (W.). *Experiments concerning the vibrations of Pendulums.* (*Phil. Trans.*, **39**, 1736, p. 201. — *Journal des Savants*, 1737, p. 742.)

1737. ***Klingenstjerna** (S.). *De gravitate corporum terrestrium.* Upsaliæ, 1737.

1737. **Clairaut** (Al.-Cl.). *Investigationes aliquot, ex quibus probetur, Terræ figuram secundum leges attractionis in ratione inversa quadrati distantiarum, maxime ad ellipsim accedere debere.* (*Phil. Trans.*, **40**, 1737, p. 19.)

1737. **De l'Isle** (J.-N.). *Projet de mesure de la Terre en Russie*, lu dans l'Assemblée de l'Acad. des Sc. de Saint-Pétersbourg, le 21 janvier 1737. In-4°, Saint-Pétersbourg.

Vorschlag, welcher Gestalt durch einige im Russischen Reiche zu unternehmende Abmessungen, das Maas und die wahre Gestalt der Erdkugel ausfündig zu machen sey. 23 p. in-4°. Saint-Pétersbourg, 1737.

Ce discours a été traduit en anglais dans les *Phil. Trans.*, **40**, 1727, p. 27, et reproduit en français par de Brémond dans sa Traduction des *Phil. Trans.*, année 1737, p. 27.

1738. (**Maupertuis.**) *Examen désintéressé des différents Ouvrages qui ont été faits pour déterminer la figure de la Terre.*

avec l'examen des trois Dissertations de M. Desaguliers. In-12, Oldenbourg, 1738. — 2e édit. In-8°. Amsterdam, 1741. — (*Journal des Sçavants*, 1740, p. 153.)

1738. **Clairaut** (Al.-Cl.). *Des centres d'oscillation dans les milieux résistants.* (*Mém. de l'Acad.,* 1738; *Mém.*, p. 159).

1738. **Valerius** (G.). *Observatio et experimentum de funependulorum vibrationibus.* (*Acta Litter. Sueciæ.* Upsaliæ, **3**, p. 112.)

1738. **Celsius** (A.). *De Observationibus pro figura Telluris determinanda in Gallia habitis Disquisitio.* Upsaliæ. In-4°, 1738.

1738. **Elvius** (P.). *De oscillatione Pendulorum in horologiis automatis.* (*Acta Litter. Sueciæ*, **3**, 1738, p. 431.)

1738. ***Polack** (J.-F.). *De Gravitate corporum.* In-4°, Francoforti, 1738.

1738. **Becher** (J.-J.). *Actorum laboratorii chymici monacensis, seu Physicæ subterraneæ, LibriII.* In-4°, Lipsiæ, 1738.

A la fin de cet Ouvrage : *De nova temporis dimitiendi ratione et accurata horologiorum ratione,* Mémoire présenté à la Soc. Royale de Londres en 1680. C'est dans ce Mémoire que Becher (et non Becker, comme l'écrivent de Zach et Bailly) revendique pour Bürgi l'invention de l'application du Pendule aux horloges.

1739. **Ellicott** (John). *An Account of the influence which two pendulum Clocks were observed to have upon each other.* (*Phil. Trans.,* **41**, p. 126.)

Further observations and experiments concerning the two Clocks above mentioned. (*Ibid.*, p. 128.)

1739. **Le Seur** et **Jacquier** (Les P.). *Isaaci Newtonii Philosophiæ naturalis Principia mathematica, perpetuis commenta-*

riis illustrata, communi studio PP. Thomæ Le Seur et Francisci Jacquier. 3 vol. in-4°, Coloniæ Allobrogum. 1739. — 2e édition, 1760.

« P. 115 (2e édition) en note : Détermination de la longueur du Pendule à Rome, avec les PP. Boscovich et Maire. On fit usage du Pendule de de Mairan, avec tous les perfectionnements introduits par ce Physicien et par Godin, Bouguer et La Condamine. La longueur trouvée, citée par Lulofs (1750), est de 39,0974 pouces anglais, soit 3 pieds 8 lignes $\frac{3888}{10000}$ ou $\frac{28}{100}$ de Paris, suivant que l'on adopte le rapport du pied anglais au pied français donné par Newton, ou celui qu'a donné Godin. — Les expériences furent faites dans les mois de juillet et d'août, l'année n'est pas indiquée. Mais, puisque l'on employa la méthode de Mairan, qui ne fut publiée qu'en 1738 et que les résultats furent consignés dans la 1re édition de 1739, la seule qu'ait pu consulter Lulofs (1750), la date en doit être 1738 ou 1739.

1739. ***Manfredi** (E.). *Istoria della Controversia sulla figura della Terra, etc.* (*Osservazioni letterarie del S. Scipione de Maffei,* **4**, Verona).

1740. **Châtelet** (G.-E. **de Breteuil**, marquise **du**). *Institutions de Physique.* In-8°, Paris, 1740.

Chap. 13 et 14, *De la Pesanteur.* — Chap. 15, *Digression sur la Figure de la Terre.* — Chap. 18, *De l'oscillation des Pendules.*

1740. **Brémond** (Fr. **de**). *Note historique sur les longueurs du Pendule à secondes à diverses latitudes,* insérée dans sa *Traduction des Transactions philosophiques de la Société Royale de Londres,* année 1734. In-4°. Paris, 1740, p. 126.

Cette Note, très importante par les détails qu'elle donne sur l'histoire du Pendule, est accompagnée d'une : *Carte des lieux où les différentes longueurs du Pendule à secondes ont été observées, comprenant toutes les observations qui en ont été faites par divers astronomes de l'Acad. Royale des Sciences, de la Société Royale de Londres depuis* 1670 *jusques et compris celles qui ont été faites en* 1735, 1736 *et* 1737 *à Paris, en Amérique et en Laponie par ordre du Roy et de l'Acad.*

Royale des Sciences pour déterminer la figure de la Terre, avec les Tables calculées d'après ces observations par MM. Newton, Bradley et de Maupertuis. Dressée par Ph. Buache, de l'Acad. des Sc. — En marge, une Table de toutes les longueurs observées du Pendule, rangées par ordre de latitude. — Voir sur cette Note *Journal des Savants*, 1740, p. 102.

1740. **Maclaurin** (C.). *De causa physica fluxus ac refluxus maris.* (*Pièces de prix de l'Acad. en* 1740-41, **4**, p. 195).

Dans ce Mémoire, Maclaurin démontre qu'un sphéroïde aplati satisfait aux conditions d'équilibre d'une masse fluide homogène peu différente d'une sphère, et douée d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe. Il démontre aussi que l'accroissement de la gravité de l'équateur au pôle doit varier comme le carré du sinus de la latitude, et que le rapport de l'accroissement total à la gravité à l'équateur doit être exprimé par la fraction représentant l'ellipticité $\frac{a-b}{b}$ ou, en d'autres termes, est les $\frac{5}{4}$ du rapport de la force centrifuge à l'équateur à la gravité équatoriale.

1740. **Simpson** (Th.). *Essays on several curious and useful subjects in speculative and mixt Mathematics.* In-4°, London, 1740.

« P. 65. *Of the motion and resistance of Pendulum Bodies in a Medium.*

1741. **Boscovich** (Le P. R.-G.). *De inæqualitate gravitatis in diversis Terræ locis.* Dissertatio habita in Seminario Romano. In-4°, Romæ, 1741.

1741. **Cassini** (Jacques). *Moyen de construire un pendule qui ne puisse s'allonger par la chaleur, ni se raccourcir par le froid.* (*Mém. de l'Acad.*, 1741; *Hist.*, p. 147; *Mém.*, p. 363).

1741. **Maupertuis** (P.-L. **Moreau de**). *Discours sur la parallaxe de la Lune*, ... In-8°. Paris, 1741.

A la fin : Mesure de la pesanteur dans la zone glaciale, p. 123 (déjà cité en 1737).

1741. **Elvius** (P.). *Sätt at mäta Vatnets hastighet.* (Moyen de mesurer la vitesse de l'eau). (*Svenska Vetensk. Acad. Handl.*, **2**, 1741, p. 116).

Application du pendule.

1742. **Polhem** (Chr.). *Sur le centre d'oscillation d'un balancier.* (*Ibidem,* **3**, p. 131.)

1742. [**Mairan** (de).] *Sur la figure de la Terre.* (*Mém. de l'Acad.*, 1742; *Hist.*, p. 87).

1742. [**Mairan** (de).] *Projet d'expériences sur la réciprocation du Pendule, ou Sur un nouveau mouvement de la Terre.* (*Mém. de l'Acad.*, 1742; *Hist.*, p. 104. — *Journal des Savants,* 1746, p. 43.)

Les expériences demandées par de Mairan furent exécutées d'abord par Claude Le Cat, Secrétaire de l'Académie des Sciences et Belles-Lettres de Rouen et Correspondant de l'Académie, qui installa, dans la Cathédrale de Rouen, un pendule de 127 pieds bien protégé contre les courants d'air. Le résultat fut que la réciprocation du Pendule ne se produit pas. (*Mém. de l'Acad.*, 1754; *Hist.*, p. 3. La date de ces expériences n'est pas indiquée.)

Le baron de Grante opéra à Paris en 1743 avec un Pendule de 30 pieds, puis dans une cave à Saint-Pierre de Vauvray proche Louviers, avec un Pendule de 11 pieds. Il trouva que le Pendule oscillait, mais dans des directions irrégulièrement variables. (*Mém. de l'Acad.*, 1754; *Hist.,* p. 4 et 5; *Mém.*, p. 251; *Journal de Trévoux*, octobre 1754, 1er vol., p. 2464.)

1743. **Poleni** (Giov.). *De novis quibusdam cogitationibus ad explorandum, num Pendula vi aliqua centrifuga perturbentur, Commentariolum Illustrissimæ Societati Regali Londinensi oblatum.* (*Phil. Trans.*, **42**, 1742, p. 299.)

1743. **Clairaut** (Al.-Cl.). *Théorie de la figure de la Terre, tirée des principes de l'Hydrostatique.* In-8°, Paris, 1743.

Première Partie, Chap. XII : *Manière d'employer la Mesure actuelle des Degrés du Méridien et des longueurs du*

Pendule à secondes, à la recherche de la Loi suivant laquelle agit la Gravité. — Deuxième Partie, Chap. III : *Manière de déterminer la variation de la Pesanteur, depuis l'Équateur jusqu'au Pôle, dans un Sphéroïde composé de Couches, dont les densités et les ellipticités varient d'une manière quelconque du centre à la surface.* — Théorème de Clairaut, § XLIX, p. 249.

1743-49. **Bradley** (J.). *Experiments to determine the length of the Pendulum vibrating seconds at Greenwich.* Dr Bradley's Miscellaneous Works and Correspondence, published by S.-P. Rigaud. In-4°. Oxford, 1832, p. 384.

D'après une note de l'Éditeur, l'appareil avait été construit par Graham. C'était une boule de cuivre suspendue à un fil de pite, ou une boule plus lourde fixée à un fil métallique porté par un couteau. On déterminait la longueur en amenant, à l'aide d'une vis, un miroir d'acier à toucher la partie inférieure de la boule, et l'on mesurait la distance de ce miroir à l'axe de suspension avec des règles étalons de laiton, d'acier, de cuivre et de bois. La durée et le nombre des oscillations étaient comptés en marquant le moment où le milieu d'une oscillation coïncidait avec le battement de l'horloge. Il n'est fait aucune correction pour la résistance de l'air ni pour l'amplitude de l'oscillation. Les expériences furent faites en sept., oct. et déc. 1743; janv., juillet, août, sept., oct. 1744; fév., juillet, août 1745, et août 1749.

1744. **Courtivron** (G., marquis **de**). *Sur les oscillations du Pendule dans des arcs de cercle, principalement lorsque ces arcs ont peu d'étendue.* (*Mém. de l'Acad.*, 1744; *Hist.*, p. 30; *Mém.*, p. 384.)

Formule de réduction à l'arc infiniment petit. Courtivron considère la réduction comme négligeable quand l'arc est moindre que $\frac{1}{2}$ degré.

1744. **Celsius** (A.). *Om Tyngdens tilltagande ifrån London till Upsala, i anledning af Pendlars olika svangning på dessa ställen.* (De l'accroissement de la pesanteur de Londres à Upsal, accusé par la différence des oscillations des Pendules en ces deux stations.) (*Svenska Vetenskaps Acad. Handlingar*, **5**, 1745, p. 1.)

1745. **Zanotti** (E.). *De figura Telluris.* (*Commentarii Bononienses.* t. II, Ire Partie, p. 44; IIe Partie, p. 210).

1747. **Bernoulli** (D.). *Recherches méchaniques et astronomiques sur la question proposée par l'Acad. R. des Sc. pour l'année 1745 : La meilleure manière de trouver l'heure en mer, etc.* [*Pièces de prix de l'Acad.* en 1747 (1750), p. 1.]

Dans le Chap. I, Examen du mouvement d'un Pendule sur un navire.— Chap. II. Sur la meilleure manière de mesurer le temps absolu.—Influence de l'inégalité des arcs sur la durée d'oscillation d'un Pendule. Bernoulli établit la formule de réduction des oscillations à l'arc infiniment petit.

1747. ***Alberti** (M.). *De motu gravium in medio resistente.* Halæ. 1747.

1748. **Diderot** (D.). *Lettre sur la résistance de l'air au mouvement des Pendules, avec l'examen de la théorie de Newton sur ce sujet.* (Mémoires sur différents sujets de Mathématiques. In-8°, Paris, 1748; 5e Mémoire, p. 201).

1748. **Jackson** (Rowland). *A new theory of the figure of the Earth, wherein are demonstrated the mechanical causes of its figure as it is determined by the observations of Rowland Jackson.* In-8°. London, 1748.

1749-50. **Wargentin** (P.). *Vetenskapernas Historia. Om jordens skapnad och storlek* (Histoire des Sciences. De la forme et de la grandeur de la Terre.) (*Svenska Vetenskaps Acad. Handlingar,* **10**, 1749, p. 233; **11**, 1750, p. 1 et 81.)

1749. **Faggot** (I.). *Tankar om hwarjehanda metallers och trädslags ändring uti storlek af luftens Köld och Wärma, lampade til ätskilligt gagn uti hushälning, wetenskaper och slögder* (Réflexions sur les variations de dimension de diverses espèces de métaux et de bois par le froid ou le chaud de l'air, etc.). (*Svenska vet. Acad. Handl.,* **10**, 1749, p. 429.)

IIe Partie : Construction d'un Pendule métallique dont la longueur ne varie pas sous l'action de la chaleur ni du froid.

1749. **Krafft** (G.-W.). *De gravitate terrestri.* In-4°, Saint-Pétersbourg, 1749.

1750. **Mallet** (Fr.). *Philosophorum tentamina pro invenienda figura et magnitudine Telluris leviter adumbrata.* Dissertatio Upsaliæ habita, 1750.

1750. **Lulofs** (J.). *Inleiding tot eene natuur en wiskundige Beschouwinge des Aardkloots* (Introduction à une étude physique et mathématique du globe terrestre). In-4°, Leyde et Zutphen, 1750.

P. 17. Table des longueurs observées du Pendule.
Traduction allemande, par Kastner. In-4°, Göttingen et Leipzig, 1755.

1750-51. **Euler** (L.). *De motu tautochrono Pendulorum compositorum.* (*Novi Comm. Acad. Petrop.*, **3**, *Summ.*, p. 23; *Mém.*, p. 286. — *Nova Acta Eruditorum*, 1759, p. 319.)

1751. **Frizi** (Paolo). *Disquisitio Mathematica in caussam physicam figuræ et magnitudinis Telluris nostræ.* In-4°, Mediolani, 1751.

1751. **Kratzenstein** (C.-G.). *Annotationes circa constructionem horologii marini.* (*Novi Comm. Acad. Petrop.*, **3**, 1750-51; *Summ.*, p. 34; *Mém.*, p. 381. — *Nova Acta Eruditorum*, 1759, p. 322.)

1751-52. **La Caille** (N.-L. **de**). *Diverses observations faites pendant le cours de trois différentes traversées pour un voyage au Cap de Bonne-Espérance et aux isles de France et de Bourbon.* (*Mém. de l'Acad.*, 1754; *Hist.*, p. 110; *Mém.*, p. 94).

Observations pour la longueur du Pendule à Rio-Janeiro, 1751, p. 108.

— *Diverses observations astronomiques et physiques faites au Cap de Bonne-Espérance pendant les années* 1751,

1752 *et partie de* 1753. (*Mém. de l'Acad.*, 1751; *Hist.*, p. 158; *Mém.*, p. 398.)

Art. X. Mesure de la longueur du Pendule à 33° 55′ de latitude australe, en 1752, p. 436.

Mathieu (L.). *Sur les expériences inédites de La Caille.* (*Histoire de l'Astr. au* XVIIIe *siècle,* par Delambre, p. 477, en note.)

1752. **Ellicott** (J.). *A Description of two Methods, by which the Irregularities of the Motion of a Clock, arising from the Influence of Heat and Cold upon the Rod of the Pendulum, may by prevented.* (*Phil. Trans.*, **47**, 1751-52, p. 479.)

1752. **Short** (James). *A Letter to the Roy. Society, concerning the inventor of the contrivance in the Pendulum of a Clock, to prevent the irregularities of its motion by Heat and Cold.* (*Phil. Trans.*, **47**, 1751-52. p. 517.)

Historique de la compensation du Pendule. Le 1er P. à gril fut exécuté par Harrison en 1725.

1754. **Chéseaux** (J.-Ph. de Loys **de**). *Sur l'oscillation du Pendule dans un arc de cercle.* Mémoires posthumes de Loys de Chéseaux sur divers sujets d'Astronomie et de Mathématiques, avec de nouvelles Tables du Soleil et de la Lune. In-4°. Lausanne, 1754.

1754. **Nollet** (l'Abbé J.-A.). *Leçons de Physique expérimentale.* 6 vol. in-12, Amsterdam, 1754.

1754. ***D'Halloy** et **Klaus** (les Pères). *Dialogi tres de celeritate gravium, quos finxit inter celeberrimos mathematicos et physicos e Societate Jesu de Lannis, Riccioli et Calfati.* Græcii (Gratz), 1754.

1754. **Grante** (**de**). *Lettre de M. le baron de Grante à M. de l'Isle sur des expériences touchant la réciprocation du Pendule*

faites en 1743 et 1753. (*Mém. de Trévoux,* 1[er] vol., oct. 1754; — *Mém. de l'Acad.*, 1754; *Hist.*, p. 4; *Mém.*, p. 251.)

Voir sur la réciprocation du Pendule, 1643, Gassendi, Morin et Lobkowitz, de Mairan, 1742.

1754. **Bouguer** (P.). *Sur la direction qu'affectent les fils à plomb.* (*Mém. de l'Acad.* 1754; *Hist.*, p. 1; *Mém.*, p. 250.)

Expériences curieuses faites aux Invalides à l'aide d'une lunette suspendue à un long pendule. B. en conclut que la prétendue déviation diurne du Pendule est insensible.

1754. **Hanov** (Chr.). *Sur une mesure universelle.* (*Abhandl. der naturforsch. Gesellschaft in Danzig.* **2**, 1754.)

L'Auteur propose, comme La Condamine, l'emploi du P. à secondes.

1755. **La Condamine** (Ch.-M. **de**). *Extrait d'un journal de voyage en Italie.* (*Mém. de l'Acad.*, 1757; *Hist.*, p. 6; *Mém.*, p. 336).

Expériences sur le Pendule, 1755, en commun avec le P. Boscovich, p. 387.

1755. **Maire** et **Boscovich** (les Pères). *De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem, ad dimitiendos duos meridiani gradus.* In-4°, Romæ, 1755.

Traduit par le P. Hugon (dit Chatelain) sous le titre :

Voyage Astronomique et Géographique dans les États de l'Église, entrepris par les ordres et sous les auspices du Pape Benoît XIV, pour mesurer deux degrés du Méridien et corriger la carte de l'État Ecclésiastique, augmenté de notes par le P. Boscovich. In-4°. Paris, 1770.

Livre V, p. 466. Observations du Pendule à Rome, faites en commun avec La Condamine, à l'aide du Pendule invariable que celui-ci avait employé en Amérique. Le P. B. dit ici que ce Pendule avait servi à l'Abbé de La Caille au Cap de Bonne-Espérance; mais il remarque dans la Préface que c'est une méprise. Le Pendule de La Caille était seulement semblable à celui de La Condamine. Le Père B. ne donne pas le résultat des observations.

1755. **Silvabelle** (G. de Saint-Jacques **de**). *Expériences sur un Pendule d'ébène.* (*Mémoires de Math. et de Phys. rédigés à l'Observatoire de Marseille.* In-4°, Avignon, année 1755, IIe Partie, p. 171.)

1755. **Lepaute** (J.-A.). *Traité d'Horlogerie.* In-4°. Paris, 1755. — *Supplément*, 1760. 2e édition, 1767.

« Chap. XXI. Du mouvement oscillatoire d'un Pendule simple ou composé, libre ou appliqué aux horloges. » Ce Chapitre a été écrit par Lalande; il y est parlé de la correction d'amplitude des arcs. — « Table de la longueur que doit avoir un Pendule simple pour faire en une heure un nombre de vibrations quelconque, depuis 1 jusqu'à 18000, calculée par Mme Lepaute. »

1756. **Alembert** (J. Le Rond **d'**). Article *Figure de la Terre* dans l'*Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers...,* par une Société de gens de lettres. Paris, 1756.

T. VI, p. 756 : « Tableau des longueurs du Pendule corrigées par le Baromètre et réduites à celles d'un Pendule qui oscillerait dans un milieu non résistant. » C'est la première fois que la réduction au vide est appliquée d'une manière générale. — *Voir* aussi l'art. *Pendule* (1765).

1757. **Lulofs** (Johann). *Proefnemingen over de Langte van der enkelen Slinger te Leiden.* (Expériences sur la longueur du Pendule simple à Leyde). (*Verhandelingen der Hollandse Maatschappy der Weetenschappen te Haarlem,* **3**, p. 419).

L'appareil employé par Lulofs est conservé à l'Observatoire de Leyde (*Ann. der Stornwarte in Leiden,* herausgegeben von Kaiser, **1**, 1868, p. LIV).

1757-58. **Grischow** (A.-N.). *Relatio observationum et experimentorum, quorum instituendorum iter anno MDCCLVII in insulam Osiliam susceptum occasionem præbuit.* (*Novi Comment. Acad. Petrop.* **7**, 1758-59; *Summ.*, p. 37; *Mém.*, p. 445.)

« Caput I. Experimenta circa gravitatem beneficio Penduli

immutabilis ducta de La Condamine Parisiis elaborati et ad Academiam Imperialem transmissi instituta. »

« Caput II. Experimenta exquisitiora circa gravitatem, beneficio Penduli simplicis instituta. »

Le P. invariable était identique au P. de Graham employé par les Académiciens français au Pérou. Le P. simple, semblable à celui de Bouguer, était le même dont La Caille avait fait usage à Paris et au Cap. Les observations furent faites avec les deux Pendules : à Saint-Pétersbourg, août 1757, à Revel, sept. 1757, à Arensbourg, dans l'île d'Œsel, d'oct. 1757 à août 1758, à Pernau, août 1758, et à Dorpat, sept. et oct. 1758.

« Caput V. De longitudine Penduli simplicis ad singula minuta secunda temporis medii oscillantis. »

G. ne fait subir aucune réduction aux résultats de ses expériences.

1757. **Ximenes** (le Père L.). *Del vecchio e nuovo Gnomone Fiorentino, e delle osservazione astronomiche, fisiche e architettoniche fatte nel verificarne la costruzione Libri IV.* Firenze, 1757.

« Libro IV. Delle osservazione e sperienze fatte nell' occasione della costruzione di questo Gnomone. — Capo I. Esperienza sulla lunghezza del Pendolo, p. 235 » (la longueur du Pendule était de 277 pieds). — « Capo II. Del Pendolo Fiorentino rappresentante la gravità attuale alla latitudine Fiorentina, p. 271. » Le P. X. établit par ces expériences que la durée de l'oscillation diminue avec l'amplitude, fait déjà constaté par Bouguer (*Hist. de l'Acad.* pour 1736, p. 115). — Capo VIII. Della reciprocazione del Pendolo, sua storia, sua teoria calcolo degli angoli di reciprocazione per le forze lunari e solari. » Le P. X. calcule que la déviation du fil à plomb par l'action lunisolaire atteindrait au maximum 0",126, soit moins d'un 30e de ligne pour son pendule de 277 pieds. Les déviations observées doivent être attribuées à l'inégal échauffement des murs aux différentes heures de la journée.

1758. **La Condamine** (Ch.-M. de). *Remarques sur la Toise-étalon du Châtelet et sur les diverses Toises employées aux mesures des degrés terrestres et à celles du Pendule à secondes.* (Mém. lu en 1758). (*Mém. de l'Acad.*, 1772. *Hist.*, p. 8; *Mém.*, p. 482.)

1759. **Stepling** (J.). *Solutio directa problematis de inveniendo centro oscillationis.* (*Nova Acta Eruditorum*, 1759, p. 14.)

1760. **Quinette**. *Pendule où l'on remédie aux inégalités du Pendule, causées par le froid et le chaud, au moyen d'une verge ou d'un Pendule de correction égal au premier, et qui, agissant en sens contraire, en corrige les inégalités de la même manière qu'elles sont produites.* (*Mém. de l'Acad.*, 1760. *Hist.*, p. 155.)

1760. ***Matani** (Ant.). *Della figura della Terra.* Pistoja, 1760.

1761. **Roumovski** (Et.). *Brevis expositio observationum occasione transitus Veneris per discum Solis in urbe Selenginsk anno* 1761 *institutarum.* (*Novi Comment. Acad. Petrop.*, **11**, 1765. *Summ.*, p. 41; *Mém.*, p. 443.)

« Experimenta circa longitudinem Penduli simplicis minuta secunda oscillantis in urbe Selenginsk instituta (juillet 1761). »

1762. **Maskelyne** (N.). *Observations on a Clock of Mr John Shelton, made at St Helena; in a letter to the Right Honourable Lord Cavendish.* (*Phil. Trans.*, **52**, 1762, p. 434.)

1762. **Mason** (Ch.). *Observations for proving the going of Mr Ellicott's Clock at St Helena.* (*Phil. Trans.*, **52**, 1762, p. 534.)

1762. **Short** (James). *An account of Mr Mason's paper, concerning the going of Mr Ellicott's Clock at St Helena.* (*Phil. Trans.*, **52**, 1762, p. 540.)

1764. **Maskelyne** (N.). *Remarks on the foregoing account.* (*Phil. Trans.*, **54**, 1764, p. 380.)

1762. **Mallet** (Fréd.). *Method att integrera, förklarad uti et problem, om luftens motstånd emot Pendlar.* (Méthode d'intégration expliquée par un problème sur la résistance de l'air au mouvement des Pendules). (*Svensk. Vetensk. Acad. Handl.*, 1762, p. 143.)

1763. **Berthoud** (Ferd.). *Essai sur l'horlogerie.* 2 vol. in-4°. Paris, 1763.

T. II, Chap. XIX à XXIII. Expériences sur la dilatation des métaux et applications à la construction des Pendules compensés. — P. 430 : Table des longueurs du Pendule simple qui bat en une heure un nombre de vibrations donné, depuis 1 pouce à 80 pieds.

1763-69. **Legentil de la Galaisière** (G.-H.-J.). *Voyage dans les mers de l'Inde fait par ordre du Roi, à l'occasion du passage de Vénus sur le disque du Soleil, le* 6 *juin* 1761 *et le* 3 *du même mois* 1769, *par M. Legentil, de l'Académie des Sciences.* 2 vol. in-4°. Paris, 1779.

T. I, seconde Partie, art. V, p. 448 à 458. Observations sur la longueur du Pendule simple, à Pondichéry, du 15 au 28 juillet 1769.

T. II, troisième Partie, Chap. III, art. III, p. 323 à 334. Obs. sur la longueur du Pendule simple, à Manille, du 17 au 25 avril 1767.

T. II, quatrième Partie, Chap. II, art. III, p. 592 à 594. Expérience sur la longueur du Pendule à secondes, à Foulpointe (Madagascar), du 5 sept. au 18 oct. 1763.

Voir L. Matthieu : *Sur les déterminations de la longueur du Pendule, par Legentil.* (*Histoire de l'Astronomie au* XVIIIe *siècle, par Delambre,* p. 698.)

1764. **Euler** (L.). *Dilucidationes de tautochronis in medio resistente.* (*Novi Comment. Acad. Petrop.*, **10**. *Hist.*, p. 17; *Mém.*, p. 156.)

1764. **Krafft** (W.-L.). *Dissertatio physico-mathematica de ratione ponderum sub polo et æquatore Telluris.* In-4°, Tubingæ, 1764.

1764. **Riccati** (Jacopo). *Opere del Conte Jacopo Riccati, nobile Trevigiano.* 3 vol. in-4°. Lucca, 1764.

« Determinare la lunghezza d'un Pendolo semplice isocrono ad un dato composto. » Vol. III, Schediasma XX, p. 208.

« Del moto dei Pendoli a cicloide, posta la resistenza del

mezzo in ragione duplicata dell' attuale velocità. » *Ibid.*, XXX, p. 357.

« Determinare il moto d'un Pendolo a cicloide, supposta costante la resistenza del mezzo. » *Ibid.*, XXXII, p. 396.

« Determinare il moto d'un Pendolo a cicloide, supposta costante la resistenza, che si oppone alle discese, ed agli ascendimenti verticali. » *Ibid.*, XXXIII, p. 402.

« Osservazioni sopra il moto de' corpi solidi ne' mezzi fluidi. » *Ibid.*, XXXIV, p. 405.

1765. **Alembert** (J. Le Rond **d'**). Article *Pendule*, dans l'*Encyclopédie ou Dict. raisonné des Sc., des Arts et des Métiers, par une Société de gens de lettres.* In-fol. Neufchâtel, 1765.

Voir art. *Figure de la Terre*, 1756.

1765. ***Meissner** (Ferd.). *Dissertatio de figura terraquei.* In-4°. Vratisi, 1765.

1765. **Liesganig** (le Père Jos.). *Dimensio graduum meridiani Viennensis et Hungarici, Augg. jussu et auspiciis peracta a J. Liesganig, Societatis Jesu.* In-4°. Vindobonæ, 1770.

P. 220 : « Sectio IV, articulus unicus. De longitudine Penduli simplicis Viennæ. »

L'expérience fut faite le 18 mai 1765, par la méthode de Bouguer (*Fig. de la Terre*, p. 330).

1766. **Van Swinden** (Jan Hendrick). *Dissertatio inauguralis de attractione.* Lugd. Bat., 1766.

1767. **Mallet** (Fréd.). *Nogaste uträckning pä jordens ratta figur, genom pendel-försöks jemforelser.* (Calcul rigoureux de la vraie figure de la Terre, d'après la comparaison des expériences du Pendule. (*Svenska Vetensk. Acad. Handl.* **28**, 1767, p. 158 et 193.)

Historique très complet des expériences faites sur le Pendule.

Ce Mémoire a été traduit en allemand par Kæstner. In-8°, Leipzig, 1768.

1767. ***Mayer** (Andreas). *Dissertatio physico-mathematica de deviatione et reciprocatione Penduli.* Gryphiæ (Greifswald). In-4°, 1767.

1768. **Mason** (Ch.) et **Dixon** (Jer.). *Astronomical Observations made in the forks of the river Brandiwine in Pensylvania, for determining the going of a Clock sent thither by the Royal Society, in order to find the difference of Gravity between the R. Observatory at Greenwich and the place where the Clock was set up in Pensylvania.* (*Phil. Trans.*, **58**, 1768, p. 326.)

1768. **Frisi** (Paolo). *Paulli Frisii, Presb. regul. Barnabitæ, in Mediolanensi gymnasio Matheseos Professoris.... De gravitate universali corporum Libri tres.* Mediolani, 1768. Un vol. in-4°.

Caput III. De motu Pendulorum, p. 50.

Caput IV. De centro gravitatis, oscillationis et percussionis, p. 58.

Caput X. Observationes graduum, pendulorum, etc. — Observatio IV, p. 140, et Observatio V, p. 142. — Résumé des observations du Pendule.

1769. **Mallet-Favre** (J.-A.). *Observationes variæ in Lapponia ad Ponoi institutæ anno* 1769. (*Novi Comment. Acad. Petrop.*, **14**, Pars II, p. 3.)

« Observationes Petropoli et Ponoi institutæ ad longitudinem Penduli minuta secunda indicantis determinandam, p. 24. » Les expériences furent faites avec le Pendule invariable de La Condamine, que Lalande avait envoyé à Mallet.

Extrait de ces observations (*Phil. Trans.*, **60**, 1770, p. 363.)

1769. **Leroi** (P.). *Nouvelle méthode pour corriger l'action du chaud et du froid sur le pendule des grosses horloges.* (*Mém. de l'Acad.*, 1769. *Hist.*, p. 131.)

1769. **Anonyme**. *Expériences faites dans les Alpes, d'où il résulte que la pesanteur augmente quand on s'élève au-dessus*

du sol. (*Journal des Beaux-Arts ou de Trévoux*, juin 1769.)

1769. **Alembert** (J. Le Rond **d'**). *Sur l'effet de la pesanteur au sommet et au pied des montagnes.* Opuscules mathématiques, ou Mémoires sur différents sujets de Géométrie, de Mécanique, d'Optique, d'Astronomie, etc. 8 vol. in-4°. Paris, 1761-1780. *Voir* le t. VI, p. 85. (*Journal des Beaux-Arts ou de Trévoux,* juin 1769.)

Réfutation des conséquences déduites de la prétendue expérience des Alpes.

1770. **Bertier** (le Père J.-E.). *Principes physiques dans lesquels la nature consultée par des expériences nouvelles décide les questions qui partageaient tous les Physiciens modernes.* In-12, 1770.

1771. **Idem.** *Sur les expériences faites dans les Alpes pour démontrer que la pesanteur augmente avec la hauteur au-dessus du sol.* (*Journal de Physique de l'Abbé Rozier*, **1**. 1771, p. 658.)

1771. **La Perrière de Roiffé** (J.-Ch.-Fr. **de**). *Expériences du Pendule de Le Mercier aux Alpes du Valais.* (*Journal encyclopédique ou universel,* par une Société de gens de lettres. In-12. Liège et Bouillon, **130**, 1772; — *Journal des Beaux-Arts ou de Trévoux,* déc. 1771, p. 402.)

1772. **Alembert** (**d'**). *Addition à la note sur l'effet de la pesanteur. Opuscules mathématiques,* t. VI, janv. 1772, p. 93.

1772. **Lalande** (J.-J. Le Français **de**). *Remarques sur de nouvelles expériences de pesanteur.* (*Journal des Sçavants*, 1772, p. 545.)

1773. **Kiess** (Johann). *De lege gravitatis newtoniana, innumeris aliis, et nuper demum ipsis Alpium experimentis confirmata.* In-4°. Tubingæ, 1773.

1773. **Le Sage** (G.-L.). *Lettres sur la fausseté de deux suites d'expériences, par lesquelles on a voulu infirmer la diminution que subit la pesanteur quand la distance au centre de la Terre est augmentée, mais encore prouver qu'alors la pesanteur va en augmentant.* (*Journal de Physique,* **2**, 1773, p. 249.)

1776. **Bertier** (le Père J.-E.). *Lettre du P. Bertier, de l'Oratoire, où il expose une expérience qui tend à prouver que les corps pèsent d'autant plus qu'ils sont plus élevés sur la terre jusqu'à une petite distance.* (*Journal de Physique,* **2**, 1773, p. 251 et 275.)

Cette expérience était la même que celle par laquelle Ph. von Jolly a essayé de montrer récemment la diminution de la pesanteur avec la hauteur (*Wiedemann's Annalen,* **5**, p. 112, 1878. — *Journal de Physique de d'Almeida,* **8**, 1879, p. 240).

1773. **La Perrière de Roiffé** (J.-Ch.-Fr. de). *Observations sur l'expérience du P. Bertier.* (*Journal de Physique,* **2**, p. 374.)

1773. **Le Sage** (G.-L.). *Réflexions sur une nouvelle expérience du P. Bertier.* (*Ibid.*, p. 378.)

Plusieurs Lettres et Mémoires sur les mêmes sujets dans le t. **5** du *Journal de Physique.*

1775. **Dolomieu** (de). *Expériences sur la pesanteur des corps à différentes distances du centre de la Terre, faites aux mines de Montrelay en Bretagne,* par M. de Dolomieu, officier des Carabiniers. (*Ibid.*, **6**, juillet 1775.)

1775. **Le Sage** (G.-L.). *Expériences et vues sur l'intensité de la pesanteur dans l'intérieur de la Terre.* (*Ibid.*, **7**, p. 1.)

1776. **Achard** (E.). *Bemerkungen über die von Bertier angestellten Versuche, aus welchen er folgert, dass das Gewicht der Körper zunimmt, je mehr man sie vom Mittelpunkt der Erde entfernt.* (*Beschäftigungen der Berliner Gesellschaft naturforschender Freunde.* In-8°, Berlin, **2**. 1776, p. 1.)

1770. **Lorgna** (A.-M.). *Opuscula mathematica et physica.* In-4°, Veronæ, 1770.

Cet Ouvrage contient cinq Mémoires. Le deuxième a pour titre : *De usu thermometri in definiendis productionibus et contractionibus Pendulorum.* Mémoires intéressants sur l'influence de la température sur les Pendules, avec des applications à la mesure de la pesanteur.

1770. **Boscovich** (le P. R.-G.). *Descrizione d'un nuovo Pendolo a correzione.* In-4°. Milano et Padova. (*Journal des Sçav.*, oct. 1771. — Bernoulli, *Recueil pour les Astr.*, 1772, **2**, p. 267.)

1771. **Landen** (J.). *A Disquisition concerning certains Fluents, which are assignable by the Arcs of the Conic Sections; wherein are investigated some new and useful Theorems for computing such Fluents.* (*Phil. Trans.*, **61**, 1771, p. 298.)

P. 308 : Démonstration d'un théorème relatif au Pendule circulaire.

1771. **Roumovsky** (Et.). *Experimenta circa longitudinem Penduli simplicis minuta secunda Kolæ et Archangelopoli oscillantis.* (*Novi Comment. Acad. Petrop.*, **16**, 1771. *Summ.*, p. 50; *Mém.*, p. 567.)

Les expériences ont été faites avec les mêmes Pendules qu'avait employés Grischow en 1757-58. (Pendule simple et Pendule invariable.)

1773. **Laplace** (P.-S. de). *Mémoire sur l'inclinaison moyenne des orbites des comètes; sur la figure de la Terre et sur les fonctions.* (*Mém. de Mathém. et de Physique*, 1773, **7**, p. 503.)

1773. **Hennert** (J.-F.). *Onderzœkning omtrent de waare gedaante der Aarde* (Recherches sur la vraie figure de la Terre). Middelburg, 1773. — (*Verhandl. Genootsch. Vliessing.*, **3** et **4**.)

1773. **Phipps** (lord Mulgrave) et **Lyons** (I.). *Journal of a voyage,*

undertaken anno 1773, *by order of His Majesty, for making discoveries towards the North Pole.* In-4°. London, 1774.

P. 183. Expérience du Pendule au Spitzberg, par Lyons, à l'aide du Pendule de feu Graham même, muni d'un équipage fait par M. Cumming.

Horsley (S.). *Remarks on the observations made in the late voyage towards the North Pole (by Mrs John Phipps and Lyons) for determining the acceleration of the Pendulum in* 79° 51′. In-4°, London, 1775.

Voyez : *Mém. de l'Acad.*, 1785, p. 2, article de Lalande, dans son Mém. *Sur la quantité d'aplatissement de la Terre.*

Le Journal de J. Phipps a été traduit en français sous le titre : *Voyage au pôle boréal, fait en* 1773, *par ordre du Roi d'Angleterre.* In-4°. Paris, 1775, et en allemand, par Engel, Berne, 1777.

1773. **Bernoulli** (Daniel). *Vera determinatio centri oscillationis in corporibus qualibuscunque filo flexili suspensis, ejusque ab regula communi discrepantia.* (*Novi Comment. Acad. Petrop.*, **18**, 1773. *Summ.*, p. 28; *Mém.*, p. 247.)

1773. **Euler** (L.). *Determinatio motus oscillatorii in præcedente dissertatione pertractati, ex primis mechanicæ principiis petita.* (*Ibid., Summ.*, p. 31 ; *Mém.*, p. 268.)

1774. **Bernoulli** (Daniel). *Commentatio physico-mechanica specialiter de motibus reciprocis compositis, multifariis nondum exploratis, qui in Pendulis bimembribus facilius observari possunt, in confirmationem principii sui de coexistentia vibrationum simplicium. Cum tabula æenei incisa.* (*Novi Comm. Acad. Petrop.*, **19**, 1774. *Summ.*, p. 35 ; *Mém.*, p. 260.)

1774. **Euler** (L.). *De oscillationibus minimis Penduli quotcunque ponduscūlis onusti.* (*Ibid.*, *Summ.*, p. 38; *Mém.*, p. 285.)

1774. **Lambert** (J.-H.). *Von dem Gange der Pendeluhren.* (*Bode's Astr. Jahrbuch für* 1776, p. 215 ; *für* 1780, p. 25.)

1774. **Beccaria** (G.-B.) et **Canonica** (D.). *Gradus Taurinensis.* Aug. Taurinorum, 1774.

Observations de l'attraction des montagnes sur le fil à plomb.

1774. **Mahon** (Viscount Charles, plus tard lord Stanhope).

Remporta, en 1774, un prix de la Société R. des Sciences de Copenhague sur la question suivante : « Cum docente experientia, neque Pendula ex pluribus virgis metallicis composita in horologiis astronomicis, neque artificia correctionis in horologiis nauticis huc usque adhibita sufficerent, quominus æqualis illorum motus ab influxu caloris frigorisve turbatus fuerit, convenientius huic intentioni remedium, experientia probatum, desideratur. »

1775. **Maskelyne** (N.). *A proposal for measuring the attraction of some Hill in this Kingdom by astronomical observations*, présenté en 1772. (*Phil. Trans.*, 1775, p. 495.)

— *An account of observations made on the mountain Shehallien for finding its attraction.* In-4°. London, 1776. (*Phil. Trans.*, 1775, p. 500.)

1775. **Landen** (J.). *An Investigation of a general Theorem for finding the Length of any Arc of any conic Hyperbola, by means of two Elliptic Arcs, with some other new and useful Theorems deduced therefrom.* (*Phil. Trans.*, **65**, 1775, p. 283.)

P. 287. Démonstration d'un théorème relatif au Pendule circulaire.

1775. **Pringle** (J.). *Discours sur l'attraction des montagnes*, prononcé en 1775 devant la Société Royale, traduit par J.-B. Leroy. (*Journal de Physique de l'Abbé Rozier*, mai 1776.)

1775. **Mayer** (Andreas). *Rapport du contenu du Mémoire de M. le Professeur Mayer de Grypswalde sur la longueur du Pendule simple à Grypswalde.* (*Mém. de l'Acad. R. des Sc. et Belles-Lettres de Berlin*, 1775. *Hist.*, p. 26.)

Mayer fait subir aux résultats de l'observation la réduction au

vide. D'après Bernoulli, ce Rapport serait écrit de la main de Lambert.

1775. **Fontana** (F.). *Saggio del Reale Gabinetto di Fisica e di Storia naturale di Firenze.* Roma, 1775.

Kurze Nachrichten von den Verbesserungen welche der Hr Abbe Fontana zu Florenz bey einigen in die Astronomie einschlagenden Instrumenten angebracht hat. Mitgetheilt von Hrn Bernoulli. [*Bode's Astr. Jahrbuch für* 1778 (1776), p. 94.] -- P. 96 et 97 : Procédé de compensation du Pendule d'une horloge.

1775. **Frisi** (Paolo). *Cosmographiæ, Physicæ et Mathematicæ. Pars altera.* In-4°. Mediolani, 1775.

« Liber secundus : De figura planetarum. Scholion II. De experimentis Pendulorum eodem tempore diversis in locis oscillantium, p. 137. »

1777. **Bernoulli** (D.). *Specimen philosophicum de compensationibus horologicis et veriori temporis mensura.* (*Acta Acad. Imp. Petropolitanæ,* **1**, Pars II, 1777, p. 109.)

1777. **Euler** (L.). *De motu oscillatorio Penduli cujuscunque, dum arcus datæ amplitudinis absolvit.* (*Acta Acad. Imp. Petropolitanæ,* **1**, Pars II, 1777; *Mém.*, p. 159.)

1777. **Maseres** (Fr.). *A Method of finding the Value of an infinite Series of decreasing Quantities of a certain Form, when it converges too slowly to be summed in the common Way by the mere Computation and Addition or Substraction of some of its initial Terms.* (*Phil. Trans.,* **67**, 1777, p. 187.)

P. 215 : « Computation of the series which expresses the time of the descent of a Pendulum through the Arch of a circle. »

1778. **Bossut** (l'Abbé Ch.). *Sur le mouvement d'un Pendule dont la longueur est variable.* (*Mém. de l'Acad.*, 1778; *Hist.*, p. 35; *Mém.*, p. 199.)

1778. **Darquier de Pellepoix** (A.). *Mémoire sur la longueur du Pendule à Toulouse.* (*Observations astronomiques faites à Toulouse, par Darquier.* 3 vol. in-4°. Paris, 1782. IIe Partie, p. 219.)

Les observations furent faites au commencement de 1778, à l'aide d'un Pendule simple formé d'un fil de pite et d'une boule ou d'un poids biconique en cuivre, par la méthode de de Mairan. D. ne tient pas compte de la petite équation additive de M. Bouguer pour la résistance de l'air, *parce qu'il ne la trouve pas bien légitimée.* Il fait une observation curieuse sur le plan de résistance minimum du fil, dans lequel il faut le lancer pour éviter les oscillations ovales (p. 236). — A la fin du Volume, tableau des longueurs connues du Pendule.

1778. ***Scherffer** (Karl). *Berechnung des Moments der Trägheit einiger Körper, deren Theile durchaus gleichförmig sind, ...: sammt der Anwendung auf die Bestimmung der Länge des einfachen Pendels. — (Beiträge zu verschiedenen Wissenschaften.)*

Cité par Poggendorff, *Biogr. Wörterbuch.*

1778. ***Planmann** (Anders.). *De figura Telluris Pendulorum ope definienda.* Aboæ, 1778.

1778. **Kästner** (A.-G.). *Ueber die Aenderungen des Ganges der Pendeluhren im Sommer und Winter.* In-8°. Göttingen, 1778.

1778. **Hennert** (J.-Fr.). *Dissertations physiques et mathématiques sur la figure de la Terre, les comètes, l'attraction, etc.* In-8°. Utrecht, 1778.

1778. ***Hube** (Michael). *De Telluris forma.* In-8°. Varsoviæ, 1778.

1779. **Euler** (L.). *De motu oscillatorio mixto plurium Pendulorum ex eodem corpore mobili suspensorum.* (*Acta Acad. Petrop.*, **3**, 1779, Pars I, p. 89.)

1779. **Euler** (L.). *De motu oscillatorio Pendulorum ex filo tenso dependentium.* (*Ibid.*, Pars II, p. 95.)

1779. **Köhler** (J.-G.). *Bemerkungen über ein einfaches, für Wärme und Kälte unveränderliches Pendul.* (*Bode's Astr. Jahrbuch für* 1782, p. 151.)

1780. **Euler** (L.). *De motu Penduli circa axem cylindricum, fulcro datæ figuræ incumbentem, mobilis. Remota frictione. Dissertatio prima.* (*Acta Acad. Petrop.*, **4**, Pars II; *Mém.*, p. 133.)

— *De motu Penduli circa axem cylindricum, fulcro datæ figuræ incumbentem, mobilis. Habita frictionis ratione. Dissertatio altera.* (*Ibidem*, p. 165.)

1780. **Euler** (L.). *De motu oscillatorio Penduli circa axem cylindricum plano horizontali incumbentem.* (*Nova Acta Acad. Petrop.*, **6**, 1788; *Hist.*, p. 93; *Mém.*, p. 145.)

Mém. présenté en 1780.

1780. **Schultze** (J.-K.). *Sur les horloges à Pendule.* (*Nouv. Mém. de l'Acad. de Berlin*, 1780; *Mém.*, p. 349 et 359.)

Histoire critique de la compensation des Pendules.

1781. **Angos** (d'). *Ueber ein Compensations-Pendul.* (*Bode's Astr. Jahrbuch für* 1784, p. 158.)

Lettre de d'Angos à Bernoulli en lui envoyant un Mémoire intitulé : *Balancier de Pendule à secondes d'une nouvelle construction*, par le S[r] Grenier, horloger au Vieux-Palais à Rouen. In-4°, avec planche.

1781. **Oriani** (B.). *De motu duorum horologiorum Pendulis effectum caloris per se corrigentibus instructorum.* [*Ephemerides Mediolanenses pro anno* 1782 (1781), p. 221.]

1782. **Gerlach** (Fr.-W.-A.). *Die Bestimmung der Gestalt und Grösse der Erde....* Wien, 1782.

Rapport de Bernoulli sur ce Mémoire (en quelques lignes), dans les *Mémoires de l'Acad. de Berlin*.

1782. **La Place** (P.-S. de). *Théories des attractions des sphéroïdes et de la figure des planètes.* (*Mém. de l'Acad.*, 1782, p. 185.)

Confirmation du théorème de Clairaut.

1783. **La Place** (P.-S. de). *Mémoire sur la figure de la Terre.* (*Mém. de l'Acad.*, 1783, p. 17.)

Discussion des observations du Pendule. La Table des longueurs est empruntée à la *Cosmographia* de Frisi (1775).

1784. **Angos** (d'). Détermination de la longueur du Pendule à Malte.

Je n'ai pu trouver où a été publiée cette détermination.

1785. **Fuss** (Nicolaus). *Determinatio motuum Penduli compositi bifili ex primis Mechanicæ principiis petita.* (*Nova Acta Acad. Petrop.*, **1**; *Hist.*, p. 236; *Mém.*, p. 184.)

— *Additiones analyticæ ad Diss. de motu Penduli bifili.* (*Ibid.*, p. 203.)

Ce Mémoire est reproduit, en russe, dans les *Mémoires académiques* tirés du t. I des *Nova Acta*, **1**, 1801, in-8°, p. 26 et 31.

1785. **Boscovich** (le P. R.-G.). *Rogerii Josephi Boscovich Opera pertinentia ad Opticam et Astronomiam... in quinque tomos distributa.* 5 vol. in-4°. Bassani, 1785.

T. V. Opusculum III. De determinatione longitudinis Penduli oscillantis ad singula minuta secunda temporis medii, p. 179 à 269. Ce Mémoire, qui paraît purement théorique (car le P. Boscovich n'indique pas qu'il ait fait d'expériences suivant la méthode qu'il expose), peut être considéré comme fixant l'état des connaissances sur l'emploi du Pendule en 1785. On jugera de son importance par les titres des paragraphes.

Introductio.

I. De materia massæ oscillantis (B. choisit le laiton), p. 183.

II. De figura massæ oscillantis (la sphère), p. 183.

III. De magnitudine et ejus mensura (micromètre pour la mesure de la boule), p. 184.

IV. De filo sustinente massam oscillantem, p. 187.

V. De suspensione, p. 191.

VI. De mensura distantiæ centri arcus oscillando descripti ab aliquo puncto dato ipsius massæ, p. 196.

VII. De determinando numero oscillationum respondentium tempori longiori, p. 202.

VIII. De determinando numero secundorum temporis medii, qui respondet eidem tempori, p. 205.

IX. De determinanda magnitudine arcus descripti, p. 213.

X. De restituendo motu, p. 213.

XI. De determinanda acceleratione primæ oscillationis post impulsum facta per vim extraneam, p. 215.

XII. De reductione oscillationum observatarum ad minimas, p. 218.

C'est le premier exemple que je connaisse de la réduction à l'oscillation infiniment petite, dont la théorie avait pourtant été donnée par D. Bernoulli en 1747 et par Courtivron en 1744.

XIII. Demonstrationes nonnullæ huc reservatæ, p. 221.

XIV. De determinatione centri oscillationis communis totius materiæ oscillantis, p. 224.

XV. De determinatione longitudinis Penduli simplicis oscillantis ad singula secunda temporis medii, p. 232.

XVI. De effectu aeris, et ejus correctione, p. 234.

B. distingue les deux effets de l'air, la perte de poids qu'il fait éprouver au Pendule et la résistance qu'il oppose à son mouvement. Il propose, pour éliminer cette dernière, d'opérer dans le vide et il indique une manière d'opérer, p. 236.

XVII. De loco ad observationem instituendam idoneo, p. 236.

XVIII. De harum observationum usu (*voir* De litteraria expeditione, adnotatio adjecta), p. 240.

XIX. Additamentum de centro oscillationis, p. 251.

Appendix. Instructio pratica. I. De instrumentis præparandis, p. 261. — II. De methodo observationis instituendæ, p. 263. — III. Pro calculo distantiæ centri oscillationis a suspensione, p. 265. — IV. Pro numero oscillationum ab uno appulsu fixæ ad sequentem, p. 266. — V. Pro reductione ejus numeri ad numerum oscillationum minimarum, p. 267. — VI. Pro numero secundorum temporis medii, quod respondet eidem tempori, p. 268. — VII. Pro determinatione longitudinis Penduli simplicis oscillantis ad singula secunda temporis medii, p. 268. — VIII. Pro correctione effectus aeris, p. 269.

Le même Volume contient (p. 461) un extrait en français de ce grand Mémoire.

1785. **Callandrelli** (G.). *De motu et vi sollicitante corpora funependula per plana inclinata.* Romæ, 1785.

1785. **Agelet** (J. d'). *Voyage de La Pérouse autour du monde, publié conformément au décret du 22 avril* 1791, *et rédigé par M. L.-A. Milet-Mureau.* 4 vol. in-4°. Paris, 1797.

D'Agelet avait emporté dans ce voyage le Pendule invariable de La Condamine. Il observa le Pendule simple en août 1785 à Sainte-Croix de Ténériffe (t. II, p. 17), mais les résultats ne sont pas connus. *Voir* Lalande, *Histoire abrégée de l'Astronomie*, à la suite de la *Bibliographie*, p. 686 et 711.

1785. **Lalande** (J.-J. Le Français de). *Mémoire sur l'aplatissement de la Terre.* (*Mém. de l'Acad.*, 1875, p. 1.)

Résumé de beaucoup d'observations du Pendule. On y trouve, p. 7, la singulière remarque que voici : « M. Bouguer donne pour Paris 440^{l},58, j'en ôte 6 qu'il ajoutait pour le poids de l'air : cette réduction est à peu près constante dans tous les pays, et comme nous n'opérons jamais dans le vide, il est inutile de dénaturer nos résultats. » On voit qu'à cette époque la nécessité de la réduction au vide était encore méconnue par d'illustres savants.

1785. **Oriani** (B.). *De motu horologiorum.* (*Ephemerides Mediolanenses,* 1787, p. 140.)

1786. **Buat** (L.-G. du). *Principes d'Hydraulique, vérifiés par un grand nombre d'expériences faites par ordre du Gouvernement.* 2e édition. 2 vol. in-8°. Paris, 1786.

2e vol., Part. III, Sect. I, Chap. VII. *Mesure de la portion de fluide qui accompagne un corps en mouvement dans un fluide indéfini.*

P. 229. « Il n'est pas de moyen plus propre, pour déterminer la quantité de fluide qu'entraîne avec lui un corps plongé que de faire osciller le corps dans le fluide.... On connaît les expériences de Newton sur les oscillations des globes dans différents fluides : mais comme il n'avait pour objet que de déterminer directement la résistance, il ne s'attacha qu'aux pertes des amplitudes, sans observer la durée des oscillations.... »

P. 234. « On peut donc conclure que, quand un corps oscille dans un fluide, la résistance qu'il éprouve ne diminue que l'amplitude des oscillations et non leur durée; et que, si néanmoins elles sont plus lentes que dans le vide, cet effet n'est dû qu'à la perte de gravité absolue, relative à la différence entre la densité

du fluide et celle du corps.... La résistance qu'un corps éprouve en oscillant dans un fluide, et le temps de ses oscillations, sont deux effets qui n'ont entre eux aucun rapport immédiat, et qui ne dépendent nullement de la même cause. »

« La formule précédente ($l = \frac{ap}{P+p}$, a longueur du pendule dans le vide, l longueur du pendule synchrone dans le fluide, p poids du mobile dans le fluide, P poids du fluide déplacé) donnerait exactement la longueur du pendule dans un fluide, si le corps, en se mouvant, n'entraînait avec lui une certaine quantité du même fluide qui varie peu par la différence des vitesses; de sorte que la masse en mouvement ne consiste pas seulement en la masse propre du corps, mais encore en celle du fluide entraîné, ce qui convient très bien avec ce que nous avons appelé *poupe* et *proue-fluide*. Soit n un nombre constant, tel que nP exprime dans tous les cas le poids du fluide déplacé et celui du fluide entraîné; la masse en mouvement, ou son poids dans le vide, n'est plus égale à $p+$P, mais elle est représentée par $p+n$P; tandis que son poids dans l'eau est toujours exprimé par p. Il faut donc, pour l'exactitude de la formule, qu'elle devienne $l = \frac{ap}{nP+p} = \frac{a}{\frac{nP}{p}+1}$, d'où l'on tire

$$n = \frac{p}{P}\left(\frac{a}{l}-1\right).$$

« Telle est la quantité dont nous avons déduit la valeur de plusieurs expériences faites sur différents corps oscillans dans l'eau, en commençant par des globes de densité et de diamètres différents. Nous les avons suspendus de telle sorte qu'il était facile de varier les longueurs d'une manière propre à rendre les temps égaux à un certain nombre de secondes; et ces longueurs étaient comptées jusqu'au centre d'oscillation. »

« Le vaisseau dans lequel oscillaient les globes avait 51 pouces de longueur, 17 pouces de largeur et 14 pouces de profondeur d'eau. Les globes y étaient entièrement plongés à environ 3 pouces sous la surface de l'eau; et le fil auquel ils étaient suspendus était aussi délié que leur poids le pouvait permettre. »

Du Buat a opéré sur des globes de plomb pesant dans l'eau 2102, 4204 et 9216 grains, de verre (574 gr.), de bois (2102, 3204, 4204 et 9216 gr.). « La valeur de n est à peu près égale pour tous les globes, quels que soient leur diamètre, leur poids et les longueurs du pendule (n varie de 1,674 à 1,27, valeur moyenne 1,535).... On ne peut pas néanmoins s'empêcher d'observer que

les valeurs de n diminuent un peu à mesure que les longueurs du pendule deviennent plus petites.... Nos expériences font voir aussi qu'à même longueur de pendule, plus le corps oscillant est gros, plus la quantité n éprouve de diminution.... On voit cependant aussi que, quand les temps des oscillations sont fort grands, les quantités n ne laissent pas de croître, quoique les globes soient gros; mais cet effet vient d'une autre cause. La viscosité du fluide fait le même effet qui résulterait de l'augmentation du fluide entraîné.... »

« On voit au reste qu'en général un globe, mû dans l'eau, entraîne avec lui, tant en avant que derrière, une portion de fluide dont le volume excède un peu la moitié du sien, et qu'on peut fixer pour une moyenne aux $\frac{585}{1000}$ de son volume.... »

« La formule $l = \dfrac{a}{\dfrac{nP}{p} + 1}$ peut se combiner de diverses manières, en y faisant entrer le temps, la densité du corps et celle du fluide. Nommant t le temps de l'oscillation; K la longueur du pendule qui bat les secondes dans le vide, et qui, dans notre climat, est d'environ 36^{po},714; V le volume du corps, D sa densité et d celle du fluide, on aura les équations suivantes :

$$t^2 = \frac{a}{K}, \quad P = Vd, \quad p = VD - Vd$$

et

$$\frac{P}{p} = \frac{Vd}{VD - Vd} = \frac{d}{D - d};$$

mettant ces valeurs dans la formule précédente, elle se change en celle-ci :

$$l = \frac{t^2 K}{\dfrac{nd}{D-d} + 1}$$

ou

$$t^2 = \frac{l}{K}\left(\frac{nd}{D-d} + 1\right).$$

« On peut tirer plusieurs conséquences de cette formule : par exemple, que des corps qui diffèrent en volume, mais qui sont semblables en figure et de même densité, oscillent en temps égaux dans un fluide avec les mêmes longueurs de pendule. » Du Buat oublie ici qu'il a remarqué que la valeur de n augmente pour un globe quand son rayon diminue.

Du Buat a fait encore un grand nombre d'expériences sur des disques et des lames de plomb, des cylindres, des prismes, oscillant suivant leur axe ou présentant leurs arêtes verticales, des

cônes, des pyramides, etc. Les valeurs correspondantes de n varient considérablement.

Il donne ensuite, au Chap. II, Sect. II, p. 282, la mesure du fluide entraîné par les corps qui se meuvent dans l'air et la formule du mouvement d'oscillation.

« Pour nous assurer d'abord, d'une manière générale, de l'existence de la proue et de la poupe fluides, qui accompagnent un corps mû dans l'air, nous avons fait osciller un globe qui avait un peu plus de 2 pieds de diamètre, vis-à-vis le centre duquel pendait librement, à 1 pied de distance, un petit plumaceau attaché au bout d'un fil, ou simplement un bout de fil de laine. Ces corps légers ont suivi le mouvement du globe, en oscillant comme lui et en même temps que lui.... A 4 pieds de distance du globe, c'est-à-dire à 5 pieds de distance de son centre, le plumaceau oscillait encore très régulièrement. » Cette expérience est exactement la contre-partie de celle que M. Stokes rapporte dans l'Introduction de son Mémoire *Sur l'effet du frottement intérieur dans le mouvement des pendules* (1850) (*voir* t. V de ce Recueil).

Du Buat fit osciller dans l'air des globes de papier et de baudruche; il en conclut $n = 1{,}51$, $1{,}63$ et $1{,}54$. Il calcule ensuite la formule qui représente le mouvement d'un globe oscillant dans un fluide moins dense que lui, en ayant égard à la quantité de fluide entraîné, à la perte de poids, et en supposant la résistance proportionnelle au carré des vitesses.

Les expériences et les conclusions si importantes de du Buat sont restées complètement dans l'oubli jusqu'à 1832, où Baily attira sur elles l'attention. (*Voir* t. V de ce Recueil, le Mémoire de Baily *Sur la correction du Pendule pour la réduction au vide : expériences du Chevalier du Buat,* et le Mémoire de M. Stokes *Sur le frottement intérieur des fluides,* où sont analysées et discutées ces expériences.)

1786. **Le Gendre** (A.-M.). *Mémoire sur les intégrations par les arcs d'ellipse.* (*Mém. de l'Acad.*, 1786, p. 616.)

P. 637. Application au Pendule circulaire.

1786. **Schröter** (J.-H.). *Ueber den aus Fichtenholz und Messing zusammengesetzten Pendul.* (*Bode's Astr. Jahrbuch für* 1789, p. 201.)

1786. ***Pickel** (I.). *Von einem Secunden-Perpendikel einer astronomischen Uhr, dessen Länge von der Wärme oder Kälte*

keine Veränderung erleidet. (*Acta Acad. Moguntinæ*, 1786-87.)

1786. **Bernoulli** (Jacques). *Sur le mouvement gyratoire d'un corps attaché à un fil extensible.* (*Nov. Acta Acad. Petrop.*, **1**, 1787; *Mém.*, p. 213; **2**, *Mém.*, p. 131; **3**, *Mém.*, p. 149; *Addition*, **4**, *Suppl.*, p. 102.)

Une réduction en russe de ce Mémoire est insérée dans les *Mémoires académiques tirés du t. I des Nova Acta.* In-8°, **1**, 1801, p. 33.

1787. **Riccati** (G.). *Del centro d'oscillazione.* Dissertazione Iª fisico-matematica. (*Continuazione del Nuovo Giornale de' Letterati d'Italia*, **33**, 1786, p. 140). — Dissertazione IIª. (*Ibid.*, **34**, 1786, p. 161.)

1787. **Whitehurst** (J.). *An attempt toward obtaining invariable measures of length, capacity and weight from the mensuration of time, independant of the mechanical operations requisite to ascertain the centre of oscillation or the true length of Pendulums.* In-4°, London, 1787.

Première indication du Pendule employé plus tard par Bessel en 1828.

1788. **Riccati** (Giord.). *Problema : Determinare il massimo allungamento, che il peso di un Pendolo produce nella corda, a cui è attacato, che si suppone priva d'inerzia e di gravità.* (*Memorie di Mat. e di Fisica della Società Italiana*, **4**, 1788, p. 81.)

1789. **La Place** (P.-S.). *Sur quelques points du Système du monde.* (*Mém. de l'Acad.*, 1789; *Mém.*, p. 1.)

« VIII. Sur les degrés mesurés des méridiens et sur les longueurs observées du Pendule, p. 18. »

La partie relative au Pendule (p. 37) a été reproduite plus tard au Livre III de la *Mécanique céleste* (1799), avec cette modification que La Place emploie 15 mesures du Pendule au lieu de 13; il omet celles de Pernau et de Rome, et introduit celles de Pondichéry, la Jamaïque, Toulouse et Gotha.

1789-94. **Malaspina** (....) et **Espinosa** (Don J.). *Memorias sobre las observaciones astronomicas hechas por los navegantes Españoles en distintos lugares del Globo, por don J. Espinosa y Tello.* 2 vol. in-4°. Madrid, 1809.

Dans le 1er Vol., p. 190 : « Appendice n° III. Experiencias sobre la gravedad hechas con un Péndulo invariable en los puertos de Europa, América y Asia, mar Pacifico y Nueva Holanda en el viage de las Corbetas *Descùbierta* y *Atrevida.* » — Consequencias que se deducen de las observaciones hechas con el Péndulo invariable, por Don Gabriel de Ciscar. »

Voir aussi : De Zach, *Monatl. Corresp.*, **5**, p. 453 : Itinéraire de Malaspina. — **25**, 1812, p. 467 : « Darstellung der im Laufe einer Welt-Umsegelung von den spanischen Corvetten *Descubierta* und *Atrevida* in Europa, America, Asia, dem stillen Ocean und in Neuholland gemachten Pendel-Beobachtungen » (traduit de l'espagnol). — *Ibidem*, p. 569 : Versuch die Ellipticität der südlichen und nördlichen Erdhalbkugeln aus Malaspina's Pendel-Beobachtungen zu bestimmen. » — *Journal de Crelle*, **4**, 1829, p. 72 : « Beobachtungen über die Schwere, welche in den Häfen von Europa, America und Asien, auf dem stillen Meere und in Neuholland, während Malaspina's Weltumsegelung, mit dem unveränderlichen Pendel angestellt worden sind. Mitgetheilt von Oltmanns. »

Conn. des Temps pour 1816 (1813), p. 314 : « Sur les expériences du Pendule, faites par les navigateurs espagnols, en différents points du Globe », par M. Mathieu.

Stations : Cadix, Port-Egmont (Malouines), Concepcion, Lima, Acapulco, Monterey, Nutka, île Mulgrave, Manille, Macao, Umatag (île Guam), Kamboanga, ile Babao, Port-Jackson, Montevideo, Port Sainte-Hélène (Patagonie).

1790. **La Lande** (J.-J. Le Français **de**). Article *Pendule simple* de l'*Encyclopédie méthodique, Mathématiques.* Padoue, 1790, t. II, Part. II, p. 549.

Cet article du *Dictionnaire encyclopédique des Mathématiques* ne se trouve pas dans la grande *Encyclopédie.* Il contient des détails intéressants sur l'histoire de plusieurs pendules invariables.

1790. **Brisson** (M.-J.). *Essai sur l'uniformité des mesures, tant linéaires que de capacité et de poids.* (*Mém. de l'Acad.*, 1788, p. 722.)

Dans ce Mémoire, lu le 4 avril 1790, Brisson propose de prendre pour unité de longueur celle du Pendule simple qui bat les secondes à Paris.

Remarques sur cette proposition dans : *Rapport fait à l'Académie sur le choix d'une unité de mesures*, par MM. Borda, Lagrange, Laplace, Monge et Condorcet, le 19 mars 1791. (*Même volume*, p. 7.)

1790. **Kraft** (W.-L.). *Analyse des expériences faites en Russie sur la longueur du Pendule à secondes, ou le rapport de la Pesanteur en différentes latitudes.* (*Nova Acta Acad. Petrop.*, **7**, 1793; *Hist.*, p. 49; *Mém.*, p. 115.)

1791. **Cotte** (le P. L.). *Mémoire sur la comparaison des opérations relatives à la Mesure de la longueur du Pendule simple à secondes, et à celle d'un arc du Méridien pour obtenir une Mesure naturelle.* (*Journal de Physique*, **39**, 1791, p. 89.)

1792. **La Lande** (J.-J. Le Français **de**). *Astronomie*, par Jérôme Le Français (La Lande). 3e édit., 3 vol. in-4°. Paris, 1792.

T. III, p. 20 : « De la figure de la Terre et de son aplatissement. » — P. 40 : « De la longueur du Pendule. » — P. 43 : « Table des longueurs du P. simple observées avec soin en différents endroits. » — P. 395, Livre XXII : « De la pesanteur ou de l'attraction des Planètes. »

1792. **Borda** (J.-C.) et **Cassini de Thury** (J.-D.). *Expériences pour connaître la longueur du Pendule qui bat les secondes à Paris.* (*Base du système métrique*, t. III, p. 582; *Ann. de Gilbert*, **57**, p. 225.)

Mémoire reproduit dans le tome IV de ce Recueil.

1792. **Prony** (G. **de**). *Recherches sur les moyens de déterminer la longueur du Pendule.* Mémoire présenté à l'Acad. des Sc. le 10 mars 1792. — *Rapport à l'Académie sur ce Mémoire*, le 28 avril 1792, par Le Roi, Laplace, Legendre et Delambre. (Pièces inédites retrouvées par M. le capitaine Defforges dans les Archives de l'Acad. des Sc.)

La méthode de Prony consiste à faire osciller le corps sur

trois axes horizontaux différents, situés dans le même plan qui renferme le centre de gravité, et à déterminer à chaque expérience les nombres d'oscillations exécutées dans des temps égaux. P. donne les formules qui permettent d'en conclure le centre de gravité, le moment d'inertie par rapport à un axe parallèle à ceux de suspension, et enfin les trois centres d'oscillation par rapport à chacun de ces axes.

1793. **Zach** (F.-X. **von**). *Beschreibung einer neuen Vorrichtung, womit sowohl auf eine genaue als behende Art, die Versuche und Bestimmungen der wahren Länge des einfachen Sekunden-Pendels angestellt und gemacht werden mögen.* (*Sammlung astr. Abhandlungen...*, herausgegeben von J.-E. Bode, *erster Supplement-Band zu dessen astronomischen Jahrbüchern.* Berlin, 1793, p. 175.)

Le préambule de ce Mémoire contient d'intéressants détails sur l'histoire du Pendule. Je n'ai trouvé que là l'indication d'un appareil propre à mesurer la longueur du Pendule à secondes, qui aurait été construit à Londres, de 1774 à 1779, par un horloger nommé Thomas Hatton, à l'instigation de la Société d'encouragement des Arts et de l'Industrie, et essayé par une Commission de cette Société, sans grand succès, il est vrai.

Le Pendule employé par le baron de Zach était le Pendule quasi-simple à fil de pite, d'or ou d'argent, soutenant un double cône en argent très bien travaillé. Pour en mesurer la longueur, on approchait du double cône une lame de verre couverte de noir de fumée, sur laquelle l'arête de base traçait un arc de cercle. Un compas micrométrique à verge servait à mesurer la distance du trait ainsi obtenu à la face inférieure de la *pincette* qui portait le fil. Cette distance était comparée à une toise en fer construite par Lenel à Paris.

Les expériences furent faites à Gotha, sur le Brocken dans le Harzgebirge, sur le Schneekopf dans le Thuringerwald et sur l'Inselsberg. Mais de Zach ne donne que le résultat relatif à Gotha, 440,693 lignes à 42° Fahr. pour la seconde de temps moyen.

Dans un autre Mémoire, inséré dans le même Volume, p. 244, sous le titre : *Kurzer Auszug aus einem Tagebuche, gehalten auf einer Reise auf dem Harz und ins Brockengebirge,* de Zach rapporte quelques-unes des circonstances de son voyage et de ses expériences du Pendule, sur le Brocken en particulier, mais sans en donner les résultats.

De Zach avait aussi fait construire par Klindworth, à Göt-

tingue, un appareil du Pendule semblable à celui de Whitehurst (*voir* ce nom, 1787). Il paraît en avoir fait usage, mais je ne crois pas que, malgré sa promesse, il en ait fait connaître les résultats.

1793. **Nelli** (G.-Cl. **de**). *Vita e Commercio letterarie di Galileo Galilei.* 2 vol. in-4°. Lozanna (en réalité Florence), 1793.

Première publication de la Lettre de Viviani au prince Léopold de Médicis, dans laquelle se trouve décrite l'horloge à pendule inventée par Galilée (*voir* Huygens, 1657).

1793. **Fordyce** (G.). *Account of a new Pendulum.* (*Phil. Trans.*, **84**, 1793, p. 2.)

1793. **Kraft** (W.-L.). *De tempore oscillationis Pendulorum, dum arcus datæ amplitudinis cujuscunque describunt.* (*Nova Acta Acad. Petrop.*, **9**; *Hist.*, p. 182; *Mém.*, p. 225.)

1797. **Henry** (l'Abbé Maurice). *Essais sur la détermination de la longueur du Pendule simple sous la latitude de Saint-Pétersbourg.* (*Nova Acta Acad. Petrop.*, **11**, 1798; *Hist.*, p. 200; *Mém.*, p. 524. — *Zach's monatl. Corresp.*, **11**. 1805, p. 444.)

Résultat des observations faites à l'Observatoire impérial de l'Académie des Sciences de Saint-Pétersbourg, relativement à la détermination de la longueur du Pendule simple sous la latitude de 59°56′23″.

1798. **Shuckburgh Evelyn** (G.-A.-W.). *An account of some endeavours to ascertain a Standard of Weight and Measures.* (*Phil. Trans.*, **88**, 1798, p. 133.)

1799. **La Place** (P.-S. **de**). *Traité de Mécanique céleste.* Tome II. an VII.

Chap. IV. De la figure d'un sphéroïde très peu différent d'une sphère et recouvert d'une couche de fluide en équilibre.

Chap. V. Comparaison de la théorie précédente avec les observations.

1799. ***Christmann** (W.-L.). *De centro oscillationis per Hugenii*

regulam analytice inveniendo tentamen. In-4°. Tubingæ, 1799.

1799. **Burja** (Abel). *Sur la longueur du Pendule à secondes à Berlin.* (*Mém. de l'Acad. de Berlin,* 1799 et 1800, p. 3.)

1799. **Seyffert.** *Nachricht von der Einrichtung und dem Gange einer nach guten Regeln ausgeführten und mit einem Compensationspendel versehenen astronomischen Uhr.* (*Bode's Astr. Jahrbuch für* 1802, p. 113.)

1799. **Fontana** (G.). *Sopra alcune particolarità concernenti la gravità terrestri.* (*Mem. della Soc. Italiana,* **8**, p. 124.)

1800. **Prony** (G. **de**). *Méthode pour déterminer la longueur du Pendule simple qui bat les secondes, et pour trouver, en général, les positions des centres de gravité et d'oscillation et le moment d'inertie d'un corps de forme quelconque.* Mémoire présenté à la première Classe de l'Institut, le 11 vendémiaire an IX (4 octobre 1800).

Ce Mémoire, bien que présenté à l'Institut et signalé dans les Procès-verbaux, était resté inédit. L'existence toutefois en était connue par un extrait publié, sous la signature J.-B. B. (probablement J.-B. Biot), dans le *Bulletin de la Société philomathique*, in-4°, **2**, p. 159; et par une Note de Pasquich, dans la *Monatliche Correspondenz* du baron de Zach, **12**, 1805, p. 137. L'original en a été retrouvé par M. le capitaine Defforges dans les Archives de l'École des Ponts et Chaussées (voir *Comptes rendus de l'Acad. des Sc.*, **106**, 1888, p. 1657). Il est publié pour la première fois dans ce Volume, p. 65.

J'ai donné dans l'*Introduction* (p. XVII et XVIII) l'histoire des travaux de Prony sur le Pendule. La lecture du second Mémoire prouve avec l'évidence la plus complète que ce savant Ingénieur avait conçu, dès l'année 1800, la construction du Pendule réversible, qu'il en avait reconnu les avantages, et qu'il avait donné les moyens d'en régler les axes, de telle façon qu'ils fussent réciproques l'un de l'autre et que la mesure de leur distance, par le même procédé qui sert à vérifier la longueur d'un étalon de mesure, donnât immédiatement la longueur du Pendule simple synchrone.

Malheureusement, le Pendule de Prony ne fut jamais con-

struit. Et plus malheureusement encore, dans les réclamations de priorité que ce savant éleva par deux fois contre Kater, il n'eut pas la pensée de signaler l'existence de son Mémoire de 1800. Il ignorait qu'en 1811 Bohnenberger avait proposé l'emploi du Pendule à axes réciproques, et, dans sa première Note (*Conn. des Temps* de 1820, imprimée en 1818, p. 407), il crut suffisant, pour établir ses droits à la priorité de l'invention, de renvoyer à ses *Leçons de Mécanique* publiées en 1815, antérieurement à l'emploi par Kater du pendule réversible. Il faut avouer aussi que, dans ce Traité, la conception du Pendule à deux axes réciproques est loin d'être aussi nettement exposée que dans son Mémoire antérieur; c'est ce qui explique le ton assez hautain de la réponse que Kater inséra en note dans son Mémoire sur la longueur du Pendule à Londres (p. 78 de ce Volume). Plus tard, de Prony revint à la charge dans une plaquette publiée (sans date) chez Firmin Didot, sous le titre : *Réclamation de M. de Prony, Membre de l'Institut royal de France (Académie des Sciences), de la Société royale de Londres, etc., contre une interprétation erronée donnée à un passage de son « Traité de Mécanique analytique* (Paris, 1815) », par M. Kater, Membre de la Société royale de Londres, dans un Mémoire ayant pour titre : *An Account of experiments for determining the length of the Pendulum, etc.* (London, 1818).

Cette seconde réclamation ne paraît pas avoir plus que la première éveillé l'attention du monde savant sur les droits réels de Prony. Il a fallu la découverte de M. Defforges pour les mettre dans tout leur jour et établir l'histoire vraie de la découverte du Pendule à axes réciproques.

1800. **Pasquich** (Joh.). *Etwas über den Gebrauch der Lehre von Pendeln bey der Annahme der ellipsoidischen Gestalt der Erde.* (*Zach's Monatl. Corresp.*, **2**, 1800, p. 3.)

1800. **Huth** (J.). *Ueber die einfachste Compensation des Penduls.* (*Bode's Astr. Jarbuch* für 1803, p. 213.)

1801. **Coulomb** (Ch.). *Expériences destinées à déterminer la cohérence des fluides et les lois de leur résistance dans les mouvements très lents.* [*Mém. de l'Institut,* **3**, an IX (1801), p. 246.]

Cet important Mémoire, dont les résultats ont été souvent

utilisés par les géomètres et en particulier par M. Stokes pour la détermination du coefficient de frottement intérieur des fluides, a été reproduit dans le premier Volume de la *Collection de Mémoires publiés par la Société française de Physique.*

1801. **Döhler** (J.-F.-A.). *Beschreibung einer erprobten Compensation für Pendeluhren.* (*Gilb. Ann.*, **7**, 1801, p. 318.)

1801. **Gilbert** (L.-W.). *Note sur la variation de la pesanteur et de la longueur du Pendule à secondes produite par le Soleil et la Lune. Note additionnelle à un Mémoire de von Arnim.* (*Gilb. Ann.*, **8**, 1801, p. 87.)

1802. **Benzenberg** (J.-F.). *Rectification relative à cette Note.* (*Gilb. Ann.*, **15**, 1803, p. 113.)

1802. **Berthoud** (Ferd.). *Histoire de la mesure du temps par les horloges.* 2 vol. In-4°. Paris. An X. (1802).

Chap. VI. *Découverte du Pendule par Galilée.* Premier usage du P. simple dans les observations astronomiques, p. 86.

Chap. VII. *De l'application du P. aux horloges.* (Discussion des droits de Huygens, Galilée et Bürgi à cette invention. B. cite particulièrement les passages de l'*Histoire de l'Astronomie moderne de Bailly.*) — *Utilité des horloges à pendule pour la Physique générale. Elles ont servi de nouvelles preuves au mouvement de rotation de notre globe,* p. 93. — P. 118, *Table des longueurs du pendule simple.*

1802. **Walker** (Ez.). *Experimental proof that corrections deduced from the arcs of vibration of a pendulum in vacuo are practically useful.* (*Nicholson's Journal*, **3**, 1802, p. 35.)

1802. **Clay** (Jos.). *Observations on the figure of the Earth.* (*Trans. of the Amer. Phil. Soc.*, **5**, 1802, p. 312.)

1802. **Pearson** (W.). Article *Pendulum*, in the *New Cyclopœdia or Universal Dictionary of Arts and Sciences,* by Dr Rees. 30 vol. in-4°. London, 1802 and foll.

1802. **Benzenberg** (J.-F.). *Nachricht von Versuchen welche im*

Hambürger St-Michaelis Thurme über den Fall der Körper zum Beweise der Achsenumdrehung der Erde im Grossen angestellt werden. (*Gilb. Ann.*, **11**, 1802, p. 169.)

P. 173. Emploi du Pendule pour la mesure de la hauteur de la tour. Pendule de 339 pieds, durée d'oscillation 10 sec. 23 tierces.

1802. **Lejonmark** (G.-A.). *Om pendlärs svängningstider* (Sur la durée des oscillations des Pendules). (*Stockholm Akad. Handl.*, **23**, 1802, p. 165.)

1803. **Fletcher** (J.). *Observations on Sir G. Shuckburgh Evelyn's Paper in the « Phil. Trans. for* 1798 », *on the standard of weights and measure.* (*Nicholson's Journal,* **4**, 1803, p. 35.)

1803. **Fischer** (E.-G.). *Einfache Einrichtung der Atwoodischen Fallmaschine nebst Geräthschaft zu Versuchen über das Pendel.* (*Gilb. Ann.*, **14**, 1803, p. 1.)

1803. **Benzenberg** (J.-F.). *Eine neue Art Rostcompensation für astronomische Uhren.* (*Gilb. Ann.*, **14**, 1803, p. 315.)

1804. **Troughton** (Edw.). *Description of a tubular Pendulum, having all the properties of the Gridiron, but being more compact as well as more steady in its motion.* [*Nicholson's Journal,* **9**, 1804, p. 225. — *Gilb. Ann.*, **25**, 1807, p. 255. — *Bode's Astr. Jahrbuch für* 1808 (1805), p. 249.]

1804. **Benzenberg** (J.-F.). *Ueber ein Centrifugalpendel.* (*Gilb. Ann.*, **16**, 1805, p. 494.)

Emploi du P. conique pour mesurer de très petites fractions de temps.

1804. **Svanberg** (Jöns.). *Historisk öfversigt af problemet om jördens figur.* (Coup d'œil historique sur le problème de la figure de la Terre). (*Stockholm Akad. Handl.*, **25**, 1804, p. 125.)

1804. ***Thelin** (M.). *De oscillatione pendulorum.* Lundæ, 1804.

1805. **Boswell** (J.-W.). *Observations on the different degrees of facility with which masses of the same material admit of change in their temperature, with applications of the facts to the construction of Pendulum, and speculations upon various new forms of pendulous Regulators of Time.* (*Nicholson's Journal.*, **10**, 1805, p. 70.)

Voir 1806, G. J., remarques sur ce Mémoire.

1805. **Anonyme.** *Wright, Wren and Wilkins, on an universal Measure.* (*Phil. Magaz.*, **23**, 1805, p. 167.)

1805. **Pasquich** (Joh.). *Gedanken über den Prony'schen Vorschlag zur Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels.* (Zach's *Monatl. Corresp.*, **12**, 1805, p. 137.)

P. donne la théorie du Pendule à trois axes de Prony. (*Voir* 1792 et 1800.)

1805. **Hallström** (G.-G.). *De longitudine Penduli simplicis pro Aboa determinanda.* Aboæ, 1805.

1805. **Von Krusenstern** (A.-J.) et **Horner** (J.-K.). *Détermination de la longueur du Pendule simple à secondes à Megasaki.* (Japon.). (*Zach's. Monatl. Corresp.*, **14**, 1808, p. 249.)

Horner, astronome de l'expédition, avait emporté un appareil pour mesurer la longueur du Pendule simple d'après M. de Zach (*voir* 1799), avec des doubles cônes en argent et un compas micrométrique à verge. (*Voyage autour du monde fait pendant les années* 1803-1806 *sur les vaisseaux* la Nadiejeda *et* la Newa, *commandés par M. de Krusenstern.* Traduction revue par M. Eyriès, 2 vol. in-8° et Atlas. Paris, 1821, 1er vol., p. 36.) La relation du voyage, publiée d'abord en russe (3 vol. in-4° et Atlas. St-Petersbourg, 1810-12), ne donne aucun détail sur les expériences à Megasaki, et n'indique pas qu'il ait été fait des observations en d'autres lieux.

1806. **Biot** (J.-B.). *Sur les axes de suspension synchrones.* (*Journal de l'Éc. Pol.*, XIIIe cahier, **6**, 1806, p. 242.)

1806. **G. J.** *Remarks on a Paper of M. Boswell* (1805) *on invariable Pendulums.* (*Nicholson's Journal,* **15**, 1806, p. 84.)

1806. **Von Zach** (Anton.). *Gedanken über die Figur der Erde.* (*Zach's Monatl. Corresp.,* **13**, 1806, p. 221.)

1807. **Young** (Th.). *A course of Lectures on natural Philosophy and the mechanical Arts.* 2 vol. in-4°. London, 1807.

T. **1**. Lecture V : *On confined motion* (mouvement du Pendule plan et conique). — Lecture IX (centre d'oscillation). — Lecture XVII : *On time Keepers* (compensation des balanciers).

T. **2**, p. 87 : *A Catalogue of Works relating to natural Philosophy and the mechanical Arts.* Catalogue très riche d'Ouvrages relatifs aux Mathématiques, à la Physique et à la Technologie.

Sur le pendule : p. 137. *Center of gyration.* — P. 146 : *Measures.* — P. 358 : *Figure and magnitude of the Earth.*

1807. **Schnitter** (W.). *Ueber das Troughton'sche röhrenförmige Pendul* (1807) [*Voir* Troughton 1804]. (*Bode's Astr. Jahrbuch für* 1810, p. 184.)

1807. **Blacker** (Th.). *Ueber ein Merkurial-Pendul.* (*Bode's Astr. Jahrbuch für* 1810, p. 221.)

1808. **Biot** (J.-B.) et **Arago** (Fr.). *Expériences sur la longueur du Pendule à secondes sur différents points de l'arc du méridien compris entre Dunkerque et l'île de Formentera.* (*Bull. de la Soc. philomathique,* I, 1808, p. 261.)

Note lue à l'Institut le 27 juin 1808. — *Voir* aussi le Rapport de Mathieu, Bouvard et Burckhardt : *Exposé des résultats des grandes opérations géodésiques faites en France et en Espagne, pour la mesure d'un arc du méridien, et la détermination du mètre.* (*Conn. des Temps pour* 1810 (1808), p. 485. — *Œuvres d'Arago,* **11**, p. 93.)

1808. **Kater** (H.). *Description of a new compensation Pendulum.* (*Nicholson's Journal,* **20**, 1808, p. 214.)

1808. **Ward** (H.). *Description of a compensation Pendulum for a clock or time-piece.* (*Nicholson's Journal,* **21**, 1808, p. 53. — *Phil. Magaz.*, **32**, 1808, p. 22.)

1808. ***Grozdoff**. *Sur les Pendules simples ou composés.* Saint-Pétersbourg, 1808.

1808 et 1809. **Poisson** (S.-D.). *Sur les oscillations du Pendule dans un milieu résistant et en ayant égard à l'extensibilité du fil.* (*Journal de l'Éc. Polytechnique*, XIVe Cahier, **7**, 1808, p. 143. — XVe Cahier, **8**, 1809, p. 345.)

1809. **Œrstedt** (H.-Ch.). *Naturens almindelige Love* (Lois générales de la Nature). Copenhague, 1809.

Indication de l'influence de la densité de l'air sur la marche du Pendule.

1809. **Biot** (J.-B.). *Rapport fait à l'Institut sur la longueur du Pendule à secondes observée aux deux extrémités de la méridienne et sur l'aplatissement de la Terre qui en résulte.* (*Bibl. Britannique,* **42**, 1809, p. 23. — *Giornale di Fisica di Brugnatelli,* **2**, 1809, p. 498.)

1809. **Walker** (Ezek). *On deal pendulum roads.* (*Phil. Magaz.*, **33**, 1809, p. 30. — **34**, 1809, p. 3.)

1809 et 1814. **Paoli** (P.). *Sulle oscillazioni di un corpo pendente da un filo estendibile.* [*Memorie della Società Italiana.* Verona, **14**, 1809, p. 225, et **17** (5 août 1814), 1815, p. 73. — *Zach's Monatl. Corresp.*, **19**, 1809, p. 301.]

1810. **Warren** (J.). *An account of experiments made at the Observatory near Fort St-Georges for determining the length of the simple Pendulum beating seconds of time at that place.* (*Asiatic Researches,* **11**, 1810, p. 292.)

1810. **Walker** (Ezek). *On Pendulums.* (*Phil. Magaz.*, **36**, 1810, p. 81.)

1810. **Von Zach** (F.-X.). *Considérations sur l'aplatissement de la Terre d'après les nouvelles observations.* (*Bibl. Britannique,* **44**, 1810, p. 295. — *Giornale di Fisica di Brugnatelli,* **3**, 1810, p. 429.)

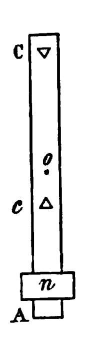
1810. **Anonyme.** *Ueber Densität der Erde und deren Einfluss auf geographische Ortbestimmungen.* (*Zach's Monatl. Corresp.,* **21**, 1810, p. 293.)

P. 299. Détermination de la densité de la Terre par l'observation de la longueur du Pendule à secondes.

1810. **Oltmanns** (J.). *Abplattung der Erde nach den Pendelbeobachtungen von Biot in Dünkirchen und Formentera bestimmt.* (*Zach's Monatl. Corresp.,* **21**, 1810, p. 536.)

1811. **Bohnenberger** (J.). *Astronomie.* In-8°. Tubingen, 1811.

Page 448. Après avoir démontré le théorème de Huygens et sa réciproque, B. ajoute : « En particulier, si le centre de gravité tombe dans le plan de deux axes d'oscillation parallèles l'un à l'autre, mais en est séparé par des distances inégales, et si les oscillations du corps autour de ces axes sont d'égale durée, la longueur du pendule simple correspondant est égale à la distance des axes d'oscillation. D'après cela, on peut déterminer par expérience la longueur du pendule simple à l'aide d'un pendule composé faisant ses oscillations dans le même temps. Que l'on fixe à une tige cylindrique ou prismatique CA, en C et *c*, deux axes en forme de coins, dont les couteaux soient tournés l'un vers l'autre, perpendiculaires à la tige et parallèles l'un à l'autre. Que l'un se trouve à l'extrémité C de la tige, l'autre en *c* à une distance de C un peu plus grande que les $\frac{2}{3}$ de la longueur de la tige, de sorte que le centre d'oscillation O autour du couteau C tombe entre C et *c*. Que sur la partie excédante *c*A de la tige puisse se mouvoir de haut en bas et de bas en haut un petit poids *n*. On peut alors, par la diminution de la masse de la tige sur l'un ou l'autre côté, faire aisément que, lorsque ce pendule sera suspendu par son couteau C, un fil à plomb suspendu à cet axe rencontre l'arête du couteau *c*; le centre de gravité du pendule se trouve alors dans le plan des axes d'oscillation. Par le déplacement du poids *n*, on peut faire ensuite que le



centre des oscillations autour de C tombe sur l'arête du couteau *c*, ce que l'on reconnaît à ce que les oscillations autour de C et de *c* sont isochrones. Alors la distance des couteaux est égale à la longueur du pendule simple qui est isochrone avec le pendule composé. »

C'est sur ce passage de l'Astronomie de B. que s'est fondé Bessel pour donner au Pendule à axes réciproques le nom de *Pendule de Bohnenberger*. Le Mémoire de Prony (1800) était alors inconnu. Le nom de *Pendule à réversion* a été donné à l'appareil par Schumacher (1825).

1811. **Brioschi** (P.). *Della variazione del moto dei Pendoli dipendente da quella della temperatura.* (*Effemeridi di Milano,* 1812, p. 114. — *Zach's Monatl. Corresp.*, **27**, 1813, p. 457.)

1812. **Reid** (Ad.). *Description of a compensation Pendulum for a Clock.* [*Nicholson's Journal,* **31**, 1812, p. 199. — *Ann. de Chimie*, **85**, 1813, p. 183. (Description par Guyton de Morveau).]

1812. **Reid** (Th.). *Effects of the attraction between the Weights and the Pendulum on the going of Clocks.* (*Nicholson's Journal*, **33**, 1812, p. 92.)

1812. **Walker** (Ezek.). *On variations in the vibrations of Pendulum.* (*Phil. Magaz.*, **40**, 1812, p. 293.)

1812. **Anonyme**. *A new compensation Pendulum, without joints or surfaces bearing against or moving upon each other.* (*Nicholson's Journal,* **33**, 1812, p. 217.)

1812. **Oltmanns** (J.). *Darstellung der im Laufe einer Weltumsegelung von den spanischen Corvetten* Descubierta *und* Atrevida *in Europa, America, Asia, dem stillen Ocean und in Neuholland gemachten Pendel-Beobachtungen.* (*Zach's Monatl. Corresp.*, **25**, 1812, p. 467.)

Résultats des observations du Pendule invariable faites par Malaspina (*voir* 1789).

1812. **Anonyme.** *Versuch die Ellipticität der südlichen und nördlichen Erdhalbkugel aus Malaspina's Pendel-Beobachtungen zu bestimmen.* (*Zach's Monatl. Corr.*, **25**, 1812, p. 569.)

1812. **Anonyme.** *Bestimmung der Abplattung der Erde aus den Pendelbeobachtungen und aus Gradmessung in Frankreich.* (*Zach's Monatl. Corr.*, **25**, 1812, p. 575.)

1813. **Mathieu** (C.-L.). *Sur les expériences du Pendule faites par les navigateurs espagnols en différents points du globe.* (*Conn. des Temps pour* 1816, p. 314.) — Expériences de Malaspina.

1813. **K...** (H.). *Facts and remarks upon the interruption which the situation of the maintaining weight produces in the rate of a clock, when near the Pendulum.* (*Nicholson's Journal*, **34**, 1813, p. 146.)

1813. **Hoszfeld** (J.-W.). *Gedrankter Auszug aus der geometrischen Attractionslehre und ihre Anwendung auf Berechnung der Figur, Abplattung, Grösse und innere Masse der Erde.* (*Gilb. Ann.*, **45**, 1813, p. 74 et 185.)

Détermination de la longueur du Pendule pour diverses densités de la Terre.

1814. **Delambre** (J.-B.). *Astronomie théorique et pratique.* 3 vol. in-4°. Paris, 1814.

T. III, chap. XXXV, art. 114, p. 577 : *Mesure du Pendule.*

1814. **Pouillet** (C.-S.-M.). *Pendule à oscillations coniques.* (*Corr. de l'Éc. Polytechnique*, **3**, 1814-16, p. 27.)

1814. **Deflers.** *Problème sur le Pendule simple.* (*Corresp. de l'Éc. Polytechnique*, **3**, 1814-16, p. 183.)

1814. **Dubuat.** *Le point de suspension d'un Pendule simple, à l'état de repos, étant subitement entraîné, d'un mouvement*

rectiligne et uniforme, avec une vitesse connue, le long d'une droite horizontale, on propose d'assigner la nature de la trajectoire décrite par l'extrémité inférieure de ce Pendule, ainsi que toutes les autres circonstances du mouvement, en faisant toutefois abstraction de la résistance du milieu. (*Ann. de Gergonne*, **5**, 1814, p. 55.)

1814. **Argand.** *Lettre à Gergonne relative au problème précédent.* (*Ibidem*, p. 216.)

1814. **Dubuat.** *Lettre à Gergonne relative au même problème.* (*Ibidem*, p. 218.)

1814. **Cesaris** (G.-A. **de**). *Riflessioni sopra gli orologi astronomici.* (*Effemeridi di Milano*, 1814, p. 74.)

1815. **Prony** (G. **de**). *Note sur un nouveau moyen de régler la durée des oscillations du Pendule.* (*Conn. des Temps pour* 1817, p. 229. — *Ann. de Ch. et de Ph.*, **5**, 1817, p. 309. — *Mém. de l'Acad.*, **2**, 1817; *Hist.*, p. IX.)

1815. **Français** (J.-F.). *On donne la sous-tendante de l'arc que doit décrire l'extrémité inférieure d'un Pendule simple, et l'on demande quelle longueur doit avoir ce Pendule pour que la durée de ses oscillations soit un minimum.* (*Ann. de Gergonne*, **6**, 1815-16, p. 126.)

1815. **Prony** (G. **de**). *Leçons de Mécanique analytique données à l'École Polytechnique.* 2 vol. in-4°. Paris, 1815.

Tome II, Section III : Du Pendule composé et du centre d'oscillation. Propriétés et usages du Pendule composé; appareil nouveau pour mesurer la longueur du Pendule simple qui bat les secondes, art. 1095 à 1111. — Emploi d'un curseur pour régler la durée d'oscillation, art. 1198 à 1201.

1815. **Firminger** (Th.). *A copy of experiments made at the R. Observatory, with a view to establish a standard of weights and measures, by determining the length of the seconds Pendulum.* (*Phil. Magaz.*, **45**, 1815, p. 33.)

1815. **Bowditch** (N.). *On the motion of a Pendulum suspended from two points.* (*Memoirs of the american Academy*, **3**, 1815, p. 413.)

1815. ***Steinhauser** (J.-G.). *Versuch eines Maassystems, welches mit dem Umfang der Erde, mit den Grundsätzen der Natur, mit der Länge des Secundenpendels, ..., übereinstimmt.* Zeitz, 1815.

1815. **Moscati** (P.). *Sopra un singolare fenomeno* (*oscillazioni ne' Pendoli*) *osservato nella Specola Fisico-meteorol. eretta in Milano.* (*Mem. della Soc. ital.* Modena, **17**, 1815, p. 256.)

1815. ***Tengstrom** et **Bonsdorff.** *Dissertatio academica de figura Telluris ope Pendulorum determinanda.* In-4°. Aboæ, 1815.

1815. **Jürgensen** (Urb.). *Afhandling over en hidindtil ei ganske overvunden hindring for de astronomiske uhres jevne* (*isochroniske*) *gang.* (Notice sur un obstacle, non encore complètement vaincu, à la marche isochrone des Pendules astronomiques). — (*Oversigt over det K. Danske Videnskaberne Selskabs Forhandlinger og dets Medlemmers Arbeider,* 1815-16, p. 4.)

1816. **La Place** (P.-S., marquis **de**). *Sur la longueur du Pendule à secondes.* (*Ann. de Ch. et de Phys.*, **3**, 1816, p. 92. — *Gilbert Ann.*, **57**, 1817, p. 225. — *Bull. de la Soc. philomathique,* **5**, 1816, p. 170 et 172. — *Conn. des Temps*, 1820, p. 265. — *Phil. Magaz.*, **49**, 1817, p. 256.)

Étude du Pendule de Borda; influence de la forme du couteau.

Addition par M. Poisson. (*Bull. de la Soc. philom.*, **5**, 1817, p. 193.)

1816. **La Place.** *Sur l'action réciproque des Pendules.* (*Ann. de Ch. et de Phys.*, **3**, 1816, p. 162. — *Ann. de Gilbert*, **57**, 1817, p. 229. — *Phil. Magaz.*, **49**, 1817, p. 258. — *Mém. de l'Acad.*, **1**, 1816; *Hist.*, p. IIJ.)

1816. **Poisson** (S.). *Sur les oscillations du Pendule composé.* (*Conn. des Temps,* 1819, p. 332.)

1816. **Kelly** (P.). *Metrology, or an exposition of weights and measures, chiefly those of Great Britain and France, comprising Tables of comparison and views of various standards, with an account of laws and local customs.* In-8°, London, 1816.

P. 8 : « Length of a Pendulum vibrating seconds in different latitudes. » Tableau des longueurs du Pendule observées dans l'hémisphère nord. Parmi les observations faites à Londres, K. cite celles de Emerson, Desaguliers, Dr Rotheram (Pendule cycloïdal) et Sir Jonas Moore. Le major John Herschel, qui a cité l'Ouvrage de Kelly dans *Nature* (**24**, 1881, p. 237), n'a pu retrouver les observations originales de ces savants. Je n'ai pas été plus heureux que lui.

1816. **Owen Nulty**. *Investigation of a theorem, prepared by Dr Rittenhouse, respecting the summation of the several powers of the sines; with its application to the problem of a Pendulum vibrating in circular arcs.* (*Trans. of the Amer. Phil. Society,* **1**, 1818, p. 395. — *Bull. de Férussac,* **4**, 1825, p. 226.)

Rittenhouse avait donné la solution du même problème dans le IIIe Vol. des mêmes *Transactions,* p. 155 (1793).

1816. **Watts** (W.). *A rigorous investigation of the length of the seconds Pendulum in the latitude of Plymouth, being* 50° 22′ 28″. (*Thomson's Ann. of Philosophy,* **8**, 1816, p. 284.)

1817. **Prony** (G. de). *Note sur un nouveau moyen de régler la durée des oscillations des Pendules.* (*Bull. de la Soc. philom.,* **5**, 1817, p. 53. — *Conn. des Temps pour* 1820, p. 402.)

Ce moyen est différent de celui qu'indique la *Conn. des Temps* de 1817).

1817. **Adrain** (R.). *Investigation of the figure of the Earth and of the gravity in different latitudes.* (*Trans. of the Amer. Phil. Society,* **1**, 1818, p. 119 et p. 353.)

1817. **Kater** (H.). *An account of experiments for determining the length of the Pendulum vibrating seconds in the latitude of London*. (*Phil. Trans.*, **108**, 1818, p. 33.)

La traduction de ce Mémoire est insérée dans le Tome IV de ce Recueil, p. 77.

1817. **Young** (Th.). *Lettre à H. Kater sur l'influence des couteaux de suspension*. (*Phil. Trans.*, **108**, 1818, p. 95.)

Kater a reproduit cette lettre en appendice à la suite du Mémoire précédent. Je n'ai pas cru devoir donner la traduction de ce travail, à peu près inintelligible.

1817. **Gompertz**. *On Pendulums vibrating between cheeks*. (*Quarterly Journal of Science*, **3**, 1817, p. 13.)

1817. ***Werneburg** (J.-F.-Chr.). *Ueber die zeitherige Bestimmung der Dauer eines Pendelschlags und der Fallhöhe in einer Secunde*. Eisenach, 1817.

1817. **Rodriguez** (J.). *Ueber die Grössenverhältnisse des Erdsphäroids. — Beobachtungen des Secunden-Pendels*. (*Zeitschrift für Astronomie von Lindenau und Bohnenberger*. **3**, 1817, p. 78.)

1817. **Swinden** (J.-H. **van**). *Over Huygens als uitvinder der slinger uurwerken* [Huygens inventeur des horloges à Pendule]. (*Verhandel. van het K. Nederlandsche Institut te Amsterdam*, **3**, 1817, p. 27. — *Edinburgh Phil. Journal*, **6**, 1822, p. 197. — **7**, 1822, p. 35.)

1817-18. **Arago, Biot** et **de Humboldt**. *Expériences faites sur deux Pendules invariables à Paris et à Londres*. [(*Œuvres d'Arago*, **11**, p. 108. (Mesure de la méridienne de France). — *Recueil d'observations géodésiques*. In-4°. Paris, 1821, p. 585.)]

1818. **Biot** (J.-B.) et **Arago** (Fr.). *Notice sur un voyage entrepris pour mesurer la courbure de la Terre et la variation de*

la pesanteur terrestre sur l'arc du méridien compris entre les îles Pithyuses et les îles Shetland. [*Mém. de l'Acad. des Sciences*, **3**, 1818; *Hist.*, p. 73 (*voir* 1821). — *Ann. marit. et coloniales*, 1818, 2e Partie., p. 852.]

1818. **La Place** (P.-S. Marquis **de**). *Mémoire sur la figure de la Terre.* (Lu à l'Acad. des Sc., le 4 août 1818). (*Mém. de l'Acad. des Sc.*, **2**, 1817, p. 137.)

Addition au précédent Mémoire. (Lu au Bureau des Longitudes, le 26 mai 1819). (*Mém. de l'Acad. des Sc.*, **3**, 1818, p. 489.)

Extraits du Mém. et de l'Add. dans : *Conn. des Temps* pour 1821, p. 326; pour 1822, p. 284. — *Ann. de Ch.*, **8**, 1818, p. 313 et **11**, 1819, p. 31. — *Journal de Physique*, **87**, 1818, p. 136 et **90**, 1820, p. 303. — *Bull. de la Soc. Phil.*, **6**, 1818, p. 122 et **6**, 1819, p. 97. — *Phil. Magaz.*, **54**, 1819, p. 371. — *Giornale di Brugnatelli*, **3**, 1820, p. 128 et 343.

Remarques sur ce Mémoire par Young. (*Quart. Journal of Sc.*, **9**, 1820, p. 32.)

1818. **Gauttier** (P.-H.). *Expériences sur le Pendule faites à Toulon, à l'île Formentera et à l'île des Olives à Pola,* par le Commandant Gauttier et ses officiers, MM. Benoist, Mathieu, Lalande, Deloffre, Jacquinot, Marion, Lottin, Gressien et Gasquet, pendant leur campagne hydrographique dans la Méditerranée sur la *Chevrette,* en 1818.

Registre manuscrit déposé aux Archives de l'Observatoire de Paris. — Je ne crois pas que ces observations aient été publiées; Saigey, en 1842, dit qu'elles ne sont pas encore connues. Elles paraissent avoir été faites avec un Pendule invariable fourni par le Bureau des Longitudes, et par la même méthode qu'employait de Freycinet. Les expériences de Formentera ont été calculées par Biot.

1818. **Müffling** (Fried. **von**) et **Arago** (Fr.). Observation à Paris des oscillations d'un Pendule invariable de Fortin, citée par Bessel dans ses *Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels,* p. 58. Art. 23.

Ce même Pendule fut ensuite observé à Berlin en 1823 et 1824, puis à Kœnigsberg en 1826. (*Voir* ces dates.)

1818. **Bowditch** (N.). *On the calculation of the oblateness of the Earth by means of the observed lengths of a Pendulum in different latitudes, according to the method given by Laplace in the second Volume of the « Mécanique céleste », with Remarks on other parts of the same Work relating to the figure of the Earth.* (*Mem. of the american Academy*, Cambridge, **4**, 1818, p. 30.)

1818. **Nulty** (Eug.). *Solution of a general case of the simple Pendulum.* (*Trans. of Amer. Phil. Soc.*, **2**, 1825, p. 466.)

1818. **Anonyme**. *On the figure of the Earth and on the length of the seconds Pendulum in different latitudes.* (*Quart. Journal of Sc.*, **5**. 1818, p. 235.)

1818-19. **Kater** (H.). *An account of experiments for determining the variation in the length of the Pendulum vibrating seconds, at the principal stations of the trigonometrical Survey of Great Britain.* (*Phil. Trans.*, **109**, 1819, p. 337; *Edinburgh Phil. Journal*, **2**, 1820, p. 319.)

Stations : 1818, Unst, Portsoy, Leith Fort, Clifton, Arbury-Hill; 1819, Londres, Shanklin Farm (île de Wight). P. 416, tableau des longueurs du Pendule. Réduction au niveau de la mer.

1818-20. **Freycinet** (C.-L. de). *Voyage autour du monde entrepris par l'ordre du Roi, exécuté sur les corvettes de S. M.* l'Uranie *et* la Physicienne, *pendant les années* 1818 à 1820. 12 vol. in-4° et Atlas, 1824-44.

Les observations du Pendule forment un demi-volume sans numéro d'ordre, publié en 1826.

Livre I. *Mémoire sur les observations du Pendule,* lu à l'Acad. des Sc., le 16 mai 1825. *Choix des instruments,* p. 3. F. fit usage de quatre pendules invariables, dont trois en métal fondus d'une seule pièce (Fortin), et un à tige de sapin (Bréguet). Ces Pendules sont conservés à l'Observatoire de Paris. On comptait le nombre d'oscillations dans un temps donné, mesuré au chronomètre, à l'aide d'un compteur à balancier qu'on mettait et entretenait d'accord avec le pendule. Stations : Paris.

1817; Rio-Janeiro, Le Cap de Bonne-Espérance, Port-Louis de l'île de France, île Rawak, 1818; Guam, capitale des îles Mariannes, île Mowi, l'une des Sandwich, Port Jackson, 1819; baie Française des îles Malouines. Rio-Janeiro, Paris, 1820.

Calcul de la longueur du Pendule à secondes pour chaque station, p. 25.

Détermination de l'aplatissement de la Terre d'après les expériences des trois Pendules en laiton, p. 27. *Résultats généraux*, p. 45.

Livre II. Tout le reste du Mémoire est rempli par les calculs de réduction, pp. 57 à 282.

Voir aussi : *Bull. de la Soc. philom.*, 1825, p. 70. — *Bull. de Férussac*, **7**, 1827, p. 29. — *Ann. maritimes et coloniales*, **14**, 1821, p. 445.

Rapport à l'Acad. des Sc., le 3 avril 1821, par Arago; *Œuvres d'Arago*, **9**, p. 135; Observations du Pendule, p. 139. — *Ann. de Gilbert*, **70**, 1822, p. 70.

1818-1820. **Sabine** (Edw.). *An account of experiments to determine the time of vibration of the Pendulum in different latitudes.* (*Phil. Trans.*, **111**, 1821, p. 163; *Ann. de Gilbert*, **69**, 1821, p. 402.)

Sur les observations du Pendule faites pendant le premier voyage du capitaine Parry, Note d'Arago. (*Conn. des Temps*, pour 1827 (1824), p. 393. — *Œuvres d'Arago*, **11**, p. 176.)

Les expériences furent faites avec deux Pendules invariables adaptés à deux horloges, pendant les deux voyages de découverte à la recherche du passage du Nord-Ouest, en 1818 et en 1819-1820, sous les ordres de Parry et de James Ross.

Stations : 1er voyage, île de Brassa (Shetland), île de Hare ou de Waigat, Londres. 2e voyage, Londres, île Melville. — Tableau des longueurs du Pendule. *Phil. Trans.*, p. 189.

1819. **Biot** (J.-B.). *Sur la longueur du Pendule à secondes observée à Unst, la plus boréale des îles Shetland.* (*Bull. de la Soc. philomathique*, **6**, 1819, p. 21.)

1819. **Puissant** (L.). *Traité de Géodésie.* 2 vol. in-4°. 2e édit. Paris, 1819.

Tome II, p. 290, Liv. VI, Chap. IV : Détermination de la figure de la Terre par des observations du Pendule. — 3e édit.. 1842, p. 402.

1819. **Young** (Th.). *Remarks on the probabilities of error in physical observations, and on the Density of the Earth, considered especially with regard to the reduction of experiments on the Pendulum.* (*Phil. Trans.*, **109**, 1819, p. 70.)

Young traite en particulier de la réduction du Pendule au niveau de la mer.

1819. **Gregory** (Ol.). *On the different « rates » of Pennington's astronomical Clock, at the island of Balta, in Zetland, and at Woolwich common, Kent; with comparative Tables, and remarks upon the results of various other Pendulum experiments.* (*Phil. Magaz.*, **53**, 1819, p. 426.)

1819. **Firminger** (Th.). *On the compensation mercurial Pendulum of Mr Govin Lowe.* (*Phil. Magaz.*, **54**, 1819, p. 102.)

1819. **Fisher** (G.). *On the figure of the Earth, as deduced from measurements of arcs of the meridian and observations on Pendulums.* (*Quart. Journal of Sc.*, **7**, 1819, p. 299.)

1819. **Troughton** (Edw.). *Comparison between the length of the seconds Pendulum as determined by Mr Whitehurst and captain Kater.* (*Edinburgh Phil. Journal*, **1**, 1819, p. 75.)

1819. **Watts** (W.). *Remarks on captain Kater's Paper containing experiments for determining the length of the seconds Pendulum in the latitude of London.* (*Edinburgh Phil. Journal*, **1**, 1819, p. 325.)

1820. **Pirard** (J.-P.). *Mémoire sur la question : « Un corps étant suspendu à l'extrémité d'une corde dont l'autre extré-*

mité est attachée à un point fixe, si on lui fait décrire un arc de cercle quelconque autour de l'extrémité fixe, et qu'on lui imprime en outre un mouvement de projection, on demande la nature de la courbe à double courbure que décrira ce corps, dans l'hypothèse de la résistance de l'air en raison du quarré de la vitesse. » (*Mém. couronnés par l'Acad. R. de Bruxelles*, **2**, 1820.)

Publié à part sous le titre : *Sur le Pendule spiral ou conique*. In-4°. Bruxelles, 1822.

1820. **Watts** (W.). *On the length of the Pendulum.* (*Edinburgh Phil. Journal*, **3**, 1820, p. 27.)

— *On the ellipticity of the Earth.* (*Ibid.*, **3**, 1820, p. 288.)

— *Observations on the resistance of fluids.* (*Ibid.*, **4**, 1821, p. 315.)

1820*. **Rohde** (J.-Ph. **von**). *Ueber interessante noch fehlende Versuche mit dem Pendel....* Potsdam, 1820.

1820. **Ermerins** (J.-G.). *De inventione Penduli compensati, hujusque Theoria.* In-4°. Lugduni Batavorum, 1820.

1820. **Ide** (J.-J.-A.). *System der reine und angewandte Mechanik der festen Körper.* 2 vol. in-8°. Berlin, 1820.

IIe Partie, p. 306 : Étude de l'influence du couteau de suspension du Pendule.

1821. **Biot** (J.-B.) et **Arago** (Fr.). *Recueil d'observations géodésiques, astronomiques et physiques exécutées... en Espagne, en France, en Angleterre et en Écosse, pour déterminer la variation de la pesanteur....* T. IV de la *Base du système métrique*. In-4°. Paris, 1821.

P. 441 : Expériences sur la longueur du Pendule faites en différents points de l'arc du méridien qui s'étend depuis l'île de Formentera, la plus australe des Pithyuses, jusqu'à Unst, la plus boréale des îles Shetland.

Stations : Formentera, déc. 1807 et janv. 1808; Paris à l'ob-

servatoire, Bordeaux, Figeac, Clermont. 1808; Dunkerque. 1809: Fort de Leith, Unst et Londres, 1817; Paris, 1818.

Voir aussi : Biot, *Sur la longueur absolue du Pendule observée en Angleterre et en Écosse par le procédé de Borda, avec des remarques sur l'exactitude que ce procédé comporte.* (*Bull. de la Société philomathique*, **7**, 1821, p. 70. — *Ann. de Gilbert*, **69**, 1821, p. 337.) — *Addition à l'article sur la mesure du Pendule à différentes latitudes.* (*Bull. de la Soc. philomathique*, ibid., p. 77. — *Ann. de Gilbert*, ibidem, p. 351.)

1821. **Nicollet** (J.-N.). *Sur la détermination de la grandeur et de la figure de la Terre.* (*Bibl. univ. de Genève*, **18**, 1821, p. 165.)

1821. **Goldingham** (J.). *Observations for ascertaining the length of the Pendulum at Madras in the East Indies, latitude 13°4′9″,1 N., with the conclusion drawn from the same.* (*Phil. Trans.*, **112**, 1822, p. 127.)

1821. **Goldingham** (J.). *Report on the length of the Pendulum at the Equator, by J. Goldingham, esq., from experiments and observations made in a Expedition fifted out under his Direction from the Observatory of Madras, by order of the Madras Government, in the year* 1821; *together with a deduction of a figure of the Earth, by combining the Equator, Madras and London experiments; also the geographical situation of different Places seen in the expedition.* In-fol. Sans lieu ni date (probablement Madras, 1824).

Extrait dans : *Annals of Philosophy*, 1826, **12**, p. 281 et 342. — *Bull. de Férussac*, **7**, 1827, p. 120. — *Phil. Magaz.*, **65**. p. 394. — *Almanak ten dienste der Zeelieden*, 1829, p. 173.

Les expériences furent faites avec un Pendule invariable de Kater, à Madras par Goldingham, à Gaunsah-Lout, petite île au S.-O. de Sumatra, par Lawrence et Robinson.

1821. **Rümker** (K.). *Observations à Londres sur la longueur du Pendule simple.* (*Zach Monatl. Corresp.*, **5**, 1821, p. 66.)

1821. **Ivory** (J.). *On rolling Pendulum.* (*Phil. Magaz.*, **58**, 1821, p. 341.)

1821. **Anonyme.** *Remarks on Capt. Kater's experiments on the length of the Pendulum.* (*Thomson Annals of Philosophy,* **1**, 1821, p. 387.)

1821. **Carlini** (Fr.). *Osservazioni della lunghezza del Pendolo semplice, fatte all' altezza di mille tese sul livello del mare.* (*Effemeridi di Milano,* 1824, p. 28. — *Bull. de Férussac*, **3**, 1825, p. 298. — *Sabine, An account of Carlini's experiments. Quart. Journ. of Sc.,* **2**, 1827, p. 153.)

Observation du Pendule à l'hospice du mont Cenis par la méthode de Borda modifiée.

1821-22. **Brisbane** (Th.-M.), **Rümker** (K.-L.-Chr.) et **Dunlop** (J.). *An account of experiments made with an invariable Pendulum at New South Wales.* (*Phil. Trans.*. **113**, 1823, p. 308. — *Conn. des Temps pour* 1826, p. 307. — *Bull. de Férussac,* **2**, 1824, p. 123. — *Zach's Monatl. Corresp.,* **5**, 1821, p. 66. — *Bode's Astr. Jahrbuch für* 1827 (1824) p. 112.)

Le Pendule de Brisbane était semblable à celui que Kater avait employé en diverses stations du Trig. Survey (1818-19). Les expériences furent faites à Londres en avril 1821, et à Paramatta en août et septembre 1822.

1821-24. **Sabine** (Edw.). *An account of experiments to determine the figure of the Earth, by means of the Pendulum vibrating seconds in different latitudes.* In-4°. London, 1825. [*Bull. de Férussac,* **7**, 1827, p. 25. — *Bode's Astr. Jahrbuch für* 1829 (1826), p. 138.]

Stations : Londres, Sierra Leone, Saint-Thomas, Ascension, Bahia, Maranham, la Trinité, la Jamaïque, New-York, Londres. — Hammerfest, Spitzberg, Groënland, Drontheim, Londres.

Une lettre de Sabine à M. Renwick signale une correction à faire aux longueurs du Pendule à New-York et Hammerfest. (*Journal of Sciences, Litt. and Arts,* avril 1827, p. 382. — *Bull. de Férussac*, **8**, 1827, p. 189. — *Phil. Trans.*, 1828, p. 76.)

1822. **Playfair** (J.). *Works of John Playfair.* 4 vol. in-8°. Edinburgh, 1822.

Dans le vol. IV : *Review of Kater on the Pendulum.*

1822. **Walbeck** (H.-J.). *Vergleichung der Secundenpendel-Beobachtungen Kater's unter sich selbst, nach der Methode der kleinsten Quadraten.* (*Astr. Nachr.*, **1**, 1823, p. 256.)

1822-23. **Hall** (Basil). *Letter to captain Kater communicating the details of experiments made by him and Mr Henry Foster. with an invariable Pendulum; in London, at the Gallapagos islands in the Pacific ocean, near the Equator; at San Blas de California in the N. W. coast of Mexico; and at Rio de Janeiro in Brazil. With an Appendix, containing the second series of experiments in London, on the return.* (*Phil. Trans.*, **113**, 1823, p. 211. — *Edinburgh Phil. Journal,* **10**, 1824, p. 91. — *Bull. de Férussac,* **1**, 1824, p. 151.)

1822-25. **Duperrey** (L.-I.). *Observations du Pendule invariable, de l'inclinaison et de la déclinaison de l'aiguille aimantée, faites dans la campagne de la corvette de S. M.* la Coquille, *pendant les années* 1822 *à* 1825. In-8. Paris, 1827. (*Conn. des Temps pour* 1830, p. 83. — *Ann. maritimes et coloniales,* **33**, 1827, vol. 2, p. 156.)

— *Rapport fait à l'Acad. des Sc., le lundi* 22 *août* 1825, *sur le voyage de découvertes exécuté dans les années* 1822, 1823, 1824 *et* 1825, *sous le commandement de M. Duperrey, lieutenant de vaisseau.* Arago rapporteur. (Œuvres d'Arago, **9**, p. 176. — Itinéraire, p. 177. — Observ. du Pendule, p. 186. — *Conn. des Temps pour* 1828, p. 240. — *Ann. de Ch. et de Ph.*, **30**, 1825, p. 337. — *Ann. des Sc. naturelles*, VI, 1825, p. 206. — *Bull. de la Soc. de Géographie,* n° **50**, p. 247. — *Phil. Magaz.*, **67**, 1826, p. 203, 280 et 362.)

Les observations furent faites avec deux des Pendules invariables de Freycinet aux stations suivantes : Paris, 1822 et 25; Toulon, 1822; îles Malouines, 1822; Port-Jackson, 1824; Iles de France, 1824; île de l'Ascension, 1825.

1823. **Mathieu** (L.). *Résultats des expériences faites avec des Pendules de comparaison aux îles Malouines et à la Nouvelle-Hollande.* [*Conn. des Temps pour* 1826 (1823), p. 280.]

Calculs des observations de Duperrey et de Brisbane et Rümker. — P. 284 : Démonstration de la formule de Borda pour la réduction à l'amplitude infiniment petite.

1823. **Verneuil**. *Sur un nouveau perfectionnement du Pendule.* (*Séances publiques de l'Acad. de Dijon,* 1823, p. 50.)

1823. **Baily** (Fr.). *On the mercurial compensation Pendulum.* (*Mem. of the R. Astr. Society,* **1**, 1823, p. 381.)

1823. **Gilbert** (Davies). *On the vibrations of heavy bodies in cycloidal and circular arches, as compared with their descents through free space; including an estimate of the variable circular excess in vibrations continually decreasing.* (*Quart. Journal of Sc.*, **15**, 1823, p. 90; **20**, 1826, p. 69.)

1823. **Young** (Th.). *The resistance of the air, determined from captain Kater's experiments on the Pendulum* (Anonyme). (*Quart. Journ. of Sc.,* **15**, 1823, p. 351.)

1823. **Bessel** (F.-W.). *Ueber den Einfluss der Dichtigkeit der Luft auf den Gang der Uhren.* (*Astr. Nachr.,* **2**, 1823, p. 49.)

1823. **Jürgensen** (Urb.). *Lettre à Schumacher, du 16 déc.* 1823, *sur la P. astr. construite pour l'Université de Copenhague.* (*Astr. Nachr.,* **3**, 1825, p. 1.)

Description d'un Pendule compensé; obtention de l'isochronisme par le ressort de suspension.

Voir, 1832, Mémoire sur l'horlogerie exacte.

1823. **Rümker** (K.-L.-Chr.). *Pendelbeobachtungen zu Paramatta* (août 1823). (*Astr. Nachr.,* **3**, 1825, p. 262.)

1823. **Hardy** (W.). *Beschreibung eines aufwärts gekehrten Feder-Pendels.* (*Ann. de Gilbert,* **75**, 1823, p. 389.)

Emploi du Pendule renversé ou *noddy* pour étudier le mouvement du support d'un pendule.

1823. **Hansteen** (Chr.). *Udkast til et paa Naturen grundet Maal- og Vaegt-System for Norge.* (Exposé d'un système de poids et mesures pour la Norvège, fondé sur la nature). (*Magazin for Naturvidenskaberne.* Christiania, **2**, 1823, p. 161.)

1823. **Hill** (C.-J.-D.). *En Afhandling om compensationen vid astronomiska ur.* (Notice sur la compensation des horloges astronomiques). (*Physiographiska Sällskapets Årsberättelse.* Lund, 1823, p. 77.)

1823-24. **Müffling** (F.-F.-K. **von**).

Observations faites à Berlin, en 1823, par Prof. Dirksen et Maj. von Asfeld; en 1824, par Maj. von Asfeld, Capitaine von Radowits et Lieut. Baeyer, d'un Pendule invariable de Fortin déjà observé à Paris en 1848 par Arago et le général von Müffling.

1823-26. **Lenz** (H.-F.-E.). *Physikalische Beobachtungen, angestellt auf einer Reise um die Welt unter dem Commando des Capt. von Kotzebue, in den Jahren* 1823-1826. (*Mém. de l'Acad. de Saint-Pétersbourg,* 6e série, vol. 1, 1831, p. 221.)

Ce Mémoire, lu en 1829, ne contient relativement au Pendule que les instructions données avant le départ.

1824. **Arago** (Fr.). *Sur les observations du Pendule faites par Sabine pendant le premier voyage du capitaine Parry.* (*Conn. des Temps pour* 1827, p. 393. — *Œuvres,* **11**, p. 176.)

1824. **Moll** (G.) et **Van Beck** (A.). *An account of Experiments on the velocity of Sound made in Holland.* (*Phil. Trans.*, **114**, 1824, Ist Part, p. 425.)

Emploi d'un Pendule conique pour mesurer les petites fractions de temps.

1824. **Farrar** (J.). *Account of an apparatus for determining the mean temperature and the mean atmospheric pressure for any period.* (*Boston Journal of Phil. and Arts*, **1**, 1824, p. 491. — *Bull. de Férussac*, **5**, 1826, p. 330.)

Voir Brewster, 1854.

1824. **Rothe** (H.-A.). *Ueber Pendelschwingungen in grösseren Bögen.* (Kastner, *Archiv für die gesammte Naturlehre*, **2**, 1824, p. 137.)

1824. **Gauss** (K.-F.). *Formule de réduction du Pendule de Kater, lorsque les oscillations sur les deux couteaux sont d'inégale durée. Lettre à Schumacher du* 28 *nov.* 1824. (Briefwechsel zwischen Gauss und Schumacher, herausgegeben von C.-A.-F. Peters. 6 vol. in-8°. Altona, 1869-68. 2ᵉ vol., p. 3.)

Voir Grunert, 1861 ; Wittstein, 1862.

1824. **Belli** (G.). *Sulle oscillazioni del Pendolo semplice circolare.* (*Giorn. di Fisica di Brugnatelli*, sept. 1824, p. 321. — *Bull. de Férussac*, **5**, 1826, p. 310.)

1824. ***Svanberg** (Jons). *De motu Pendulorum.* Upsaliæ, 1834.

1824. **Jürgensen** (Urb.). *Om isochronismen ved Pendlens sving, og forslag til, paa en lèt maade, at bringe Pendlen til at svinge i ligestore buer ved astronomiske Pendeluhre.* (De l'isochronisme des vibrations du Pendule, et proposition suivant laquelle on peut facilement faire vibrer le Pendule des horloges astronomiques dans des arcs d'égale étendue.) (*Kiöbenhavn, der kongelige danske Videnskabernes selskabs Skrivter*, **1**, 1824, p. 209.)

Voir 1832, *Mémoires sur l'horlogerie exacte.*

1824. **Abel** (Niels-Henrik). *Om maanens indflydelse paa Pendelens Bevaegelse* (De l'influence de la Lune sur les mouvements du Pendule). (*Magazin for Naturvidenskaberne.*

In-8°. Christiania, **3**, 1824, p. 219; *Bull. de Férussac*, **9**, 1828, p. 166.)

Cette Note, dans laquelle il s'était glissé par inadvertance une faute grave, a été expressément rétractée par Abel, et ne se trouve dans aucune des deux éditions de ses Œuvres. Je ne l'ai citée ici que parce qu'elle est mentionnée dans le *Catalogue of sc. Papers* de la Soc. R. de Londres, et pour mettre le lecteur en garde contre les résultats erronés qu'elle contient. Voir la Préface des Œuvres d'Abel. Christiania, 1881, p. II.

1824-25. **Biot** (J.-B.). *Troisième voyage entrepris en Italie et en Espagne pour la détermination de la figure de la Terre, dans les années* 1824 *et* 1825 (*Mélanges sc. et litt.*), I-III. In-8°. Paris, 1858.

1824-25. **Foster** (H.). *Account of experiments made with an invariable Pendulum at the R. Observatory at Greenwich and at Port Bowen, on the eastern side of Prince Regent's Inlet.* (*Phil. Trans.*, **116**, 1826, Part IV, p. 1. — *Bull. de Férussac*, **7**, 1827, p. 242.)

Ces expériences furent faites pendant le troisième voyage du capt. Parry au pôle nord sur l'Hecla.

Voir aussi : *Observations and experiments made at Port Bowen in the years* 1824-25 *on the figure of the Earth, on magnetism, and atmospherical refraction, by Parry, Foster and Ross.* In-4°. London, 1826.

1824-25. **Galbraith** (W.). *Remarks on the experiments of the Pendulum made by Kater, Biot, etc.* (*Phil. Magaz.*, **64**, 1824, p. 161, et **65**, 1825, p. 12. — *Bull. de Férussac*, **5**, 1826, p. 127.)

1825. **La Place** (P.-S. Marquis **de**). *Sur la réduction de la longueur du Pendule au niveau de la mer.* (*Ann. de Ch. et de Ph.*, **30**, 1825, p. 381. — *Bull. de Férussac*, **5**, 1826, p. 321.)

1825. **La Place** (P.-S. Marquis **de**). *Traité de Mécanique céleste*, t. V, 1825.

Livre XI. *De la figure et de la rotation de la Terre.*

Chap. I. *Notice historique des travaux des géomètres sur ce sujet.* Chap. II. *De la figure de la Terre.* § 7 : Réduction du Pendule au niveau de la mer.

1825. **Kater** (H.). *An account of the construction and adjustement of the new Standards of Weights and Measures of the United Kingdom of Great Britain and Ireland* (24 novembre 1825). (*Phil. Trans.*, **116**, 1826, Part. II, p. 1.)

Au commencement de ce Mémoire, quelques détails intéressants sur la mesure du Pendule.

1825. **Kater** (H.). *Extrait d'une lettre de Kater à Schumacher.* (*Astr. Nachr.*, **4**, p. 225.)

Sch. avait fait remarquer que Bohnenberger avait décrit dès 1811 le Pendule à réversion. Dans la Note qui suit cette lettre, Schumacher applique pour la première fois à l'instrument le nom de *Reversionspendel.* (Voir BOHNENBERGER, 1826.)

1825. **Squire** (Th.). *On the alteration of the arcs of vibration of Pendulums by the hygrometrical changes of the air; and on a compensating Pendulum of deal applicable to general use.* (*Phil. Magaz.*, **65**, 1825, p. 38. — *Bull. de Férussac,* **3**, 1825, p. 358.)

1825. **Baily** (Fr.). *On the use of wood for Pendulum rods.* (*Phil. Magaz.*, **65**, 1825, p. 41.)

1825. **Herapath** (W.). *On a new compensation Pendulum.* (*Phil. Magaz.,* **65**, 1825, p. 374. — *Bull. de Férussac,* **5**, 1826, p. 128.)

1825. **Rothe** (H.-A.). *Versuch einer Theorie der Centrifugalpendel.* (Kastner, *Archiv für die gesammte Naturlehre,* **4**, 1825, p. 385.)

1825. **Leonelli** (Zecchini). *Beschreibung eines Compensations-Pendels.* (*Jahrbuch der Polytechnischen Institute in Wien*, **6**, 1825, p. 53.)

1825. **Carlini** (Fr.). *Costruzione d'un orologio a Pendolo che correga le ineguaglianze provenienti della variazione della densità dell'aria.* (*Brugnatelli, Giornale di Fisica,* **8**, 1825, p. 338. — *Bull. de Férussac,* **5**, 1826, p. 180. — *Quart. Journal of Sc.,* **21**, 1826, p. 376.)

1825. **Svanberg** (Jöns) et **Cronstrand** (S.-A.). *Berättelse öfver försök till bestämmande of secund Pendels längd och vattnets tyngd.* (Rapport sur les expériences exécutées pour la détermination de la longueur du Pendule et du poids de l'eau. (*Svenska Vetenskaps Acad. Handl.,* 1825, p. 1. — *Bull. de Férussac,* **7**, 1827, p. 239. — *Quart. Journal of Sc.,* **22**, 1827, p. 152.)

Expériences faites avec un Pendule réversible de Kater, en mai et juin 1825.

1825-1830. **Fallows** (Fearon). *Observations made by the Rev. Fearon Fallows, Captain Ronald and M. Johnson, with the invariable Pendulum n° 4 Jones, at the R. Observatory Cape of Good Hope, for the purpose of determining the compression of the Earth.* (*Phil. Trans.,* **120**, 1830, p. 153. — *Bull. de Férussac,* **14**, 1830, p. 187.)

Expériences à Londres en 1825, au Cap en 1828-29-30.

1826. **Francœur** (L.-B.). *Résultats des expériences du capt. Sabine pour déterminer la longueur du Pendule à secondes à diverses latitudes, et l'aplatissement du globe terrestre.* (*Bull. de la Soc. Philom.,* 1826, p. 65. — *Ann. maritimes et coloniales,* **29**, 1826, vol. **2**, p. 308.)

1826. **Gergonne** (J.). *Note sur la mesure de l'intensité de la pesanteur* (au moyen d'un Pendule à trois axes). (*Ann. de Gergonne,* **17**, 1826-27, p. 155.)

1826. **Airy** (G.-B.). *On the figure of the Earth.* (*Phil. Trans.,* **116**, 1826, p. 548.)

1826. **Airy** (G.-B.). *On the disturbances of Pendulums and Ba-*

lances, and on the theory of escapements (1826). (*Trans. of the Phil. Soc. of Cambridge,* **3**, 1830, p. 105.)

1826. **Young** (Th.). *Considerations on the reduction of the length of the Pendulum to the level of the sea.* (*Quart. Journal of Sc.,* **21**, 1826, p. 167.)

Art. signé T. Y.

1826. **Airy** (G.-B.). *On the figure of the Earth* (*Mathematical Tracts*). In-8°. Cambridge, 1826; 2ᵉ édit., 1831; 3ᵉ édit., 1842.

1826. **Galbraith** (W.). *On the figure of the Earth.* (*Phil. Magaz.,* **67**, 1826, p. 161.)

1826. **Ivory** (J.). *On the methods proper to be used for deducing a general formula for the length of the secondspendulum, from a number of experiments made at different latitudes.* (*Phil. Magaz.,* **68**, 1826, p. 241.)

— *Disquisition concerning the length of the secondspendulum and the ellipticity of the Earth.* (*Phil. Magaz.,* **68**, 1826, p. 246. — *Bull. de Férussac,* **7**, 1827, p. 195.)

— *On the grounds for adopting the ellipticity of the Earth deduced by captain Sabine, from his experiments with the Pendulum in his work lately published.* (*Phil. Magaz.,* **68**, 1826, p. 321.)

— *Short abstract of M. de Freycinet's experiments for determining the length of the Pendulum.* (*Phil. Magaz.,* **68**, 1826, p. 350.)

1826. **Poggendorff** (J.-Chr.). *Ein Vorschlag zum Messen der magnetischen Abweichung.* (*Pogg. Ann.,* **7**, 1826, p. 121.)

1826. **Bohnenberger** (J.). *Ueber die Bestimmung der Länge des einfachen Secunden-Pendels.* (*Naturwiss. Abhandlungen, herausgegeben von einer Gesellschaft in Würtemberg.* In-8°. Tübingen. Bd. **1**, 1826, p. 1. — *Bull. de Férussac,* **9**, 1828, p. 311.)

1826. **Bessel, Anger** et **Erman.**

Observations à Kœnigsberg du Pendule invariable du général von Müffling, citées dans les *Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels*, p. 59, art. **23.** (*Voir* Bessel. 1826-27.)

1826. **Clausen** (Th.). *De reductione temporis, quo oscillationes quotcumque Penduli, ab amplitudinibus magnis incipientes, absolvuntur, ad tempus, quo totidem oscillationes amplitudinis infinite parvæ perficiuntur.* (*Astr. Nachr.*, **5**, 1826, p. 91.)

1826. **Clausen** (Th.). *De resistentia aeris, quomodo in motibus lentis a celeritate pendet.* (*Astr. Nachr.*, **5**, 1826, p. 94.)

1826. **Kulik** (J.-P.). *Elementarischer Beweis der Formel für die Schwingungszeit des einfachen Pendels.* (*Baumgartner's Zeitschrifft*, **1**, 1826, p. 337. — *Bull. de Férussac*, **8**, 1827, p. 174.)

1826-27. **Bessel** (F.-W.). *Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels.* (*Abhandlungen der Berliner Akad.*, 1826, p. 1.)

Mém. envoyé à l'Acad. le 25 janvier 1828, lu le 28 février, inséré en raison de son importance dans le volume de 1826. Ce Mémoire est traduit en entier dans le tome IV et le tome V de ce Recueil.

Extrait par Bessel, *Pogg. Ann.*, **12**, 1828, p. 337. — *Bibl. univ. de Genève*, **38**, p. 245. — *Phil. Magaz.*, **5**, 1829, p. 312. — *Corresp. math. de Quetelet*, **5**, 4ᵉ livraison. — *Bull. de Férussac.*, **12**, p. 232 et 236. — *Ann. des Sc. d'observation. par Raspail et Saigey*, **2**, 1829, p. 329.

Sabine : *An account of M. Bessel's experiments.* (*Quart. Journal of Sc.*, **1**, 1829, p. 1.)

1826-28. **Airy** (G.-B.), **Sheepshanks** (R.) et **Whewell** (W.). *Account of experiments made at Dolcoath-mine in Cornwall, in* 1826 *and* 1828, *for the purpose of determining the density of the Earth.* In-8°. Cambridge, 1828. (*Pogg. Ann.*, **14**, 1828, p. 409.)

1826-28. **Drobisch** (M.-W.). *Ueber die in der Minen von Dolcoath in Cornwall neuerlich angestellten Pendelbeobachtungen.* (*Pogg. Ann.*, **10**, 1827, p. 444.)

1826-29. **Lütke** (F.-B. **von**). *Observations du Pendule invariable exécutées dans un voyage autour du monde, pendant les années* 1826-27-28 *et* 29. (*Mém. de l'Acad. de St-Pétersbourg*, **1**, 1831. Appendice, p. XI. (Lettre à M. Fuss). — *Phil. Magaz.*, **1**, 1832, p. 123 et 420. — *Royal Instit. Journal*, **1**, 1831, p. 602. — *Acad. de St-Pétersbourg, Mém. des Sav. étrangers*, **3**, 1837, p. 1.)

— *Observations du Pendule invariable faites pendant le voyage autour du monde sur la corvette* le Seniavine, *de* 1826 *à* 29. (En russe.) In-4°. St-Pétersbourg, 1833. Traduction par Loustaunau. In-4°. St-Pétersbourg, 1836.

Les observations furent faites avec le Pendule invariable de Basil Hall aux stations suivantes : Ualan, une des îles Carolines; île Guam, île Ste-Hélène, île Bonine, Valparaiso, Greenwich, Petropolawski, Sitka et St-Pétersbourg. L'observation fut faite à Kandalaks par Reinecke.

1827. **Puissant** (L.). *Supplément au Traité de Géodésie.* In-4°. Paris, 1827.

4e Partie : « Des corrections et des réductions à appliquer aux observations du Pendule invariable, faites en divers lieux, pour les rendre comparables entre elles. »

1827. **Saigey** (J.-F.). *Comparaison des observations du Pendule à diverses latitudes, faites par MM. Biot, Kater, Sabine, de Freycinet et Duperrey.* (*Bull. de Férussac*, **7**, 1827, p. 31 et 171. — *Hertha*, **13**, 1829, p. 287.)

1827. **Noel** (J.-N.). *Note sur le Pendule composé.* (*Corresp. math. de Quetelet*, **3**, 1827, p. 230.)

1827. **Sabine** (Edw.). *Experiments to determine the difference in the length of the Seconds Pendulums in London and in Paris.* (*Phil. Trans.*, **118**, 1828, p. 35. — *Bull. de Férussac*,

10, 1828, p. 254. — *Corresp. math. de Quetelet*, **4**, 1828. p. 174.)

Les expériences furent faites à Paris, en avril et mai 1827, à l'aide de Pendules invariables semblables à ceux que Sabine avait employés antérieurement, suspendus à l'Observatoire auprès du lieu où Biot avait fait ses observations, et avec la même horloge. Collaborateurs : Mathieu, Nicollet, Savary, Freycinet et Duperrey. Les observations à Londres eurent lieu en septembre 1827.

— Le Mém. des *Trans. Phil.* contient, p. 77, un Tableau des longueurs du Pendule en 13 stations.

1827. **Henderson** (Th.). *Some Remarks on capt. Sabine's Pendulum Observations.* (*Phil. Magaz.*, **2**, 1827, p. 124.)

1827. **Sabine** (Edw.). *Reply to M. Henderson's Remarks on captain Sabine's Pendulum Observations.* (*Phil. Magaz.*, **2**, 1827, p. 176.)

1827. **Rümker** (K.-L.-Chr.). *Observations for determining the absolute length of the Pendulum vibrating seconds at Paramatta, according to Borda's method.* (*Mem. of the R. Astr. Society*, **3**, Part II, p. 277. — Extrait dans les *Phil. Trans.*, **119**, 1829, p. 151. — *Monthl. Not.*, **1**, 1827-30, p. 75. — *Bull. de Férussac*, **14**, 1830, p. 278.)

Les expériences furent faites en juin 1827, à l'aide d'un Pendule construit par Fortin sur le modèle de celui de Biot.

1827. **Hubert.** *On Pendulum experiment.* (*Monthl. Not.*, **1**, 1827-30, p. 188.)

(Quelques lignes seulement.)

1827. **Ivory** (J.). *Notice relating to the seconds Pendulum at Port Bowen.* (*Phil. Magaz.*, **1**, 1827, p. 170.)

1827. **Galbraith** (W.). *On the method of the least squares, as employed in determining the Figure of the Earth, from Experiments with the Pendulum, as well as by the measurement of arcs.* (*Phil. Magaz.*, **2**, 1827, p. 48.)

1827. **Young** (Th.). *Note on Professor Svanberg's reduction of the length of the Pendulum.* (*Quart. Journal of Sc.*, **22**, 1827, p. 365.)

1827. **Kaemtz** (L.-E.). *Ueber die Länge des Secundenpendels, nach den neueren Untersuchungen.* (*Hertha*, **9**, 1827, pp. 71, 197 et 417; **10**, 1827, p. 376.)

1827. **Bessel** (F.-W.). *Ueber die Unrichtigkeit der bisher bei den Pendelversuchen angewandten Reduction auf den luftleeren Raum* (Extrait d'une Lettre à Schumacher). (*Astr. Nachr.*, **6**, 1828, p. 149. — *Bibl. univ. de Genève*, **37**, p. 274.)

1827. **Muncke** (G.-W.). *Gehler's physikalisches Wörterbuch, neu gearbeitet von Brandes, Gmelin, Horner, Muncke, Pfaff.* 11 vol. in-8°. Leipzig, 1825-45. Dritter Band. (1827. Art. *Erde* : C. *Gestalt der Erde nach Pendelschwingungen*, p. 879.)

1827. **Utenhove** (J.-M.-C. **van**). *Over de bestendigheid der middelpuntvliedende krachten, niettegestaande de veranderlijke snelheiden in de cycloïdal beweging.* [Sur la constance des forces centrifuges, malgré la variation de vitesse dans le mouvement cycloïdal]. (*Nieuwe Verhandl. van het K. Nederlandsche Institut van Wetenschapen te Amsterdam*, **1**, 1827, p. 145.)

1828. **Bidone** (G.). *Note sur la longueur du Pendule simple et sur l'intensité de la gravité terrestre.* (*Ann. de Gergonne*, **18**, 1828, p. 341. — *Bull. de Férussac*, **10**, 1828, p. 185.)

1828. **Baily** (Fr.). *A short account of two invariable convertible Pendulums, the one of iron, and the other of copper, made by order of the Council for capt. Foster.* (*Monthl. Not.*, **1**, 1827-30, p. 78. — *Pogg. Ann.*, **14**, 1828, p. 427.)

Pendules construits par ordre de la Soc. R. Astr. pour l'expédition du capt. Foster.

1828. **Sabine** (Edw.). *Experiments to determine the difference in the number of vibrations made by an invariable Pendulum in the Royal Observatory at Greenwich, and in the house at London in which captain Kater's experiments were made* (1828). (*Phil. Trans.*, **119**, 1829, p. 83.)

1828. **Ivory** (J.). *On the ellipticity of the Earth as deduced from experiments with the Pendulum.* (*Phil. Magaz.*, **3**, 1828, pp. 165, 206 et 241.)

1828. **Galbraith** (W.). *On the ellipticity of the Earth, as deduced from experiments with Pendulum, and on the formulæ employed for obtaining it.* (*Phil. Magaz.*, **3**, 1828, p. 321.)

1828. **L.....** (J.-W.) (Lubbock.) *Expression for the time of vibration of a simple Pendulum in a circular arc.* (*Phil. Magaz.*, **4**, 1828, p. 338.)

Formule de réduction à l'arc infiniment petit.

1828. **Seebeck** (G.). *Sur un alliage propre à la construction du Pendule.* (*Pogg. Ann.*, **12**, 1828, p. 363.)

1828. * **Birnbaum** (H.-L.). *De Penduli simplicis oscillationibus.* In-4°. Marburg, 1828.

1828. **Jürgensen** (Urb.). *Om luftens virkning paa de astronomiske Pendeluhres og længdeuhrenes regulator* (De l'influence de l'air sur le régulateur des Pendules astronomiques et des horloges à longitude). (Kiöbenhavn, *Danske Videnskabernes selskabs Skrivter*, **3**, 1828, p. 391.)

Voir 1832, *Mémoires sur l'horlogerie exacte.*

1828-31. **Foster** (H.).-**Baily** (Fr.). *A Report on the experiments made by the late captain Henry Foster, with the Pendulum taken out by him, in his scientific voyage, in the years* 1828-1831. *Drawn up at the request of the Council of the R. astronomical Society, by Francis Baily.*

Ce Rapport forme le t. VII des *Mém. de la Société R. astronomique*, publié en 1834.

Extraits : *Monthl. Not.*, **2**, p. 66. — *Ibid.*, **3**, p. 1. — *Corresp. math. de Quetelet*, **8**, 1835, p. 252.

Foster fit usage de quatre Pendules, deux en laiton du modèle du Pendule invariable de Kater (1818-19), et deux autres, l'un en fer, l'autre en cuivre, réversibles, décrits par Baily dans les *Monthly Notices*, juin 13, 1828, et *Phil. Magaz.*, août 1828. (*Voir* Baily, 1828, et Gompertz, 1829.)

« Réduction des observations, p. 22. — Anomalies provenant du couteau de suspension, p. 29 ». — Stations : 1828, Londres, Greenwich, Montevideo, île des États; 1829, South Shetland, cap Horn, cap de Bonne-Espérance; 1830, Ste-Hélène, Ascension, Fernando de Noronha, Maranham, Para, la Trinité; 1831, Porto-Bello, Londres au retour du voyage, interrompu par la mort de Foster, noyé dans la rivière Chagres le 5 février 1831. — P. 82. « Résumé général des expériences faites jusqu'ici avec le Pendule invariable », comprenant les observations de Kater, Goldingham, Basil Hall, Brisbane, Sabine, Foster, Fallows, Sabine, de Freycinet, Duperrey et Lütke. — P. 96. « Table générale des nombres observés de vibrations d'un Pendule qui ferait à Londres 86400 oscillations en un jour moyen ». — P. 102. « Conclusions relatives à l'aplatissement de la Terre ».

1828-29. **Sabine** (Edw.). *Experiments to determine the difference in the number of vibrations made by an invariable Pendulum in the R. Observatory at Greenwich and Altona.* (*Phil. Trans.*, **120**, 1830, p. 239. — *Bull. de Férussac*, **16**, 1831, p. 185.)

Observations à Altona en sept. et oct. 1828; à Greenwich en 1829.

1829. **Biot** (J.-B.). *Sur la figure de la Terre.* (*Mém. de l'Acad. des Sc.*, **8**, 1829, p. 1. — *Bull. de Férussac*, **14**, 1830, p. 183.)

1829. **Saigey** (J.-F.). *Sur la figure de la Terre déterminée par les observations du Pendule.* (*Annales des Sciences d'observation, par Raspail et Saigey.* 4 vol. in-8°. Paris, 1829-30. Le Mémoire se trouve dans le 1er vol., p. 343.)

1829. **Airy** (G.-B.). *On a correction requisite to be applied to the*

length of a Pendulum consisting of a ball suspended by a wire. (*Trans. of the Cambridge Phil. Soc.*, **3**, 1830, p. 355. — *Bull. de Férussac*, **16**, 1831, p. 63.)

1829. **Sabine** (Edw.). *On the reduction to a vacuum of the vibrations of an invariable Pendulum.* (*Phil. Trans.*, **119**, 1829, p. 207. — *Bull. de Férussac*, **12**, 1829, p. 388. — *Ann. des Sc. d'observation de Raspail et Saigey*, **3**, 1830, p. 321.)

Ce Mémoire est inséré dans le vol. V de ce Recueil.

1829. **Sabine** (Edw.). *On the reduction to a vacuum of captain Kater's convertible Pendulum.* (*Phil. Trans.*, **119**, 1829, p. 331. — *Bull. de Férussac*, **14**, 1830, p. 279.)

Ce Mémoire est inséré dans le vol. V de ce Recueil.

1829. **Everest** (G.). *Remarks respecting the errors likely to arise in the determination of the length of the Pendulum, from the false position of the fixed axes.* (*Mem. of the R. Astr. Society*, **4**, 1831, p. 25. — *Month. Not.*, **1**, 1827-30, p. 117. — *Bull. de Férussac*, **16**, 1831, p. 246.)

1829. **Gompertz** (.....). *On the convertible Pendulum.* (*Mem. of the R. Astr. Society*, **4**, 1830, p. 171. — *Month. Not.*, **1**, 1827-30, p. 129. — *Bull. de Férussac*, **16**, 1831, p. 247.)

1829. **Sabine** (Edw.). *An account of the Bessel's Pendulum experiments.* London, 1829. (*Bull. de Férussac*, **12**, 1829, p. 236. — *Quart. Journal of Sc.*, **1**, 1829, p. 1.)

1829. **Baily** (Fr.). *On the discordancies in the results of the methode for determining the length of the simple Pendulum.* (*Phil. Magaz.*, **5**, 1829, p. 97. — *Bull. de Férussac*, **14**, 1830, p. 188.)

1829. **Verhulst** (P.-F.). *Sur l'intégration de quelques équations différentielles, relatives au problème des oscillations du Pendule simple dans un milieu résistant.* (Quetelet, *Corresp. math.*, **5**, 1829, p. 329.)

1829. **Thilo** (L.). *Sur l'idée de M. Rudolph Meyer de mesurer les hauteurs des montagnes au moyen du Pendule.* (Quetelet, *Corresp. math.*, **5**, 1829, p. 337.)

1829. **Oltmans** (Jabbo). *Beobachtungen über die Schwere, welche in den Häfen von Europa, America und Asien, auf dem stillen Meere und in Neu-Holland während Malaspina's Weltumsegelung mit dem unveränderlichen Pendel angestellt worden sind.* (*Journal de Crelle*, **4**, 1829, p. 72.)

1829. **Clausen** (Th.). *Ueber centrifugal Pendel-Uhren.* (*Journal de Crelle*, **5**, 1830, p. 314.)

1829-30. **Schmidt** (Ed.). *Lehrbuch der math. und physischen Geographie.* 2 vol. in-8°. Göttingen, 1829-30.

Vol. I, p. 365 à 437, *Du Pendule*; formule empirique de sa variation avec la latitude.

1829-30. **Schumacher** (H.-Ch.). *Observations du Pendule au château de Guldenstein.*

Ces expériences, faites avec le Pendule de Bessel légèrement modifié, ne furent publiées qu'en 1852 par C.-A.-F. Peters. (*Voir* 1852.)

1829-33. **Parrot** (Fr.). *Beobachtungen mit dem unveränderlichen Pendel, angestellt von Dr Fr. Parrot in den Jahren* 1829 *und* 1833 *in Dorpat, Tiflis und auf dem Abhange des grossen Ararats* (*Kloster des h. Jacobs*). *Herausgegeben von dem General-Major Stebnitzki.* (*Astr. Nach.*, **103**, 1882, p. 375.)

Reise zum Ararat. 2 vol. in-8°. Berlin, 1834.

2e Partie, p. 72 : *Zuzammenstellung und Berechnung der von Parrot in Dorpat, Tiflis und am Ararat gemachten Pendelversuchen, von W. Struve.*

1830. **Poisson** (S.-D.). *Mémoire sur l'influence réciproque de deux Pendules voisins.* (*Conn. des Temps pour* 1833, p. 3. — *Bull. de Férussac*, **15**, 1831, p. 269.)

1830. **Poisson** (S.-D.). *Mémoire sur le Pendule de Borda.* (*Conn. des Temps pour* 1833, p. 41. — *Bull. de Férussac*, **15**, 1831, p. 275.)

1830. **Airy** (G.-B.). *Encyclopædia metropolitana,* art. *Figure of the Earth.* In-4°. London, 1830. — 2ᵉ édit. in-8°. London, 1845.

Section 7 : *Observations of Pendulums for the purpose of measuring the force of Gravity* (p. 220). — Sect. 8 : *Deduction of the Figure of the Earth from Pendulum observations* (p. 228). Tableau des observations.

1830. **Lubbock** (J.-W.). *On the Pendulum.* (*Phil. Trans.*, **120**, 1830, p. 201. — *Bull. de Férussac,* **15**, 1831, p. 84.)

1830. **Sabine** (Edw.). *Experiments to ascertain the correction for variations of temperature, within the limits of the natural temperature of the climate of the South of England, of the invariable Pendulum recently employed by British Observers.* (*Phil. Trans.*, **120**, 1830, p. 251. — *Bull. de Férussac*, **16**, 1831, p. 185.)

1830. **Sabine** (Edw.). *Experiments on the length of the seconds Pendulum at the R. Observatory at Greenwich.* (*Phil. Trans.*, **121**, 1831, p. 459.)

Expériences faites en janvier et février 1830, avec le Pendule réversible original de Kater.

1830. **Ivory** (J.). *On the figure of the Earth.* (*Phil. Magaz.*, **7**, 1830, p. 412.)

1830. **Galen** (P. **van**). *Disputatio mathematica inauguralis de Pendulo ejusque adplicatione ad Telluris figuram determinandam.* In-4°. Amstelodami, 1830.

Thèse fort intéressante, contenant un historique très détaillé du Pendule, et le tableau le plus complet que je connaisse des longueurs observées du Pendule jusqu'à 1830.

1830. **Zach** (Fr.-X. **von**). *Sur la figure de la Terre.* (*Bibl. univ. de Genève,* **44**, 1830, p. 1.)

1830. **Clausen** (Th.). *Ueber centrifugal Pendeluhren.* (*Journ. de Crelle,* **5**, 1830, p. 314.)

1830. **Bessel** (F.-W.). *Versuche über die Kraft, mit welcher die Erde Körper von verschiedener Beschaffenheit anzieht.* (*Abhandlungen der Berliner Akad.,* 1830, p. 41; Extrait dans : *Astr. Nachrichten,* **10**, 1831, p. 97. — *Pogg. Annalen,* **25**, 1832, p. 401. — *Gruithuisen's Neue Analekten für Erd- und Himmelskunde.* In-8°. München, Heft **1**, p. 39.)

La traduction complète de ce Mémoire est insérée dans le Volume V de ce Recueil.

1831. **Poisson** (S.-D.). *Mémoire sur le mouvement d'un Pendule dans un milieu résistant.* (*Conn. des Temps pour* 1834, p. 18.)

Première détermination théorique du coefficient de la réduction au vide.

1831. **Poisson** (S.-D.). *Mémoire sur les mouvements simultanés d'un Pendule et de l'air environnant.* (*Mém. de l'Acad. des Sc.,* **11**, 1832, p. 521; *Addition,* p. 566. — *Conn. des Temps pour* 1834, p. 33; *Add.,* p. 63. — *Ann. de Ch. et de Ph.,* **47**, 1831, p. 242. — *Bull. de Férussac,* **15**, 1831, p. 65. — *Silliman's Journal,* **23**, 1833, p. 391.)

Détermination du coefficient de la réduction au vide. — Remarque sur les expériences de Du Buat.

1831. ***Mellander** (J.). *De oscillationibus conicis Penduli.* Upsaliæ, 1831.

1831. **Airy** (G.-B.). *Mathematical Tracts on... the figure of the Earth., etc.* 2e édition. In-8°. London, 1831.

P. 188 : Emploi du Pendule pour déterminer la forme de la Terre.

1831. **Robinson** (T.-R.). *On the dependence of a Clock's rate on the height of the Barometer.* (*Mem. of the R. Astr. Soc.*, **5**, 1831, p. 125. — *Monthl. Not.*, **2**, 1831-33, p. 40. — *Catalogue d'Armagh, par Rév. R.-T. Robinson*, 1859, *Introduction*, p. XIX).

1831. **Baily** (Fr.). *Notice in reference to Dr Robinson's Paper.* (*Monthl. Not.*, **2**, 1831-33, p. 101.)

1831. **Robinson** (J.). *Notice regarding a Time-Keeper in the Hall of the Royal Society of Edinburgh.* (*Trans. of the R. Soc. of Edinburgh*, **11**, 1831, p. 345.)

1831. **Bessel** (F.-W.). *Ueber den Einfluss eines widerstehenden Mittels auf die Bewegung eines Pendels.* (*Astr. Nachr.*, **9**, 1831, p. 221.)

1831-32. **Piola** (G.). *Sulla teoria del Pendolo.* (*Effemeridi di Milano*, 1831, p. 35, et 1832, p. 75.)

1832. **Baily** (Fr.). *On the correction of a Pendulum for the reduction to a vacuum, together with remarks on some anomalies observed in Pendulum experiments.* (*Phil. Trans.*, **122**, 1832, p. 399.)

Ce Mémoire est inséré dans le vol. V de ce Recueil.

1832. **Challis** (J.). *On the resistance to the motion of small spherical Bodies in elastic mediums.* (*Phil. Magaz.*, **1**, 1832, p. 40.)

1832. **Plana** (Giov.). *Sur le Pendule composé dans un milieu résistant.* (*Bull. de l'Acad. de Bruxelles*, **1**, 1832-34, p. 190.)

1832. **Jürgensen** (Urb.). *Mémoires sur l'horlogerie exacte, traduits et publiés par L.-U. Jürgensen.* In-4°. Paris, 1832.

III. « De l'isochronisme des vibrations du Pendule, et proposition suivant laquelle on peut facilement faire vibrer le Pen-

dule des horloges astronomiques dans des arcs d'égale étendue ».

IV. « Description d'un Pendule compensateur ».

V. « De l'influence de l'air sur le régulateur des pendules astronomiques et des horloges à longitude ».

1833. **Poisson** (S.-D.). *Réduction au niveau des mers, de la longueur du Pendule, observée à une élévation donnée.* Traité de Mécanique, 2e édition, 1833, **1**, n° **255**, p. 492.

Ne se trouve pas dans la 1re éd. de 1811.

1833. **Green** (G.). *Researches on the vibrations of Pendulums in fluid media.* (Déc. 1833). [*Trans. of the R. Soc. of Edinburgh*, **13**, 1836, p. 54. — Voir Stokes, *Report on recent Researches in Hydrodynamics.* (*Report of British Association for* 1846, Part I, p. 1), et Stokes, *Math. and Phys. Papers*, **1**, p. 179.]

1833. **Scrymgeour** (J.). *Narrative of experiments made with the seconds Pendulum, principally in order to determine the hitherto unassigned amount of the influence of certain minute forces on its rate of motion.* (*Phil. Magaz.*, **2**, 1833, pp. 244, 344 et 434.)

1833. **Challis** (J.). *Theory of the correction to be applied to a Ball-Pendulum for the reduction to a vacuum.* (*Phil. Magaz.*, **3**, 1833, p. 185.)

1833. **Sang** (Edw.). *On the advantages of a short arc of vibration for the Clock Pendulum.* (*Edinburgh New Phil. Journal*, **15**, 1833, p. 137.)

1833. **Lloyd.**

Vers 1833, le capt. Lloyd fait à l'île Maurice des observations du Pendule invariable de Kater n° 7 déjà employé par Sabine. (Voir Baily, *Report on the P. experiments made by Foster.... Mem. of the R. A. S.*, **7**, 1828-31. Advertisement, p. vi.)

1833. **Muncke** (G.-W.). *Gehler's Physikalisches Wörterbuch, neu*

gearbeitet von Brandes, Gmelin, Horner, Muncke, Pfaff. Siebenter Band. Leipzig, 1833. Art. *Pendel*, p. 304.

1833. **Svanberg** (Jöns). *Berrättelse ofver de ar 1833, på Stockholms Observatorium, verkställda Pendelförsök.* (Rapport sur les expériences du Pendule exécutées en 1833 à l'observatoire de Stockholm.) (*Stockholm Akad. Handl.*, 1834, p. 184.)

1834. **Thayer** (E.-F.). *Ueber einige Erscheinungen bei der Bewegung von Flüssigkeiten.* (*Pogg. Annalen*, **31**, 1834, p. 37.) *Erscheinungen bei der Pendelbewegung*, p. 37.

1834. **Stampfer** (S.). *Beschreibung eines Apparates um den Abstand der Schneiden bey einem Reversions-Pendel zu messen.* (*Ann. der K. K. Sternwarte in Wien*, **15**, 1835, p. L.)

1834. **Gruithuisen** (F.). *Ueber Schwere und Dichtigkeit im Innern der Erde.* (*Gruithuisen's Neue Analekten für Erd- und Himmelskunde.* In-8°. München, **1**, 1834; Heft **6**, p. 1.)

1835. **Francœur** (L.-B.). *Géodésie ou Traité de la figure de la Terre.* In-8°. Paris, 1835. (La dernière édition de cet excellent Ouvrage est de 1879.)

Livre II, Chap. VI. *Du Pendule.* — A la fin du Volume. Table des longueurs du Pendule, d'après Saigey.

1835. **Laplace** (P.-S. Marquis **de**). *Exposition du système du Monde*, 6ᵉ édition. 2 vol. in-8°. Paris, 1835.

Livre I. Chap. XIV. *De la figure de la Terre, de la variation de la pesanteur à sa surface, et du système décimal des poids et mesures.* — Livre IV, Chap. III, *De la figure de la Terre et des planètes, et de la loi de la pesanteur à leur surface.*

1835. **Formann** (W.). *Beschreibung eines Pendels, dessen Schwingungen von den Veränderungen der Temperatur nicht beeinträchtigt werden.* (*Dingler Polytechn. Journal*, **55**, 1835, p. 331.)

1835. **Peters** (C.-A.-F.). *De motu Penduli in aere resistente.* (*Astr. Nachr.*, **12**, 1835, p. 73 et p. 89.)

1835. **Bessel** (F.-W.). *Bestimmung der Länge des einfachen Pendels für Berlin.* (*Abhandl. der Berliner Acad.*, 1835, p. 161.)

1835. **Plana** (Giov.). *Mémoire sur le mouvement d'un Pendule dans un milieu résistant.* (*Mém. de l'Acad. de Turin*, **38**, 1835, p. 209.)

1836. **Stevelly** (J.). *On the mathematical rules for constructing compensating Pendulums.* (*Report of British Association*, 1836, Part II, p. 7.)

1836. **Muncke** (G.-W.). *Gehler's Physikalisches Wörterbuch, neu gearbeitet von Brandes, Gmelin, Horner, Muncke, Pfaff.* Achter Band. Leipzig, 1836. Art. *Schwere*, p. 591.

1837. **Pouillet** (Cl.). *Éléments de Physique expérimentale et de Météorologie.* 2 vol. in-8°. 3e édition, 1837.

Dans le tome I de cette édition, p. 100, Pouillet a introduit un tableau d'une quarantaine d'observations du Pendule et donné une formule pour les relier entre elles. — La 6e édition (1853), Chap. IV, p. 73, donne un tableau de 80 observations.

1837. **Baily** (Fr.) et **Wilkes** (Ch.). *An account of some experiments made with two new invariable Pendulums.* (*Monthl. Not.*, **4**, 1836-39, p. 141.)

Ces Pendules, après avoir été observés par Baily à Londres en 1836, furent emportés par le lieutenant Wilkes à New-York et observés en ce lieu au commencement de 1837.

1837. **Littrow** (J.-J. **von**). *Beobachtungen an zwei unveränderlichen Reversions-Pendeln.* (*Baumgartner Zeitschrift*, **5**, 1837, p. 97.)

1837. **Hansteen** (Chr.). *Lærebog i Mechaniken* (Traité de Mécanique). 2 vol. in-8°. Christiania, 1837.

T. II, p. 542 : Détermination de la formule de variation de la pesanteur avec la latitude, d'après 33 observations du Pendule.

1838. **Dent** (Edw.). *Facts relating to the effects of temperature on the regulators of time-keepers, and Description of some recent Improvements in Pendulums, with observations and tabulated experiments.* (*British Association Report*, 1838, Part II, p. 35. — *L'Institut*, **7**, 1839, p. 221.)

1838. **Frodsham** (W.-J.). *Experiments on the variation of the Pendulum.* (*Proceed. of the R. Society*, **4**, 1838, p. 78. — *Report of the British Association*, 1839, Part II, p. 24.)

1839. **Savart** (F.). *Lois des mouvements de deux Pendules liés entre eux par un système de corps doué aussi de mobilité.* (*L'Institut*, **7**, 1839, p. 463. Cours de Physique expérimentale professé au Collège de France, 1838-39, rédigé par Masson.)

1839. **Frodsham** (W.-J.). *Results of experiments on the vibrations of Pendulum, with different suspending springs.* In-4°. London, 1839. (*Silliman's Journal*, **37**, 1839, p. 278.)

1839. **Stampfer** (S.). *Ueber Verbesserungen an Thurmuhren und anderen Pendel-Uhren....* (*Jahrbuch des polytechnischen Instituts zu Wien*, **20**, 1839.)

1840. **Petit** (Fréd.). *Comparaison du nombre d'oscillations du Pendule invariable à Paris et à Toulouse.* (*Comptes rendus*, **11**, 1840, p. 21.)

1840. **D. G. S.** *On the sympathy of Pendulums.* (*The Cambridge Math. Journal*, **2**, 1840, p. 120.)

1840. **G. S.** *On the motion of a Pendulum, when its point of suspension is disturbed.* (*Ibid.*, p. 204.)

1840. **Jones** (W.-G.). *Description of a new compensating Pendulum.* (*Silliman's Journal*, **38**, 1840, p. 274. — *Sturgeon's Ann. Electr.*, **5**, 1840, p. 135.)

1840. **Baily** (Fr.). *An account of some experiments made in London and at two stations on the river Euphrates, with the*

two Pendulums belonging to the Society, and with one of Kater's invariable Pendulums (1840). (*Mem. of the R. Astr. Society,* **12**, 1842, p. 61. — *Month. Not.*, **5**, 1839-43, pp. 28 et 58.)

Expériences faites par le lieutenant Murphy.

1840. **Baily** (Fr.). *An account of some experiments made in London and at the Cape of Good Hope, with one of Kater's invariable Pendulums.* (*Mem. of the R. Astr. Society,* **12**, 1842, p. 83. — *Month. Not.*, **4**, 1836-39, p. 114; **5**, 1839-43, pp. 57 et 63.)

Expériences faites par Th. Maclear.

1840. ***Reuschle** (C.-G.). *Analytische Theorie der Bewegung des sphärischen Pendels.* Stuttgart, 1840.

1840. **Menabrea** (F.-L.). *Sur le mouvement d'un Pendule composé lorsqu'on tient compte du rayon du cylindre qui lui sert d'axe, de celui du coussinet sur lequel il repose, ainsi que du frottement qui s'y développe.* (*Mém. de l'Acad. de Turin,* **2**, 1840, p. 369.)

1840-41. **Challis** (J.). *On the motion of a small sphere acted on by the vibrations of an elastic medium.* (*Trans. of the Cambridge Phil. Soc.*, **7**, 1842, p. 333. — *Phil. Magaz.*, **17**, 1840, p. 462; **18**, 1841, p. 130; **19**, 1841, p. 63 et 229.)

1840-41. **Ross** (J.-C.). *A voyage of discovery and research in the Southern and Antarctic Regions during the years* 1839-43. 2 vol. in-8°. London, 1847.

Observations à Hobart-town et à Kerguelen en 1840, à Kororarika en 1841 et à Port-Louis en 1842 d'un des Pendules du lieutenant Murphy.

1841. **Largeteau** (Ch.-L.). *Rapport fait au Bureau des Longitudes sur la détermination de la longueur de l'arc du Méridien, compris entre les parallèles de Dunkerque et de Formentera.* (*Comptes rendus,* **12**, 1841, p. 1176. — *Conn. des Temps,* 1844, p. 123.)

1841. **Airy** (G.-B.). *Reply to Professor Challis on the investigation of the resistance of the air to an oscillating sphere.* (*Phil. Magaz.*, **19**, 1841, p. 143 and 321.)

1841. **Sang** (Edw.). *On the proper form for a convertible Pendulum.* (*Edinburgh New Phil. Journal*, **31**, 1841, p. 34.)

1841. ***Fliedner** (Conrad). *De Pendulo, imprimis de Pendulo centrifugo.* Hersfeld, 1841.

1841. **Giulio** (C.-I.). *Sur la détermination de la densité moyenne de la Terre, déduite de l'observation du Pendule faite à l'hospice du Mont-Cenis, par M. Carlini, en septembre* 1821. (*Mém. de l'Acad. de Turin*, **3**, 1841, p. 379.)

1841. **Boncompagni**. *Sulle variazione orarie e mensili di gravità.* (*Nuovi Annali delle Scienze naturali.* Bologna, **5**, 1841, p. 297; **7**, 1842, p. 165.)

1841. **Borenius** (H.-G.). *Vergleichende Berechnung der verschiedenen Pendelbeobachtungen.* Lettre à M. Lenz. (*Bull. Sc. de l'Acad. de St-Pétersbourg*, **9**, 1842, p. 73.)

1842. **Saigey** (J.-F.). *Petite physique du globe.* 2 vol. in-18. Paris, 1842.

Dans le 2e volume, résumé très complet et discussion des observations du Pendule.

1842. **Rozet** (Cl.-A.). *Recherches relatives à l'influence des inégalités de la structure du globe sur la marche du Pendule.* (*Procès-verbaux de la Soc. Philom.*, 1842, p. 27.)

1842. **Airy** (G.-B.). *Mathematical Tracts.... On the figure of the Earth.* 3e édit. Cambridge, 1842.

1842. **Jürgensen** (L.-U.). *L'idée de parvenir à l'isochronisme des vibrations du Pendule à l'aide du ressort auquel le Pendule est suspendu est conçue par Urb. Jürgensen, et*

émise dans le n° 49 des Astr. Nachr., **3**, 1825, p. 1. Lettre à Schumacher à propos de la même idée énoncée par Frodsham. (*Astr. Nachr.* **20**, 1842, p. 279.)

Voir Jürgensen, 1823, et Frodsham, 1839.

1842. **Bessel** (F.-W.). *Ueber die Gestalt der Erde.* (*Pogg. Ann.*, **55**, 1842, p. 529.)

1842. **Wolfers** (J.-Ph.). *Ueber die Gestalt und Grösse der Erde nach Bessel.* (*Lehmann und Mahlmann's Monatsberichte über die Verhandl. der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin*, **3**, 1842, p. 197.)

1842. **Borenius** (H.-G.). *Ueber die Berechnung der mit dem unveränderlichen Pendel zur Bestimmung der Abplattung der Erde angestellten Beobachtungen.* (*Bull. phys. math. de St-Pétersbourg*, **1**, 1843, p. 1.)

1843. **Rozet** (Cl.-A.). *Sur les inégalités de la longueur du Pendule à la surface des eaux tranquilles.* (*Comptes rendus*, **16**, 1843, p. 502. — *Bull. de la Soc. Géol.*, **14**, 1842-43, p. 276. — *Comptes rendus*, **18**, 1844, p. 180.)

1843. **Robinson** (Th.-R.). *On the barometric compensation of the Pendulum.* (*Proceed. of the British Association*, 1843, Part II, p. 17 et 102.)

1843. **Stokes** (G.-G.). *On some cases of fluid motion.* (*Trans. of Cambridge Phil. Soc.*, **8**, 1843, p. 105 et 409. — *Stokes Math. and Phys. Papers*, **1**, p. 17 et 183.)

P. 41 : « Motion of a ball Pendulum enclosed in a spherical case ». P. 43 : « Effect of a distant rigid plane on the motion of a ball Pendulum ».

1843. **Holtzmann** (C.-H.-A.). *Apparat zur Nachweisung der Abhängigkeit der Pendelschwingungen von der bewegenden Kraft.* (*Pogg. Ann.*, **58**, 1843, p. 133.)

1843. **Bessel** (F.-W.). *Bemerkungen und Untersuchungen über Pendeluhren.* (*Astr. Nachr.*, **20**, 1843, p. 137.)

Théorie d'un Pendule suspendu par une lame de ressort.

1843. **Jürgensen** (Chr.). *Om den formel, der tjener til at bestemme Jordklodens figur ved Jagttagelser over Pendulets svingninger.* (Sur la formule qui sert à déterminer la forme de la Terre d'après des observations des oscillations d'un Pendule). (Kiobenhavn, *Oversigt over der K. D. Videnskaberne Selskabs Forhandlinger*, 1843, p. 65.)

1844. **Biot** (J.-B.). *Sur la longueur du Pendule à secondes, mesurée à différentes latitudes, par le procédé de Borda.* (*Traité élémentaire d'Astronomie physique.* 3e édition. 4 vol. in-8°. Paris, 1844. Tome II, p. 432.)

1844. **Hossard** et **Rozet** (Cl.-A.). *Sur les causes probables des irrégularités de la surface de niveau du globe terrestre, des anomalies observées dans la direction de la verticale, la marche du Pendule et la hauteur de la colonne barométrique ramenées à cette même surface.* (*Comptes rendus*, **18**, 1844, p. 180.)

1844. **Anger** (C.-T.). *Theorie des Kater-Bohnenberger'schen Reversionspendels.* (*Arch. de Grunert,* **5**, 1844, p. 80.)

1844. **Peters** (C.-A.-F.). *Von den kleinen Ablenkungen der Lothlinie und des Niveaus, welche durch die Anziehungen der Sonne, des Mondes und einiger terrestrischen Gegenstände hervorgebracht werden.* (*Astr. Nachr.*, **22**, 1845, p. 33. — *Berichtigungen, ibid.*, p. 215. — *Bull. de l'Acad. de St-Pétersbourg,* **3**, n° **62**, p. 212.)

1844. **Plana** (G.). *Mémoire sur la découverte de la loi du choc direct des corps durs publiée en 1667 par Alphonse Borelli, et sur les formules générales du choc excentrique des corps durs ou élastiques, avec la solution de trois problèmes concernant les oscillations des Pendules; suivi d'un Appendice où l'on expose la théorie des oscillations*

et de l'équilibre des barreaux aimantés. (*Mem. della R. Accad. di Torino,* **6**, 1844, p. 1.)

1844. **Clausen** (Th.). *Ueber die Vervollkommnung der Pendeluhren.* (*Bull. phys. math. de St-Pétersb.,* **3**, p. 145.)

1845. **Babinet** (J.). *Note sur un nouveau Pendule isochrone.* (*Comptes rendus,* **21**, 1845, pp. 259 et 337.)

1845. **Wheatstone** (Ch.). *Note sur le chronoscope électro-magnétique.* (*Comptes rendus,* **20**, 1845, p. 1554. — *Pogg. Ann.,* **65**, 1845, p. 451. — *Fortschritte der Physik,* **1**, 1845, p. 62.)

A la fin de la Note, moyen de mesurer un intervalle de temps très court à l'aide de deux Pendules de durées d'oscillation légèrement inégales.

1845. **Laugier** (P.-A.-E.) et **Winnerl.** *Mémoire sur l'influence du ressort de suspension sur la durée des oscillations du Pendule.* (*Comptes rendus,* **21**, 1845, p. 117. — *Traité d'horlogerie de Moinet,* **2**, p. 492.)

1845. **O'Brien** (Matt.). *On the law of resistance of a medium to small vibratory motion.* (*Phil. Magaz.,* **26**, 1845, p. 114.)

1845. **Bryson** (R.). *On a method of rendering Baily's compensation Pendulum insensible to hygrometric influence.* (*Edinburgh New Phil. Journal,* **38**, 1849, p. 220. — *Trans. of the R. Scotish Society of Arts,* **3**, 1851, p. 9. — *Dingler's polytechnischen Journal,* **97**, p. 342.)

1845. ***Borenius** (H.-G.). *De gravitate ope Penduli ex dato situ geographico determinanda.* Helsingforsiæ, 1845.

1846. **Stokes** (G.-G.). *Report on recent Researches in Hydrodynamics.* (*Report of British Association for* 1846, Part I,

p. 1. — *Stokes Math. and Phys. Papers,* **1**, 179 à 181 et p. 186.)

Résistance d'un fluide confiné au mouvement d'un Pendule à boule.

1846. **Meikle** (H.). *On the limits of the atmosphere, and on compensation Pendulums.* (*Edinburgh New Phil. Journal.* **41**, 1846, p. 385.)

1846. **Dienger** (Jos.). *Ueber die Schwingungen eines kleinen Körpers, der an einen elastischen Körper befestigt ist.* (*Archives de Grunert,* **8**, 1846, p. 205.)

1846. **Moritz** (A.). *Einige Bemerkungen über Coulomb's Verfahren die Cohäsion der Flüssigkeiten zu bestimmen.* Dissertation zur Erlangung des Candidatengrades auf der Universität zu Dorpat. (Extrait : *Bull. phys. math. de St-Péterbourg,* **5**, 1847, p. 343. — *Pogg. Ann.,* **70**, 1847, p. 74. — *Bibl. de Genève,* **4**, 1847, p. 391, avec des remarques sur ce Mémoire.)

1847. **Foucault** (L.). *Sur une horloge à Pendule conique.* (*Comptes rendus,* **25**, 1847, p. 154. — *Recueil des travaux scientifiques de L. Foucault.* Un vol. in-4° et Atlas. Paris, 1878, p. 371.)

1847. **Guiot** (Aug.). *Essai sur les variations de la pesanteur terrestre.* (*Comptes rendus,* **25**, 1847, p. 195.)

1847. **Faye** (H.). *Sur un moyen de soustraire les Pendules astronomiques à l'influence des variations de la température et de la pression atmosphérique.* (*Comptes rendus,* **25**, 1847, p. 375.)

A la suite, projet de Foucault pour la synchronisation des horloges.

1847. **Foucault** (L.). *Sur un moyen de transmettre l'heure à distance avec le degré de précision nécessaire aux usages*

astronomiques. (*Recueil des travaux scientifiques de L. Foucault*, p. 305. — *Les Mondes*, **1**, p. 242.)

1847. **Laugier** (P.-A.-E.). *Sur la compensation des horloges astronomiques.* (*Comptes rendus*, **25**, 1847, p. 415.)

1847. **Stokes** (G.-G.). *On the resistance of the air to Pendulum.* (*Report of the British Association for* 1847 *at Oxford*).

— *On the resistance of a fluid to two oscillating spheres.* (*Ibid.*, Part II, p. 6. — *Stokes Math. and Phys. Papers*. **1**, p. 230.)

— *On the critical values of the sums of periodic series.* (*Trans. of the Cambridge Phil. Soc.*, **8**, 1849, p. 533. — *Phil. Magaz.*, **33**, 1848, p. 309. — *Math. and Phys. Papers*, **1**, p. 236.)

Voir p. 305 : Résistance au mouvement d'un Pendule à boule oscillant dans une boîte rectangulaire.

1847. ***Schinz** (Em.). *Ueber die Schwingungen des Reversionpendels im widerstehenden Mittel.* Aarau, 1847.

1847. **Dienger** (Jos.). *Ueber das Grahamsche Compensationspendel.* (*Arch. de Grunert*, **9**, 1847, p. 338.)

1847. **Dörk.** *Ueber Pendelbewegungen. Prog. Marienburg*, 1847.

1847. **Ramus** (C.). *Om uligheder i Pendulsvingningerne formedelst et himmellegems tiltraekning.* (Sur les inégalités des oscillations du Pendule produites par l'attraction d'un corps céleste). (*Oversigt over det K. Danske videnskaberne selskabs Forhandlinger.* Copenhague, 1847, p. 9.)

1848. **Hennessy** (H.). *On the variation of gravity at the Earth's surface, on the hypothesis of its primitive solidity.* (Dublin, *Journal of the geological Society*, **4**, 1848-50. p. 147.)

1848. **Kessels** (H.-J.). *Observations sur le Pendule à mercure comparé avec celui à gril.* (*Astr. Nachr.*, **27**, 1848, p. 181.)

1848. **Giulio** (C.-I.). *Di una proprietà meccanica del circolo e di altre figure, e dell'uso di questa proprietà per la costruzione di pendoli compensatori* (1848). (*Mém. de l'Acad. de Turin*, **11**, 1851, p. 187.)

1849. **Stokes** (G.-G.). *On attractions, and on Clairaut's theorem.* [*Cambridge and Dublin math. Journal*, **4**, 1849, p. 194. (*Voir* Pratt, 1867). — *Stokes Math. and Phys. Papers*, **2**, p. 104.]

1849. **Stokes** (G.-G.). *On the variation of gravity at the surface of the Earth.* (*Trans. of the Cambridge Phil. Soc.*, **8**, Part V, 1849, p. 672. — *Phil. Magaz.*, **35**, 1849, p. 328. — *Stokes Math. and Phys. Papers*, **2**, p. 131.)

1849. **Peirce** (Benj.). *On the relation between the elastic curve and the motion of the Pendulum.* (*Washington Proceed. of Amer. Assoc.*, 1849, p. 128.)

1849. **Gudermann** (Chr.). *De Pendulis sphæricis et de curvis, quæ ab ipsis describuntur, sphæricis.* (*Journal de Crelle*, **38**, 1849, p. 185.)

1849. **Bessel** (F.-W.). *Construction eines symmetrisch geformten Pendels mit reciproken Axen.* (*Astr. Nachr.*, **30**, 1849, p. 1.)

Ce Mémoire est inséré dans le tome V de ce Recueil. — Le Pendule réversible de Bessel, construit par Repsold, est devenu l'instrument universellement employé pour les mesures actuelles de la pesanteur.

1849. **Stamkart** (F.-J.). *Over de beweging eener Balans* (Sur le mouvement d'une balance). (*Verhandelingen der* 1te *Klasse van het K. Nederlandsche Institut te Amsterdam*, **1**, 1849, p. 63.)

1849 **Stamkart** (F.-J.). *Over den tegenstand der lucht tegen de beweging van eenen slinger* (Sur la résistance de l'air au mouvement d'un Pendule). (*Ibid.*, p. 217.)

1850. **Airy** (G.-B.). *Results of observations made by the Rev. Fallows at the Cape of Good Hope in the years* 1829-31. (*Edinburgh New Phil. Journal,* **49**, 1850, p. 148.)

1850. **Stokes** (G.-G.). *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of Pendulums* (1850). (*Trans. of the Cambridge Phil. Soc.,* **9**, Part II, 1856, p. 8. — *Phil. Magaz.,* **1**, 1851, p. 337. — *Biblioth. de Genève,* **21**, 1852, p. 15.)

Cet important Mémoire, qui résume tous les travaux antérieurs de M. Stokes sur le même sujet, est traduit en entier dans le tome V de ce Recueil.

1850. **Gronau** (J.-F.-W.). *Ueber die Bewegung schwingender Körper im widerstehenden Mittel mit Rücksicht auf die Newton'sche Pendelversuche.* (*Progr. der Johannisschule.* Danzig, 1850.)

1851. **Foucault** (L.). *Démonstration physique du mouvement de rotation de la Terre au moyen du Pendule.* [*Comptes rendus,* **32**, 1851, p. 135 (1res expériences, 3 et 8 janvier 1851). — *Journal de Pharmacie,* **19**, 1851, p. 362. — *Bibl. de Genève,* **16**, 1851, p. 204. — *Phil. Magaz.,* **1**, 1851, p. 575. — *Edinburgh New Phil. Journal,* **51**, 1851, p. 101. — *Silliman's Journal,* **12**, 1851, p. 112 et 200. — *Pogg. Ann.,* **82**, 1851, p. 458. — *Recueil des travaux scientifiques de L. Foucault,* p. 378 et p. 519.]

— *Lettre sur la loi à laquelle obéit la déviation du Pendule.* (*Rec. des Trav.,* p. 382.)

— *Explications sur l'expérience* (*du Panthéon*) *relative au mouvement de la Terre et sur l'expérience de la verge vibrante.* (*Rec. des Travaux,* p. 385 et 392. — *Ann. de*

Ch. et de Ph., **20**, 1880, p. 563. — *Procès-verbaux de la Soc. philom.*, 1851, p. 58. — *L'Institut*, n° **920**, p. 269.)

Voir *Fortschritte der Physik*, **6**, 1851, p. 67 et 105, et vol. suivants, résumé très complet des expériences et discussions théoriques auxquelles a donné lieu la célèbre expérience de Foucault.

1851. **Binet** (J.-Ph.-M.). *Note sur le mouvement du Pendule simple en ayant égard à l'influence de la rotation diurne de la Terre.* (*Comptes rendus*, **32**, 1851, p. 157 et 197.)

1851. **Liouville** (J.). *Remarques à l'occasion de cette Note.* (*Ibid.*, p. 159.)

1851. **Bravais** (A.). *Sur les systèmes dans lesquels les vibrations dextrogyres et lévogyres ne s'effectuent pas de la même manière.* (*Comptes rendus*, **32**, 1851, p. 166. — *Phil. Magaz.*, **5**, 1853, p. 197. — *Pogg. Ann.*, **86**, 1852, p. 315.)

— *Sur l'influence qu'exerce la rotation de la Terre sur le mouvement d'un Pendule à oscillations coniques.* (*Comptes rendus*, **33**, 1851, p. 195. — *Journal de Liouville*, **19**, 1854, p. 1. (Détermination de la longueur du Pendule à secondes par les oscillations coniques, p. 33). — *Phil. Magaz.*, **6**, 1853, p. 234. — *Pogg. Ann.*, **86**, 1852, p. 318.)

1851. **Fermont.** *Sur la courbe décrite par un corps sphérique, doué d'un mouvement de translation et d'un mouvement de rotation.* (*Comptes rendus*, **32**, 1851, p. 179.)

1851. **Poinsot** (L.). *Remarques sur l'ingénieuse expérience imaginée par L. Foucault pour rendre sensible le mouvement de rotation de la Terre.* (*Ibid.*, p. 206.)

1851. **Terquem** (O.). *Existence d'un Mémoire de Dubuat fils, publié en 1821, sur le mouvement du Pendule, en tant qu'il*

est modifié par le mouvement de translation et de rotation de la Terre. (*Ibid.*, p. 244.)

Voir le Mém. de DUBUAT, 1814.

1851. **Baudrimont.** *Projet d'un appareil destiné à rendre sensible aux yeux le mouvement rotatoire de la Terre.* (*Ibid.*, p. 307.)

L'appareil proposé ne paraît pas devoir donner le résultat attendu.

1851. **De Tessan.** *Sur une des manières dont on pourrait varier l'expérience de Foucault.* (*Ibid.*, p. 504.)

1851. **Franchot.** *Sur un mécanisme destiné à prolonger indéfiniment, à l'aide d'un mouvement d'horlogerie, les oscillations du Pendule de M. Foucault.* (*Ibid.*, p. 505 et 768.)

1851. **Antinori.** *Lettre à M. Arago touchant les observations faites par les Membres de l'Académie del Cimento, sur l'apparente variation dans la direction du Pendule.* (*Ibid.*, p. 635. — *L'Institut,* **19**, 1851, p. 137.)

1851. **Babinet** (J.). *Nouveaux renseignements relatifs aux expériences de M. le Dr J. Guyot sur la direction du Pendule en repos.* (*Ibid.*, p. 705.)

1851. **Dufour** (W.-H.). *Sur les déviations apparentes du plan d'oscillation du Pendule dans l'expérience de M. Foucault.* (Expériences faites à Genève avec Marignac et Wartmann). (*Comptes rendus,* **33**, 1851, p. 13. — *Bibl. de Genève,* **17**, 1851, p. 131 et 196. — *Pogg. Ann.,* **84**, 1851, p. 149.)

Voir plus loin MARIGNAC et MATTEUCCI.

1851. **Silvestre** (E.). *Appareil donnant directement le rapport qui existe entre la vitesse angulaire de la Terre et celle d'un horizon quelconque autour de la verticale du lieu.* (*Comptes rendus,* **33**, 1851, p. 40.)

1851. **Morren** (Aug.). *Répétition de l'expérience de M. Foucault* (*à Rennes*). (*Ibid.*, p. 62.)

1851. **D'Oliveira**. *Note des résultats obtenus dans les expériences faites à Rio Janeiro, sur le mouvement du Pendule, pendant le mois de septembre et les premiers jours d'octobre de 1851, à la latitude australe de 22°50'.* (*Ibid.*, p. 582. — *Pogg. Ann.*, **85**, 1852, p. 455. — Rectifications, *Cosmos*, **2**, 1852, p. 536.)

1851. **Quet** (J.-A.). *Études sur le Pendule.* (*Comptes rendus*, **33**, 1851, 617.)

Ce Mémoire, signalé seulement par son titre, a été publié en partie dans le *Journal de Liouville*, 1853. (*Voir* Quet, Notice des travaux, 1873.)

1851. **Tardieu** (J.). *Explication de la déviation apparente du plan d'oscillation du Pendule dans les expériences de M. Foucault et recherche de la formule qui donne la loi de cette déviation, le tout fondé sur des considérations purement géométriques.* Paris, 1851.

1851. **Schaar** (Math.). *Sur le mouvement du Pendule en ayant égard au mouvement de rotation de la Terre.* (*Mém. de l'Acad. R. des Sc., Lettres et Beaux-Arts de Belgique*, **26**, 1851.)

1851. **Marignac** (J.-C.). *Note sur les expériences de M. Foucault relatives à la déviation du plan d'oscillation du Pendule produite par la rotation de la Terre.* (*Bibl. univ. de Genève,* **17**, 1851, p. 116 et 200.)

1851. **Matteucci** (C.). *Notes sur les expériences faites à Genève sur la déviation du Pendule.* (*Bibl. univ. de Genève,* **17**, 1851, p. 196.)

1851. **Moseley**. *On the rolling motion of a cylinder.* (Application au mouvement d'un Pendule oscillant sur un couteau).

(*Phil. Trans.*, **141**, 1851, p. 549. — *Proceed. of R. Soc.*, **6**, 1850-54, p. 35. — *Fortschritte der Physik*, **6**, p. 89.)

1851. **Bunt** (Th.-G.). *Pendulum experiments* (*at Bristol*). (*Phil. Magaz.*, **1**, 1851, p. 552; **2**, 1851, p. 37, 81, 158 et 424; **4**, 1852, p. 272.)

1851. **Coombe** (J.-A.). *On the rotation of the Earth.* (*Ibid.*, 1851, p. 554.)

1851. **Powell** (Baden). *On the recent experiment showing the rotation of the Earth by means of the Pendulum.* (*Proceed. of R. Institution*, **1**, 1851-54, p. 70. — *Phil. Magaz.*, **1**, 1851, p. 561.)

1851. **Wheatstone** (Ch.). *Note relating to M. Foucault's new mechanical proof of the rotation of the Earth.* (*Proceed. of R. Society*, **6**, 1851, p. 65. — *Phil. Magaz.*, **1**, 1851, p. 572. — *Pogg. Ann.*, **83**, 1851, p. 306. — *L'Institut*, **20**, 1852, 14.)

1851. **Galbraith** (J.-A.) et **Haughton** (S.). *On the apsidal motion of a freely suspended Pendulum.* (*Phil. Magaz.*, **2**, 1851, p. 134.)

1851. **Airy** (G.-B.). *On the vibrations of a free Pendulum in an oval differing little from a straight line.* (*Mem. of R. Astr. Soc.*, **20**, 1851, p. 121. — *Monthl. Not.*, **11**, 1850-51, p. 159. — *Phil. Magaz.*, **2**, 1851, p. 147.)

1851. **Phillips** (J.). *Experiments made at York* (*lat.* 53°58′ N.) *on the deviation of the plane of vibration of a Pendulum from the meridional and other vertical planes.* (*Proceed. of R. Soc.*, **6**, 1851, p. 78. — *Phil. Magaz.*, **2**, 1851, p. 150.)

1851. **Thacker** (A.). *Pendulum experiments; formula for calculating the apsidal motion.* (*Phil. Magaz.*, **2**, 1851, p. 159.)

1851. **Thacker** (A.). *On the motion of a free Pendulum.* (*Ibid.*, p. 275.)

1851. **Coombe** (J.-A.). *On the motion of the Apse-line in the Pendulum oval.* (*Ibid.*, p. 303.)

1851. **Tebay** (S.). *On the motion of a Pendulum affected by the Earth's rotation.* (*Ibid.*, p. 376.)

1851. **Anstice** (R.-R.). *On the motion of a free Pendulum.* (*Ibid.*, p. 379.)

1851. **Lamprey** (J.) et **Schaw** (H.). *An account of Pendulum experiments made at Ceylan.* (*Ibid.*, p. 410. — *L'Institut.* **20**, 1852, p. 95.) .

1851. **Thacker** (A.). *Formulæ connected with the motion of a free Pendulum.* (*Phil. Magaz.*, **2**, 1851, p. 412.)

1851. **Gerard** (Al.). *Foucault's Pendulum experiment.* (*Ibid.*, p. 422.)

1851. **Drew** (J.). *A method of delineating graphically M. Foucault's Pendulum experiment demonstrative of the Earth diurnal rotation.* (*Monthl. Not.*, 1851, p. 199.)

1851. **Haughton** (S.). *On Clairaut's theorem.* (*The Cambridge and Dublin Math. Journal,* **6**, 1851, p. 182.)

1851. **Wildabraham** (H.). *On a mechanical experiment connected with the rotation of the Earth.* (*Ibid.*, p. 274.)

1851. **Young** (J.-R.). *The rotation of the Earth.* (*The Mechanic's Magazine,* **54**, 1851, p. 352 et 372.)

1851. **Sylvester**. *The rotation of the Earth.* (*Ibid.*, p. 353.)

1851. **Walker** (Rob.). *Remarks on the Pendulum experiment of Foucault.* Pendulum experiment at Oxford, Radcliffe Li-

brary). (*Report of British Association*, 1851, Part **2**, p. 19.)

1851. **Powell** (Baden). *On M. Guyot's experiment* (1836). (*British Association Report for* 1851, Part 2, p. 23.)

1851. **Day** (Alf.). *On the Pendulum experiment.* (*Proceedings of the Ashmolean Society, Oxford,* **2**, 1843-52, p. 289.)

1851. **Allen** (Ch.). *Investigation of Foucault's experiment.* (*Franklin Institute Journal, Philadelphia,* **22**, 1851, p. 38 et 103.)

1851. **Nystrom** (J.-W.). *Gravitation from the surface of the Earth to its centre.* (*Ibid.*, p. 205.)

1851. **Brown** (J.-S.). *Exposition of Foucault's experiment.* (*Ibid.*, p. 352.)

1851. **Student** (Pseudonyme). *On Foucault's Pendulum experiments.* (*Ibid.*, p. 419.)

1851. **D...**, (J.-D.) *Foucault's Pendulum experiment.* (*Silliman's Journal,* **12**, 1851, p. 200.)

1851. **Lyman.** *Observations on the Pendulum experiment.* (*Ibid.*, p. 251 et 398.)

1851. **Tyndall** (J.). *Influence possible de l'induction électro-magnétique terrestre sur la déviation du Pendule.* (*British Association Report,* 25th session at Ipswich, 1851, Section A. — *L'Institut,* **19**, 1851, p. 303.)

1851. **Caswell** et **Norton.** *Statement of the results of a set of observations in repetition of the Foucault experiment.* (*Proceed. of the Amer. Assoc. for advancem. of Sc.,* 1851, p. 130.)

[illegible] 14 [illegible] 34 [illegible]

[illegible] *Proceed.* [illegible]

[illegible] 34 [illegible]

[illegible] *of the Earth* [illegible] 1851. p. 504. — [illegible] 1851. p. 58[illegible].

[illegible] *Pendulum experiment* [illegible] 1851, Part 2, p. 117.

[illegible] *an enquiry* [illegible] *experiment.* In-8°. London [illegible]

[illegible] Dienger [illegible] *Ueber die Schwingungsdauer des einfachen* [illegible] *Pendels. Arch. de Grunert.* 16. [illegible]

1851. **Marx** (C.). *Ueber einen neuen experimentellen Beweis von der Umdrehung der Erde.* (*Pogg. Ann.*, 83, 1851. p. 362.

1851. **Kohn** (C.). *Pendel ohne Uhrwerk längere Zeit schwingend zu erhalten.* (*Dingler Polytechnisches Journal,* 121. p. 317.)

1851. **Clausen** (Th.). *Ueber den Einfluss der Umdrehung und der Gestalt der Erde auf die scheinbaren Bewegungen an*

der Oberfläche derselben. (*Bull. phys. math. de St-Pétersbourg,* **10**, 1852, p. 17. — *Mélanges math. et astr. tirés du Bull.,* **1**, p. 313. — *Pogg. Ann.*, Ergzbd. IV, 1854, p. 155.)

1841. **Braschmann.** *Note sur le mouvement du Pendule simple* (*en ayant égard au mouvement de la Terre.*) (*Bull. phys. math. de St-Pétersbourg,* **10**, p. 81. — *Mélanges tirés du Bull.,* **1**, p. 370.)

1851. **Crelle** (Aug.). *Pendule à mouvement perpétuel.* (*Journal de Crelle,* **41**, 1851, p. 217.)

1851. **Hall** (C.-F.). *Meteorologische Uhr.* (*Dingler Polytechnisches Journal,* **124**, 1851, p. 409.)

1851. **Plana** (Giov.). *Notes sur l'expérience communiquée par M. Foucault le* 3 *février dernier à l'Acad. des Sc. de Paris.* (*Mem. dell' Accad. di Torino,* **13**, 1853, p. 1 et 55.)

1851. **Secchi** (Le P. Ang.). *Sugli sperimenti del Pendolo fatti in Roma a prova della rotazione della Terra e per la determinazione assoluta della gravità.* (*Atti dell' Accad. dei Nuovi Lincei,* **4**, 1850-51, p. 315. — *Mem. del Osservatorio del Collegio Romano,* 1852, p. XXXVIII. — *Bibl. de Genève,* **34,** 1857, p. 267. — *L'Institut,* **20,** 1852, p. 95.)

1851. **Bellavitis** (G.). *Sul modo di provare direttamente il moto rotatorio della Terra.* (*Atti del Istituto Veneto,* **2**, 1851, p. 123.)

1851. **Mossotti** (O.-F.). *Soluzione analitica del problema delle oscillazioni del Pendolo, avuto riguardo alla rotazione della Terra.* (*Ann. di Tortolini,* **2**, 1851, p. 232.)

1851. **Serpieri.** *Nota sulla precedente soluzione.* (*Ibid.*, p. 237.)

1851. **Secchi** (Le P. Ang.). *Sulle oscillazioni del Pendolo, avuto riguardo alla rotazione della Terra.* (*Ibid.*, p. 237 et 238.)

1851. **Chelini** (D.). *Nota sulla spiegazione dell' esperienza del Sig. Foucault intorno al Pendolo.* (*Ibid.*, p. 243. — *Addizione*, p. 311.)

1851. **Vescovali.** *Costruzione geometrica per determinare la deviazione angolare del piano d'oscillazione di un Pendolo a qualcunque latitudine.* (*Ibid.*, p. 301.)

1851. **Ciccolini** (L.). *Sulla deviazione del Pendolo.* (*Ibid.*, p. 409 et 543.)

1851. **Steyn Parve** (D.-J.). *De omwenteling der aarde om hare as, voornamelijk in verband met de slingerproeven van Foucault.* (La rotation de la Terre autour de son axe, particulièrement dans ses rapports avec l'expérience du Pendule de Foucault.) Groningue, 1851.

1851. **Jürgensen** (Chr.). *Om forskjellige betragtninger over tilsyneladende bevægelser af en frithængende Pendels svingningsflade.* (Considérations diverses sur les mouvements apparents du plan d'oscillation d'un Pendule librement suspendu.) (*Copenhague, Oversigt over det K. Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger*, 1851, p. 138; 1852, p. 129 et 241. — *L'Institut*, **20**, 1852, p. 424.)

Recherches mécaniques relatives au mouvement du Pendule.

1851. **Hansteen** (Chr.). *En simpel methode til nöjagtigt at regulere et astronomisk Pendeluhr.* (Méthode simple pour régler avec exactitude une horloge astronomique à pendule.) (*Nyt Magazin for Naturvidenskaberne.* Christiania, **6**, 1851, p. 30.)

1852. **Tissot** (A.). *Mouvement d'un point matériel pesant* (*et d'une ligne pesante*) *sur une sphère.* Thèse de Mécanique. (*Journal de Liouville*, 1852, p. 88.)

1852. **Toussaint** (Ch.). *Sur le mouvement du Pendule en tenant compte de la rotation de la Terre.* Thèse doctorale. In-4°. Caen, 1852.

1852. **Gosselin** (Col.). *Notice sur le mouvement de rotation de la Terre.* (*Mém. de l'Acad. de Metz,* **34**, 1852-53, p. 135.)

1852. **Quet** (J.-A.). *Oscillations du Pendule de Foucault dans un milieu résistant.* (*Comptes rendus,* **34**, 1852, p. 804.)

Ce Mémoire, dont le titre seul est indiqué, n'a pas été publié. L'auteur trouve que la résistance de l'air ne modifie pas la loi de déviation du plan des oscillations. (*Notice sur les travaux scientifiques.*)

1852. **Becquerel** (Edm.). *Description d'une horloge thermomètre.* (*Comptes rendus,* **35**, 1852, p. 754. — *L'Institut,* 1852, p. 378 — *Cosmos,* **2**, 1852, p. 47.)

1852. **Dieu** (Th.). *Analyse du Pendule simple, abstraction faite de la résistance de l'air, et en ayant égard à la rotation de la Terre, suivie de celle du mouvement d'un point matériel libre dans les mêmes circonstances.* (*Comptes rendus.* **35**, 1852, p. 792.)

1852. **Porro** (I.). *La rotation de la Terre démontrée par la fixité du plan d'oscillation du Pendule. Nouvel appareil pour l'observer.* (*Ibid.,* p. 855.)

1852. **Bourget**. *Influence de la rotation de la Terre sur le mouvement des corps pesants à sa surface.* Clermont, 1852.

1852. **Liagre** (J.-B.-J.). *Détermination de la longueur du Pendule d'après les expériences faites sous diverses latitudes, par la méthode des moindres carrés.* Calcul des probabilités et théorie des erreurs. In-8°. Bruxelles, 1852, p. 264.

1852. **Crahay** (J.-G.). *Démonstration élémentaire de la vitesse de déviation du plan d'oscillation du Pendule à diverses latitudes.* (*Bull. de l'Acad. des Sc. de Belgique,* **19**, 1852, p. 537. — *Arch. de Grunert,* **20**, 1853, p. 345. — *Pogg. Ann.,* **88**, 1853, p. 477.)

1852. **Challis** (J.). *A mathematical theory of M. Foucault's Pendulum experiment.* (*Phil. Magaz.,* **3**, 1852, p. 331.)

1852. **Bunt** (Th.-G.). *Pendulum experiments.* (*Ibid.*, **4**, 1852, p. 272.)

1852. **Peirce** (Benj.). *Note upon the conical Pendulum.* (*Gould Astr. Journal,* **2**, 1852, p. 137.)

1852. **Woodbury** (D.-P.). *The Pendulum experiment.* (*Silliman's Journal,* **13**, 1852, p. 212.)

1852. **Peters** (C.-A.-F.). *Die Länge des einfachen Secundenpendels auf dem Schlosse Güldenstein, aus den unter der Direction von Schumacher ausgeführten Beobachtungen abgeleitet von C.-A.-F. Peters.* (*Astr. Nachr.*, **40**, 1855, p. 1.)

§ 14. « Ueber den Einfluss der Rotationsbewegung der Erde auf die Schwingungszeit des Pendels, p. 48 ». Peters montre qu'il n'y a pas à tenir compte de cette influence dans la détermination de la longueur du Pendule à secondes.

1852. **Schaub** (F.). *Elementarer Beweis der Wirkung der Umdrehung der Erde auf die Schwingungsebene des Pendels.* (*Astr. Nachr.*, **35**, 1852, p. 353.)

1852. **Eschweiler** (T.-J.). *Kurzer Beweis des Gesetzes, nach welchem die Schwingungsebene eines Pendels sich bei dem Foucault'schen Versuche in Folge der Erdrotation um die Verticale des Aufhängspunkts dreht.* (*Arch. de Grunert,* **19**, 1852, p. 51.)

1852. **Littrow** (K.-L. von). *Foucault's Pendelversuch.* (*Kalendar von Littrow.* Wien, 1852, p. 104.)

1852. **Strehlke**. *Foucault's Pendelversuche zur Bestätigung der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Axe.* (*Halle. Jahresbericht des Naturwiss. Vereins,* **5**, 1852, p. 98.)

1852. **Plana** (Giov.). *Note sur la densité moyenne de l'écorce superficielle de la Terre* (avec deux additions). (*Astr. Nachr.*, **35**, 1852, p. 177.)

1852. **Plana** (Giov.). *Note sur la figure de la Terre et la loi de la pesanteur à sa surface, d'après l'hypothèse d'Huygens publiée en* 1690. (*Astr. Nachr.*, **35**, 1853, p. 371.)

Mémoire sur la théorie mathématique de la figure de la Terre, publiée par Newton en 1687. (*Ibid.*, **36**, 1853, p. 149.)

1852. **Giulio** (C.-I.). *Recherches expérimentales sur la résistance de l'air au mouvement des Pendules* (1852). (*Mém. de l'Acad. de Turin*, **13**, 1853, p. 299. — *Bibl. de Genève*, **24**, 1853, p. 259.)

1852. **Respighi** (L.). *Intorno al moto del Pendolo semplice sotto l'influenza della rotazione terrestre.* (*Accad. delle Sc. dell' Istituto di Bologna, Rendiconto*, 1852-53, p. 49. — *Memorie*, **5**, 1854, p. 81.)

1852. **Frisiani** (Paolo). *Indagine sul moto del piano d'oscillazione di un Pendolo semplice.* (*Effemeridi di Milano*, 1852, p. 57.)

1852. **Zantedeschi** (Fr.). *Ricerche fisico-matematiche sulla deviazione del Pendolo dalla sua trajettoria.* In-4°. Padova, 1852. (*Atti dell' Istituto Veneto*, **3**, 1852, p. 77. — *L'Institut*, **20**, 1852, 196. — *Cosmos*, **1**, 1852, p. 215. — *Bibl. de Genève*, **20**, 1852, p. 51.)

1852. **Bellavitis** (G.). *Nota sul Pendolo del Foucault.* (*Atti dell' Istituto Veneto*, **3**, 1852, p. 91.)

1852 **Garthe** (C.). *Foucault's Versuch als directer Beweis der Axendrehung der Erde, angestellt im Dom zu Köln und erläutert durch zwei vorbereitende Vorlesungen nebst Zusammenstellung einiger diesen Gegenstand betreffenden Apparate; Mittheilung wissenschaftlicher Versuchsreihen und Beschreibung eines neuen Apparats genannt Geostrophometer, mit welchem ohne Pendel die Axendrehung der Erde erkannt werden kann.* Köln,

1852, 13 pl. (*Allgemeene Kunst- en letterbode.* Haarlem, **1**, 1852, p. 228.)

Intéressantes expériences faites sur un Pendule de 50^m avec suspension à la Cardan. M. Ph. Gilbert en a donné une analyse dans sa conférence faite à Bruxelles en 1882. (*Voir* cette année.)

1852. **Van der Willigen** (V.-S.-N.). *Slinger proeven te Deventer. Nieuwe slingerproeven te Deventer.* (Expériences et nouvelles expériences du Pendule à Deventer). S'gravenhage. 1852. (*Allgemeene Kunst- en letterbode.* Haarlem, **1**, 1852. p. 52, 66 et 281.)

1852. **Stamkart** (F.-J.). *Over de grenzen der beweging van eenen vrij opgehangen slinger, wanneer de lengte des slingers oneindig groot, en ook wanneer de slingerbogen oneindig klein aangenomen worden, met inachtneming van de omwentelende beweging der Aarde.* (Sur les limites du mouvement d'un Pendule librement suspendu, lorsqu'on suppose la longueur du Pendule infiniment grande et aussi l'amplitude des arcs infiniment petite, en ayant égard au mouvement de rotation de la Terre). (*Aanteekeningen van het verhandelde van het Utrechsch Genootschap,* 1852, p. 6.)

1852. **Gleuns**. *Waarnemingen aangaande het verschil in afwijking van het slingervlak in onderscheidende rigtingen.* (Observations touchant la différence de déviation du plan du Pendule dans des directions particulières. (*Allgemeene kunst- en letterbode.* Haarlem, **1**, 1852, p. 2.

1852. **Janse**. *Slingerproef van Foucault; hoofdresultat der waarnemingen en eener etmaalslingering te Middelburg.* (Expérience du Pendule de Foucault; résultat principal des observations et d'une oscillation de vingt-quatre heures à Middelbourg.) (*Ibid.*, p. 50.)

1853. **Resal** (H.). *Sur les forces apparentes dans les mouvements relatifs et leurs applications à l'étude de quelques phénomènes terrestres.* (*Annales des Mines,* **3**, 1853, p. 151.)

1853. **Quet** (J.-A.). *Des mouvements relatifs en général, et spécialement du mouvement relatif sur la Terre.* (*Journal de Liouville,* **18**, 1853, p. 213.)

2e Section, p. 223 : *Oscillations des Pendules simples dans le vide lorsqu'on a égard au mouvement de rotation de la Terre.*

1853. **Guyot** (J.). *Expérience faite en* 1836 *pour démontrer que le Pendule n'est pas perpendiculaire à la surface des eaux tranquilles.* (*Cosmos,* **2**, 1853, p. 447.)

Powell (B.), Remarques sur ces expériences. (*British Assoc. Report,* 1851, 2e Partie, p. 23. — *Fortschritte der Physik,* **6**, 1851, p. 141.)

1853. **Boucheporn** (**de**). *Note sur l'application possible du Pendule à la mesure des vitesses.* (*Comptes rendus,* **36**, 1853, p. 831.)

1853. **Collins** (Matt.). *On Clairaut's theorem.* (*Proceed. of R. Soc.*, **6**, 1850-54, p. 332. — *Phil. Magaz.*, **6**, 1853, p. 303. — *The Cambridge and Dublin Math. Journal,* **9**, 1854, p. 46.)

1853. **Rankine** (Macquorn). *On a proposed barometric Pendulum, for the registration of the mean atmospheric pressure during long periods of time.* (*Report of British Association,* 1853, Section A, p. 26. — *Phil. Magaz.*, **6**, 1853, p. 432.)

1853. **Noble** et **Campbell**. *On M. Foucault's Pendulum experiment.* (*Phil. Magaz.*, **7**, 1854, p. 379.)

1853. **Gerard** (Al.). *On Pendulum observations.* (*Edinburgh New Phil. Journal,* **55**, 1853, p. 14.)

1853. **Galbraith** (J.-A.). *On experiments made in Dublin to determine the azimutal motion of the plane of vibration of a freely suspended Pendulum.* (*Proceedings of the R. Irish Acad.*, **5**, 1853, p. 117.)

1853. **Dixon** (R.-V.). *On an apparate intented to illustrate the azimutal motion of a freely suspended Pendulum.* (*Ibid.*, p. 139.)

1853. **Erler** (W.). *Ein einfacher Apparat zur Veranschaulichkeit des Foucault'schen Beweises für die Umdrehung der Erde.* (*Pogg. Ann.*, **88**, 1853, p. 475.)

1853. **Hansen** (P.-A.). *Theorie der Pendelbewegung mit Rücksicht auf die Gestalt und Bewegung der Erde.* In-4°. Danzig, 1853. (*Pogg. Ann.*, **92**, 1854, p. 21. — *Neue Schriften der Naturf. Gesells. in Danzig*, **5**, 1856.

Examen des conditions que doit remplir le P. de Foucault.

1853. **Richelot** (Fr.). *Bemerkungen über die Theorie des Raumspendels.* (*Journal de Crelle*, **45**, 1853, p. 233.)

1853. **Grunert** (J.-A.). *Ueber Foucault's Pendelversuch zum Beweise für Umdrehung der Erde um ihre Axe.* (*Arch. de Grunert*, **20**, 1853, p. 97.)

1853. **Haedenkamp** (H.). *Gleichungen der Bewegung eines Pendels auf der sich um ihre Axe drehenden Erde.* (*Ibid.*, p. 238.)

1853. **Brenner**. *Die Nichtigkeit des Newton'schen Luftwiderstands-Gesetzes, sowie Vorschläge zur Auffindung des wahren.* (*Ibid.*, p. 260.)

1853. **Strehlke**. *Ueber den Foucault'schen Pendelversuch.* (*Ibid.*, **21**, 1853, p. 118.)

1853. ***Baehr** (G.). *Sur le mouvement du Pendule en ayant égard à la rotation de la Terre.* In-4°. Middelbourg, 1853.

1853. * **Bette**. *Foucault's Beweis der Axendrehung der Erde.* Halberstadt, 1853.

1853. **Deschwanden.** *Seitenschwingung des Foucault'schen Pendels.* (*Mittheilungen der Naturf. Gesellschaft in Zurich,* **3**, 1853, p. 157.)

1853. **Kolhmann.** *Ueber die wichtigsten Abänderungen des Foucault'schen Versuchs.* (*Halle, Zeitschrift gesammt. Naturwissenschaften,* **1**, 1853, p. 277.)

1853. **Pisko** (F.-J.). *Foucault's Beweis für die Axendrehung der Erde.* In-12. Brünn, 1853, 59 pages et une planche.

1853. **Gauss** (K.-Fr.). *Briefe zwischen A. von Humboldt und Gauss.*

P. 66. Lettre de Gauss, du 10 mai 1853, où il propose la construction d'un Pendule court, à suspension de Cardan, pour répéter l'expérience de L. Foucault. Voir la théorie de ce Pendule et les difficultés de sa construction, dans les Mémoires de G. Lorentzen : *Theorie des Gaussischen Pendels* (*Astr. Nachr.,* **114**, 1886, p. 241) et de H. Samter, *Theorie des Gaussischen Pendels mit Rücksicht auf die Rotation der Erde,* 1886, 99 pages.

1853. **Minding** (F.). *Auflösung einer Aufgabe aus der Mécanique analytique von Lagrange* (page 393 de la *Méc. anal.*) : « Ce cas, qui est celui des oscillations très petites d'un fil suspendu à un point fixe et chargé d'un nombre quelconque de poids, est aussi susceptible d'une solution générale, lorsque les poids sont tous égaux entre eux et placés à des distances égales les uns des autres. » (*Bull. phys. math. de St-Pétersbourg,* **12**, n^os **5** et **6**. — *Mélanges tirés du Bull.,* **1**, 1849-1853, p. 580.)

1853. **Paucker** (M.-G. von). *Die Gestalt der Erde.* (*Bull. phys. math. de St-Pétersb.,* **12**, 1854, p. 97; **13**, 1855, p. 49 et 225. — *Mélanges tirés du Bull.,* **1**, p. 609; **2**, p. 113, 129 et 297.)

5^r art. : « Die scheinbare Schwere auf dem allgemeinen Sphäroid ». — 6^r art. : « Die scheinbare Schwere auf dem elliptischen Sphäroid. » — 7^r art. : « Die Pendelmessungen », liste de 21 mesures du Pendule ».

1853. **Antinori**. *Aeltere Beobachtungen über den Gang des Pendels, gemacht von den Mitgliedern der Accademia del Cimento.* (*Pogg. Ann.* Ergzbd. III, 1853, p. 159.)

1853. **Mossoti** (O.-F.). *Sul Pendolo di Foucault.* (*Ann. di Tortolini*, **4**, 1853, p. 135. — *Cosmos*, **2**, p. 708.)

1853. **Everts** (A.). *Beschrijving van den electro-balistischen toestel naar het stelsel van den Belgischen Artillerie-Kapitein Navez.* (Description d'un appareil électro-balistique d'après le système du capitaine Navez, de l'artillerie belge). (*Arnhem, Naturkunde*, **9**, 1853, p. 194.)

1853. **Jürgensen** (Chr.). *Sur le mouvement du Pendule simple et sur celui d'un corps solide autour d'un point fixe, en ayant égard à la rotation de la Terre.* (*Copenhague, Oversigt*, 1853. (*Appendix*.)

1853. **Lindmann** (Chr.). *Om jordens abplattning och massa.* (Sur l'aplatissement et la masse de la Terre). (*Ofversigt af K. Vetenskaps Academiens Forhandlingar*, **10**, 1853, p. 85.)

1854. **Chevreul** (M.-E.). *De la baguette divinatoire, du Pendule explorateur et des tables tournantes, etc.* In-8°. Paris. 1854.

1854. **Roche** (Ed.). *Note sur la variation de la pesanteur à l'intérieur de la Terre.* (*Comptes rendus*, **39**, 1854, p. 1215. — *Mém. de l'Acad. de Montpellier*, **3**, 1855, p. 107.)

Discussion des expériences de M. Airy.

1854. **Airy** (G.-B.). *Account of experiments undertaken in the Harton Colliery, for the purpose of determining the mean density of the Earth.* (*Phil. Trans.*, **146**, 1856. p. 297.)

Expériences avec le Pendule exécutées en 1854.

Supplement to the precedent account, being an account

of experiments undertaken to determine the correction for the temperature of the Pendulum. (*Ibid.*, p. 343.)

Voir aussi : *Proceed. of R. Society,* **8**, 1857, p. 13 et 58. — *R. Institution Proceedings,* **2**, 1854-58, p. 17. — *Phil. Magaz.*, **9**, 1855, p. 309; **12**, 1856, p. 228 et 467. — *Monthl. Not.*, **15**, 1854-55, p. 35 et 46. — *Silliman's Journal,* **21**, 1856, p. 359. — *Bibl. de Genève,* **35**, 1857, p. 15. — *Pogg. Ann.*, **97**, 1856, p. 599. — *Comptes rendus,* **39**, 1854, p. 1011. — *Fortschritte der Physik,* **10**, 1854, p. 48.

A Lecture on the Pendulum experiments at Harton Pit. Together with a letter containing the results of the experiments. London, 1855.

Résumé dans les *Ann. de Ch. et de Ph.*, **43**, 1855, p. 381.

1854. **Grant** (R.). *Remarks on the early history of the researches of astronomers relative to the spheroïdal figure of the Earth.* (*Monthl. Not.,* **14**, 1853-54, p. 232.)

1854. **Grant** (R.). *Note on the origin of the attempts made in the seventeenth century to derive from physical principles an invariable Standard of measures.* (*Monthl. Not.,* **15**, 1854-55, p. 36.)

Note historique très intéressante sur la proposition d'employer la longueur du Pendule à secondes comme unité de mesure.

1854. **Ashe.** *On the Pendulum experiment for illustrating the rotation of the Earth.* (*Ibid.,* p. 93.)

1854. **Day** (A.). *On the rotation of the Pendulum.* (*Phil. Magaz.*, **8**, 1854, p. 19.)

1854. **Brewster** (D.). *Notice on barometrical, thermometrical and hygrometrical clocks.* (*Phil. Magaz.*, **7**, 1854, p. 358.)

Notice historique sur l'enregistrement de la temp. et de la pression moyenne par les oscillations d'un Pendule non compensé. Brewster rappelle que, vers 1810 ou 1811, il a proposé la

construction d'une semblable horloge dans la *Edinburgh Encyclopædia*, **3**, p. 57 et 294; que Babbage en a construit une vers 1820, et qu'à cette occasion plusieurs membres de la Société Royale proposèrent de la placer dans une de leurs salles. — Farrar reprit en 1824 (*voir* cette année) l'idée d'enregistrer la température et la pression moyenne par les indications d'une horloge dont le balancier, au lieu d'être compensé, serait rendu le plus sensible aux variations de la température et de la pression. Hall a construit une semblable horloge qui figurait à l'Exposition de 1851. M. Edm. Becquerel a donné en 1852 (*voir* cette année) la description d'une horloge-thermomètre. Jürgensen proposait pour le même but l'emploi d'un chronomètre dont le balancier portait une compensation renversée (*Comptes rendus*, **3**, 1836, p. 143). M. Marié-Davy a construit, à la Faculté des Sciences de Montpellier, une horloge dont le balancier était un gros thermomètre à mercure. Ces divers essais n'ont jamais eu de suite.

1854. **Hansen** (P.-A.). *Ueber die Anziehung eines Revolutions-Ellipsoïds, und die Wirkung desselben auf die Pendelbewegung.* (*Astr. Nachr.*, **38**, 1854, p. 128.)

1854. **Delabar** (G.). *Der Foucault'sche Pendelversuch als directer Beweis von der Achsendrehung der Erde.* (*Acta Societatis Helveticæ. Verhandlungen der Schweizerischen Gesellschaft.* In-8°. St-Gall, 1854, p. 107.)

1854. **Lehmann** (W.). *Ueber den Einfluss der Bewegung der Erde um die Sonne auf die Bewegung des freihangenden Pendels.* (*Astr. Nachr.*, **39**, 1854, p. 193. — Errata, p. 255 et 367.)

Ueber den Einfluss der Bewegung der Erde um die Sonne auf die Bewegung des gebundenen Pendels. (*Ibid.*, p. 265. Errata, p. 367.)

Ueber die merkwürdige Form der unmerklichen, von A *herrührenden Störung des gebundenen und des freihangenden Pendels.* (*Ibid.*, **40**, 1854, p. 377.)

Bestimmung der Augenblicke der grössten und der

kleinsten Elongationen des gebundenen und des freihangenden in sehr länglichen Ellipsen schwingenden Pendels, mit Rücksicht auf die stetige Verminderung der Elongationen durch den der Geschwindigkeit proportionalen Widerstand der Atmosphäre. (*Ibid.*, **41**, 1855, p. 1, 17 et 33.)

Ueber die anomalistische und azimutale Bewegung des Pendels in einer Kegelfläche von nahe kreisförmiger Basis, mit Rücksicht auf die stetige Verminderung der Elongationen durch den der Geschwindigkeit proportionalen Widerstand der Atmosphäre. (*Ibid.*, p. 49.)

Bestimmung der Augenblicke der grössten und kleinsten Elongationen des gebundenen Pendels mit Rücksicht auf die stetige Verminderung der grössten Elongation durch den der Quadrat der Geschwindigkeit proportionalen Widerstand. (*Ibid.*, p. 65, 81 et 145.)

1854. **Brenner.** *Der liegende und wälzende Pendel.* (*Arch. de Grunert*, **22**, 1854. p. 365.)

1854. **Hoppe** (R.). *Vom Widerstande der Flüssigkeiten gegen die Bewegung fester Körper.* (*Pogg. Ann.*, **93**, 1854, p. 321.)

1854. **Minding** (F.). *Ueber die Schwingungen eines freihangenden, biegsamen Fadens.* (*Journal de Crelle*, **50**, 1855, p. 243.)

1854. **Plana** (Giov.). *Mémoire sur la loi de la pesanteur à la surface de la mer, dans son état d'équilibre.* (*Astr. Nachr.*, **38**, 1854, p. 225.)

1854. **Veladini** (Giov.). *Sulla prima applicazione del Pendolo agli orologi.* (*Giornale dell' Istituto Lombardo di Scienze*, Milano, **6**, 1854, p. 191. — *Mem. dell' Istituto Lombardo*, **5**, 1856, p. 219.)

1854. **Zantedeschi** (Fr.). *De l'influence de la Lune... sur les oscillations des Pendules.* (*Comptes rendus*, **39**, 1854, p. 375.)

1854. **Perevostchikoff** (D.). *La figure de la Terre d'après les méridiens de Paris et de l'Inde, et d'après les observations du Pendule.* St-Pétersbourg, 1854. (En russe.)

1855. **Foucault** (L.). *Appareil pour entretenir le mouvement de son Pendule.* (*Traité d'électricité de de la Rive,* **3**, p. 475. — *Recueil des travaux,* p. 389.)

Oscillations indéfinies de son Pendule. (*Cosmos,* **7**, 1855, p. 72.)

1855. **Abbadie** (A. **d'**). *Direction du fil à plomb, et oscillations du Pendule immobile.* (*Ibid.*, p. 700.)

1855. **Bruno** (F. **de**). *Oscillations elliptiques du Pendule immobile.* (*Ibid.*, p. 701.)

1855. **Combescure** (Ed.). *Note sur le Pendule extensible.* [*Comptes rendus,* **41**, 1855, p. 585. (Le titre seul.)]

1855. **Boquillon.** *Études sur les horloges à Pendule de Galilée et de Huygens.* (*Annales du Conservatoire des Arts et Métiers,* **2**, 1855, p. 183. — *Revue chronométrique,* **3**, 2e Partie, 1861, p. 41.

B. a essayé de reconstruire l'horloge de Galilée; son appareil existe dans les collections du Conservatoire.

1855. **Maccullagh** (J.). *On the attraction of ellipsoids, with a new demonstration of the theorem of Clairaut.* (*Irish Acad. Trans.*, **22**, 1855, p. 379.)

1855. **Dagg.** *Demonstration of the theory of the Pendulum experiment.* (*Silliman's Journal,* **19**, 1855, p. 280.)

1855. **Barnard** (J.-G.). *Demonstration of the apparent motion of the plane of oscillation of the Pendulum, due to the Earth's rotation.* (*Silliman's Journal,* **20**, 1855, p. 238.)

1855. **Dumas** (W.). *Ueber die Bewegung des Raumpendels mit Rücksicht auf die Rotation der Erde.* (*Journal de Crelle*, **50**, 1855, pp. 52 et 126.)

1855. **Minding** (F.). *Ueber die Schwingungen eines freihangenden biegsamen Fadens.* (*Journal de Crelle*, **50**, 1855, p. 243.)

1855. **Grunert** (J.-A.). *Ueber den Vortrag der Lehre von dem physischen Pendel und von den Momenten der Trägheit.* (*Archives de Grunert*, **24**, 1855, p. 21.)

1855. **Hoppe**. *Körperlicher Raumpendèl bei constanter Rotation nebst Anwendung auf die Stabilität des Kreisels.* (*Arch. de Grunert*, **25**, 1855, p. 317.)

1855. **Weingarten** (J.). *Elementare Herleitung der Schwingungsdauer des mathematischen Pendels.* (*Arch. de Grunert*, **25**, 1855, p. 367.)

1855. **Holtzmann**. *Das Foucault'sche Pendel.* (*Jahreshefte des Naturk. Vereins in Würtemberg*, 1855, p. 108.)

1855. **Cattaneo** (L.). *Determinazione del movimento che assume il piano di oscillazione di un Pendolo pel moto diurno della Terra.* (*Mangalotti, Collettore dell' Adige*, **5**, 1855, pp. 89 et 98.)

1855. **Oliveira** (d'). *Memoria sobre a theoria da orientação do plano oscillatorio do Pendolo simples, sua applicação á determinação approximada do achatamento do espheroide terrestre* (1855). (*Revista Brazileira*, **1**, 1857-58, p. 1 et 127. — *Archivos da Palestra scientifica de Rio de Janeiro*, **1**, 1858, p. 1 et 59. — *Proc. of R. Society*, **6**, 1854, p. 396.)

1855. ***Kaiser** (Fr.). *De Bewegung der Aarde en hare jongst ontdekte bevijsgronden.* (Le mouvement de la Terre et les preuves qui en ont été récemment découvertes). In-8°. (*Album der Natuur*, 1855, p. 299.)

1855. ***Spassky**. *Démonstration pour les yeux de la rotation de la Terre autour de son axe.* (En russe.) Moscou, 1855.

1856. **Gand** (Ed.). *Expériences faites avec un Pendule dit Pendule irrigateur.* (*Comptes rendus,* **42**, 1856, p. 355.)

1856. **Mahistre.** *Mémoire sur le Pendule conique ou régulateur à force centrifuge.* (*Ibid.*, p. 387.)

1856. **Resal** (H.). *Recherches sur la loi des oscillations du Pendule à suspension à lames des chronomètres fixes.* (*Ibid.*, p. 390.)

1856. **Girault.** *De la résistance de l'air dans le mouvement oscillatoire du Pendule; principe d'un nouvel anémomètre.* [*Ibid.*, p. 511. (Rien que le titre.) Publié à Caen, in-8°, 1858, et *Mém. de l'Acad. des Sc. de Caen,* 1862, p. 3.]

1856. **Puiseux** (V.). *Mémoire sur les variations de la pesanteur dans une petite étendue de la surface terrestre et sur quelques effets qui en résultent.* (*Comptes rendus.* **42**, 1856, p. 683.)

1856. **Buzy.** *Sur des expériences de Grante* (1754) *supposées analogues à celles de Foucault.* (*Ibid.*, p. 810.)

1856. **Soufflet.** *Preuve élémentaire de la rotation de la Terre par les oscillations du Pendule libre.* (*Ann. de Terquem et Gerono,* **15**, 1856, p. 241.)

1856. **Montigny** (Ch.). *Oscillations elliptiques du Pendule en repos.* (*Cosmos,* **8**, 1856, p. 13.)

1856. **Panisetti-Porro.** *Expériences sur les oscillations du Pendule immobile.* (*Cosmos,* **8**, 1856, p. 503 et 578.)

1856. **Arthur.** *Le mouvement de translation de la Terre démontré par les expériences de M. Panisetti.* (*Cosmos,* **9**, 1856, p. 638.)

1856. **Roche** (Ed.). *Sur la théorie du Pendule conique.* (*Mém. de l'Acad. de Montpellier,* **3**, 1856, p. 165.)

1856. **Liais** (Emm.). *Action du moteur d'une horloge sur la durée des oscillations du Pendule.* (*Mém. de la Soc. des Sc. Nat. de Cherbourg,* **4**, 1856, p. 205. — Extrait dans Du Moncel, *Exposé des applications de l'Électricité,* 3e édition, **4**, p. 110.)

1856. **Stokes** (G.-G.). *On the effect of the rotation and ellipticity of the Earth in modifying the numerical results of the Harton Pendulum experiment.* (*Phil. Trans.,* **146**, 1856, p. 353. — *Proceed. of the R. Soc.,* **8**, 1856-57, p. 59.)

1856. **Haughton** (S.). *On the density of the Earth deduced from the experiments of the astronomer Royal, in Harton Coal-pit.* (*Phil. Magaz.,* **12**, 1856, p. 50. — *Pogg. Ann.,* **99**, 1856, p. 332.)

1856. **Jacob** (W.-S.). *On the causes of the great variation among the different measures of the Earth's density.* (*Proceed. of R. Soc.,* **8**, 1856, p. 295. — *Phil. Magaz.,* **13**, 1857, p. 523.)

1856. **Grunert** (J.-A.). *Elementare Theorie des Pendelversuchs von Foucault, aus neuen Gesichtspunkten dargestellt.* (*Arch. de Grunert,* **27**, 1856, p. 224.)

1856. **Lottner.** *Zur Theorie des Foucault'schen Pendelversuchs.* (*Journal de Crelle,* **52**, 1856, p. 52. — *Programm der Realschule zu Lippstadt von* 1855.)

1856. **Drechsler.** *Das Foucault'sche Pendel.* (*Unterhaltungen im Gebiete der Astronomie....* In-8°. Leipzig, **10**, 1856, p. 109.)

1856. **Clebsch** (C.). *Ueber die Bewegung eines Ellipsoids in einer tropfbaren Flüssigkeit.* (*Journal de Crelle,* **52**, 1856, p. 103.) (Cas d'un Pendule à boule oscillant dans l'eau.)

1856. **Clebsch** (C.). *Note sur le précédent Mémoire.* (*Ibid.*, **53**, 1857, p. 287.)

1856. **Jahn** (G.-A.). *Die Priorität der Erfindung der Pendeluhr.* (*Unterhaltungen im Gebiete der Astronomie....* Leipzig, **10**, 1856, p. 260.)

1856. **Kupffer** (A.-Th.). *Sur une nouvelle méthode pour déterminer la figure de la Terre. Méthodes pour déterminer le rapport des valeurs de la pesanteur sur des points différents de la surface terrestre.*

La méthode de K. consiste dans la comparaison télégraphique des oscillations de deux Pendules, mis simultanément en mouvement dans deux stations éloignées. Les expériences ont été rapportées d'abord dans le « *Compte rendu annuel adressé à S. E. M. de Brock, Ministre des Finances, par le Directeur de l'Obs. Physique central, A.-Th. Kupffer, année* 1857, p. 57. (*Supplément aux Annales de l'Obs. Ph. central de Russie pour l'année* 1856. St-éPtersbourg, 1858.)

Le Mémoire de K., lu à l'Acad. des Sc. de St-Pétersbourg le 12 février 1858, se trouve dans : *Bull. phys.-math. de l'Acad. de St-P.*, **17**, 1859, p. 237. — *Mélanges phys. et chim.*, **3**, p. 493. — *Ermann Archiv fur Wiss. Kunde von Russland*, **19**, 1860, p. 629. — *Extrait dans l'Institut*, 1860, p. 119. — *Cosmos*, **15**, p. 631.

1856. **Respighi** (L.). *Sulla causa del fenomeno di Foucault della deviazione del Pendolo.* (*Corrispondenza scientifica in Roma*, **4**, 1856, p. 206.)

1856. **Zantedeschi** (Fr.). *Sulla causa del fenomeno di Foucault della deviazione del Pendolo.* (*Ibid.*, **4**, 1856, p. 259.)

1856. **Zantedeschi** (Fr.). *Apparato per la communicazione del moto.* (*Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, **23**, 1857, p. 5.)

1856. **Albèri** (Eug.). *Dell' orologio a Pendolo di Galileo Galilei e di due recenti divinazioni del meccanismo da lui imma-*

ginato. Opere complete di Galileo Galilei. Supplemento. Firenze, 1856, **16**, p. 331. (Dessin de l'horloge de Galilée.)

1856. **Navez.** *Beschrijving van den Electroballistichen Slinger.* (Description du Pendule électrobalistique.) (*Verhandelingen en Berigten... door Jacob Swart.* In-8°. Amsterdam, 1856, p. 227.)

1856-57. **Van de Velde.** [*Sur le Pendule électrobalistique du capt. Navez*]. (*Verhandelingen en Berigten door J. Swart.* Amsterdam, 1856, p. 173, et 1857, p. 45.)

1857. **Prony** (G. **de**). *Lettre adressée par M. le Baron de Prony à M. Mallet contenant des détails relatifs aux expériences qu'il a faites sur les Pendules à verges de bois de M. Jacob.* (*Revue chronométrique*, **1**, 1857, p. 277.)

1857. **Airy** (G.-B.). *Account of the construction of the new national Standard of length, and of its principal copies.* (*Phil. Trans.*, **147**, 1857, p. 621.)

1857. **Grunert** (J.-A.). *Theorie des Foucault'schen Pendelversuchs, ans neuen Gesichtspunkten dargestellt, mit Rücksicht auf die ellipsoidische Gestalt der Erde.* (*Arch. de Grunert*, **28**, 1857, p. 223.)

1857. **Kinkelin** (H.). *Ueber die Bewegung eines magnetischen Pendels.* (*Ibid.*, p. 456.)

1857. **Boehm** (J.). *Ueber das Pendel mit Quecksilver-Compensation.* In-8°. Wien, 1857. (*Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, **26**, 1858, p. 337.)

1857. **Anonyme.** *Ueber die Bestimmung der mittleren Dichtigkeit der Erde.* (*Schlömilch, Zeitschrift für Math. und Phys.*, **2**, 1857, p. 128.)

1857. **Osann.** *Der Foucault'sche Versuch.* (*Verhandlungen der phys.-med. Gesellschaft in Würzburg*, **7**, 1857, p. 126. *Kleinere Mittheilungen.*)

1857. **Plana** (Giov.). *Mémoire sur le mouvement conique, à double courbure, d'un Pendule simple dans le vide, abstraction faite de la rotation de la Terre.* [*Mem. dell' Accad. di Torino*, **18**, 1859, p. 401. — *Comptes rendus*, **46**, 1858, p. 518. (Le titre seulement.)]

1858. **Petit** (Fr.). *Détermination de la longueur du Pendule à secondes, et de l'intensité de la pesanteur au nouvel Observatoire de Toulouse.* (*Comptes rendus*, **46**, 1858, p. 516.)

1858. **Gosselin** (Colonel). *Nouvel examen sur la densité moyenne de la Terre.* (*Mém. de l'Acad. de Metz*, **40**, 1858-59, p. 469.)

1858. **Ferrel** (W.). *The influence of the Earth's rotation upon the relative motion of bodies near its surface.* (*Gould's Astr. Journal*, **5**, 1858, pp. 97 et 113.)

1858. **Barnard** (F.-A.-P.). *On the Pendulum; with a description of an electric Clock constructed by Ritchie.* (*Proceed. of Amer. Assoc.*, 1858, p. 17. — *Silliman's Journal*, **27**, 1859, p. 184.)

1858. **Albèri** (E.). *Intorno ad una disquisizione storica circa la prima applicazione del Pendolo all' orologio.* (*Nuovo Cimento*, **8**, 1858, p. 369.)

1858. **Dang** (H.-Th.). *Om coniska oscillationer.* (Sur les oscillations coniques.) (*Ofversigt af kongl. Vetenskaps Academiens Förhandlingar.* Stockholm, **15**, 1858, p. 223.)

1858. **Biot** (J.-B.). *Sur une dissertation de M. Eug. Albèri, intitulée : « Dell'orologio a Pendolo di Galileo Galilei ».* (*Journal des Savants*, 1858, cahier de Nov., p. 661. — *Revue chronométrique*, **3**, 1861, p. 97. — *Comptes rendus*, **47**, 1858, p. 433; **48**, 1859, p. 158.)

1859. **Babinet** (J.). *Démonstration de la loi de Foucault sur la tendance transversale d'un point qui se déplace à la surface de la Terre, etc.* (*Comptes rendus*, **49**, 1859, p. 769.)

1859. **Pierre** (V.). *Apparat zur Veranschaulichung der Drehung der Schwingungsebene des Pendels beim Foucault'schen Versuche.* (*Abhandl. der K. Bömischen Gesellschaft der Wiss.*, **10**, 1859, p. 75.)

1859. **Wolfers** (J.-Ph.). *Ueber die Gestalt der Erde.* (*Neumann's Zeitschrift für allgemeine Erdkunde.* Berlin, **7**, 1859, p. 257; **11**, 1861, p. 1.)

1859. **Von Schubert** (T.-F.). *Essai d'une détermination de la véritable figure de la Terre.* (*Mém. de l'Acad. de St-Pétersbourg,* **1**, 1859, n° **6**.)

1859. ***Capelletto** (A.-A.). *Del Pendolo conico.* In-4°, 1859.

1859. **Krarup** (J.-L.). *Elementaert Beviis for det Foucaultske Pendulforsögs Theori.* (Démonstration élémentaire de la théorie de l'expérience du Pendule de Foucault.) (*Kiöbenhavn, Mathematisk Tidsskrift,* **1**, 1859, p. 40.)

1860. **Rédier** (A.). *Mémoire sur le Pendule conique et ses applications.* In-8°. Paris. (*Comptes rendus,* **50**, 1860, p. 855.)

1860. **Resal** (H.). *De l'influence de la suspension à lames sur les oscillations du Pendule conique.* (*Ibid.*, **51**, 1860, p. 409. — *Ann. des Mines,* **18**, 1860, p. 1.)

1860. **Poncelet** (J.-V.). *Nouvel examen de la question relative aux oscillations tournantes du Pendule à libre suspension, en ayant égard à l'influence de la rotation de la Terre.* (*Comptes rendus,* **51**, 1860, p. 467 et 511.)

1860. **Dehaut**. *Réclamation de priorité, concernant l'invariabilité du plan d'oscillation du Pendule, en faveur de Poinsinet de Sivry* (1782). (*Ibid.*, p. 575.) *Erster Entdecker des Beharrens der Schwingungsebene eines freien Pendels.* (*Pogg. Ann.*, **112**, 1861, p. 495.)

1860. **Resal** (H.). *Note sur la loi des petites oscillations du Pendule simple dans un milieu résistant.* (*Ann. de Terquem et Gerono,* **19**, 1860, p. 165.)

1860. **Finck** (B.). *Sur le mouvement du Pendule.* (*Ibid.*, p. 449.)

1860. **Martin de Brettes**. *Chronographe à Pendule d'induction.* (*Cosmos,* **16**, 1860, p. 683.)

1860. **Ritter** (Elie). *Recherches sur la figure de la Terre.* (*Mém. de la Soc. de Genève,* **15**, 1860, p. 442; **16**, p. 165.)

1860. **Isely** (M.). *Influence du ressort de suspension sur la durée des oscillations du Pendule.* (*Bulletin de Neuchatel,* **5**, 1859-61, p. 648.)

1860. **Lowe** (Edw.). *On a compound compensated Pendulum of steel and zinc.* (*Proceed. of the litt. and phil. Soc. of Manchester,* **1**, 1859-60, p. 218.)

1860. **Pierce**. *On the motion of a Pendulum in a vertical plane when the point of suspension moves uniformly on a circumference in the same plane.* (*Edinburgh Phil. Journal,* **12**, 1860, p. 268.)

1860. **Hayes** (I.-I.). *Astronomical, magnetic, tidal and meteorological observations made within the Arctic Circle by Isaac Hayes, reduced and discussed by C.-A. Schott.* (*Smithsonian contribution to knowledge,* **15**, 1867, art. 5.)

Observations à Cambridge par Gould et à Port-Foulke par MM. Sontag et Radclif d'un Pendule analogue à ceux de Foster. Voir aussi dans *Annual Report of Smiths. Instit. for* 1861, p. 154 : *A Lecture on Artic Expeditions, by Hayes.* — For 1865, Report of the Secretary, p. 29. — Bessels. *Die amerikanische Nord-Pol Expedition.* Leipzig, 1879.

1860. **Lottner.** *Welchen Einfluss hat die tägliche Umdrehung der Erde auf den Gang einer genau regulirten, fest an-*

gestellten astronomischen Uhr an einem und demselben Orte. (*Wochenschrift für Astronomie.* Halle, **5**, 1862, p. 23. — *Fortschritte der Physik,* **18**, 1862, p. 26.)

1860. **Emsmann** (A.-H.). *Verallgemeinerung des Begriffes Pendel.* (*Pogg. Ann.,* **110**, 1860, p. 316.)

1860. **Eisenlohr** (W.). *Ueber den Zusammenhang zwischen dem Ringenpendel und dem mathematischen Pendel.* (*Bericht der D. Naturforscher in Königsberg,* **35**, 1860, p. 108.)

1860. **Parnisetti.** *Osservazioni meteorologiche fatte in Alessandria alla specola del Seminario durante l'eclisse partiale del Sole* 18 *luglio* 1860. Alexandrie, 1860.

Déviations spontanées du Pendule.

1860. **Volpicelli** (P.). *Theorica della compensazione de Pendoli.* In-4°. Roma, 1860.

1861. **Abbadie** (A. d'). *Sur les variations dans l'intensité de la gravité terrestre.* (*Comptes rendus,* **52**, 1861, p. 911.)

1861. **Martin de Brettes.** *Chronographe à Pendule conique.* (*Ibid.*, p. 667. — *Cosmos,* **18**, p. 398.)

1861. **Jacquin** (E.). *Théorie du Pendule. Démonstration de la formule* $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. (*Ann. des conducteurs des Ponts et Chaussées,* **5**, 1861, p. 68.)

1861. **Dubois** (E.). *Sur le mouvement du plan d'oscillation d'un Pendule.* (*Cosmos,* **20**, 1861, p. 12. — *Ann. du Génie civil,* **1**, 1862, p. 313.)

1861. **Sang** (E.). *Notice of an expeditious method for computing the time of descent in a circular arc.* (*Proceed. of Edinburgh Society,* **4**, p. 419.)

1861. **Hennessy** (H.). *On Clairaut's Theorem.* (*Proceed. of Irish Acad.*, 7, 1861, p. 401. — *Phil. Magaz.*, **21**, 1861. p. 396.)

1861. **Meyer** (O.-E.). *Ueber die Reibung der Flüssigkeiten.* (*Pogg. Ann.*, **113**, 1861, p. 55, 193 et 383.)

1861. **Grunert** (J.-A.). *Ueber eine Formel von Gauss für das physische Pendel.* (*Arch. de Grunert*, **37**, 1861, p. 360.)

Voir Gauss, 1824.

1861. **Bäyer** (J.-J. **von**). *Ueber die Grösse und Figur der Erde. Denkschrift zur Begründung einer mitteleuropäischen Gradmessung, mit Karte.* In-8°. Berlin, 1861.

1861. **Jelinek** (K.). *Theorie der Pendelabweichung.* (*Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, **43**, 1861, p. 711.) — *Darstellung und Beweis des Foucault'schen Gesetzes der Pendelabweichung.* (*Ibid.*, **44**, 1861, p. 242. — *Beilage*. p. 253.)

1861. ***Subic** (S.). *Abhandlung über die Zusammensetzung fortschreitender und drehender Bewegungen, und ihre Anwendungen zur Erklärung der Aberration des Lichts. des Foucault'schen Pendelversuchs, u. s. w.* Pesth, 1861.

1861. **Marianini** (J.-D.). *Como si possono ottenere verificazioni sperimentali della lege con cui varia la durata delle oscillazioni del Pendolo al variare della intensità della gravità.* (*Nuovo Cimento*, **13**, 1861, p. 37.)

Voir Holtzmann, 1843.

1862. **Saunier** (Cl.). *Sur l'influence réciproque de deux Pendules à proximité. Expériences de Huygens, Janvier père. Noël, A. Bréguet, Vérité, Wagner et Calland.* (*Revue Chronométrique*, **4**, 1862, pp. 122, 142 et 198.)

1862. **Gumpach** (J. **von**). *The true figure and dimensions of the Earth newly determined from the results of geodetic mea-*

surements and Pendulum observations, in a letter adressed to G.-B. Airy. In-8°. London, 1862. 2 édition.

1862. **Sang** (Edw.). *Notice of certain remarquable laws connected with the oscillations of flexible Pendulums.* (*Proceed. of Edinburgh R. Society*, 1862, p. 255.)

1862. ***Bakewell** (F.-C.). *Considerations respecting the figure of the Earth, in relation to the action of centrifugal force, and to the attempts to determine the ellipticity of the globe by Pendulum observations.* In-8°. London, 1862.

1862. ***Krüger** (A.). *Ueber Foucault's Pendelversuch.* In-4°. Fraustadt, 1862.

1862. **Wittstein.** *Eine Formel von Gauss für die Schwingungszeit des Pendels.* (*Astr. Nachr.*, **58**, 1862, p. 135.)

Voir Gauss, 1824.

1862. **Lenz** (H.-E.-E.). Lenz propose à l'Académie de Saint-Pétersbourg de faire exécuter des mesures du Pendule en 13 points de l'arc de méridien russo-scandinave. (*Bull. de l'Acad.*, séances des 18 et 30 avril 1862.)

1863. **Vérité.** *Sur un moyen d'obtenir un synchronisme parfait pour un nombre quelconque d'horloges reliées entre elles par un fil conducteur de courants électriques.* (*Comptes rendus*, **56**, 1863, p. 401 et p. 697. — *Revue chronométrique*, **4**, 1863, p. 403.)

1863. **Foucault** (L.). *Remarques au sujet d'une communication de M. Vérité sur un moyen d'obtenir le synchronisme des horloges publiques.* (*Comptes rendus*, **56**, 1863, p. 645.)

1863. **Faye** (H.). *Sur les instruments géodésiques et sur la densité moyenne de la Terre.* (*Ibid.*, p. 557.)

1863. **Herschel** (J.-F.-W.). *An essay, intitled : « The Yard, the Pendulum and the Metre, considered in reference to the choice of a standard of length »*. In-8°. London, 1863.

1863. **Ellis** (W.). *On some experiments showing the change of rate produced in a clock by a particular case of magnetic action.* (*Phil. Magaz.*, **25**, 1863, p. 325.)

1863. **Noble** (W.-H.). *Major Navez's electro-ballistic apparatus. Table showing the relations between the arcs passed through and the corresponding durations for* $t = 0^s,333$. (*Woolwich Proceedings*, **3**, 1863, p. 13 et p. 151.)

1863. **Neumayer.** En 1863, Neumayer fait à Melbourne, avec le Pendule à réversion de Bessel construit par Lohmeier, une série d'expériences qui ont été calculées par M. H. Oppenheim. (Voir *Astr. Nachr.*, **76**, 1869, p. 145, C.-A.-F. Peters). J'ignore si ces observations ont été publiées.

1863. **Santini** (G.-D.). *Recenti ricerche intorno alla vera figura della Terra.* In-4°. Venezia, 1863.

1863. **Koristka** (K.). *Résultats des mesures de la grandeur de la Terre* (en tchèque). (*Ziva*, 1863, p. 141). (Journal publié à Prague par Purkyně et Krejči.)

1863-64. **Unferdinger** (F.). *Aufstellung einer neuen Pendelformel und Darlegung einer Methode aus der Länge des Secundenpendels in verschiedenen Breiten die Fliehkraft und die Form und Grösse der Erde zu bestimmen. Vergleichung der Pendelformel mit den Beobachtungen.* (*Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, **49**, 1864, p. 210 et 220. — *Fortschritte der Physik*, **21**, 1865, p. 53.)

1864. **Sang** (E.). *On the deflection of the plummet caused by the Sun's and Moon's attraction.* (*Trans. of the R. Soc. of Edinburgh*, **23**, 1864, p. 89. -- *Proceed.*, **4**, p. 604.)

1864. **Sabine** (Edw.). *Correspondence and Proceedings of the*

Council (*of the R. Society in London*) *concerning Pendulum observations in India*. R. Soc. Min. of Council. In-8°, 1864, p. 14.

Les Colonels Lambton et Everest avaient déjà proposé, vers 1815 et 1826, de joindre des déterminations de la pesanteur aux opérations géodésiques de la grande triangulation des Indes. Mais cette idée était restée sans application; elle fut reprise en 1864 par le Major-Général Sabine, alors Président de la Société Royale, et le Colonel Walker, surintendant de la triangulation des Indes. Le Secrétaire d'État pour les Indes demanda sur ce sujet l'avis de la Société Royale. La Correspondance publiée par le Général Sabine comprend les lettres qui lui furent adressées sur cette question par le Rev. J. Challis, les Prof. W.-H. Miller et H. Smith, le Col. Everest, Sir J.-W. Herschel et le Prof. Stokes. Elle est reproduite dans la Préface du tome V du grand Ouvrage : *Account of the operations of the Great Trigonometrical Survey of India*, 1879. (*Voir* 1879.) Les appareils furent d'abord étudiés à l'Observatoire de Kew par MM. Balfour Stewart, Directeur, et B. Lœwy, assistant. (*Voir* 1865.) Les opérations confiées au capitaine Basevi commencèrent aux Indes dès 1865. Interrompues un instant par la mort de cet habile et courageux officier (17 juillet 1871), elles ont été reprises en 1872 par le capitaine Heaviside. L'ensemble des opérations avec les réductions forme le tome V de l'Ouvrage cité plus haut.

1864. **Lipschitz** (R.). *Ergebnisse einer Untersuchung über die Gestalt unserer Erde*. (*Sitzungsberichte der Niederrheinischen Gesellschaft zu Bonn*, 1864, p. 59.)

1864. **Mos** (G.). *Ueber ein Pendel zur fasslicheren Erklärung der Lissajou'schen Schallfiguren*. (*Pogg. Ann.*, **121**, 1864, p. 646. — *Ann. de Ch. et de Ph.*, **2**, 1864, p. 501. — *Revue chronométrique*, **5**, 1864-65, p. 303.)

1864. **Schiebach** (C.). *Das Pendel-Abnahmegesetz*. (*Sitzungsberichte der math. nat. wissensch. Classe der K. Akad. der Wiss. zu Wien*, **49**, 1864, I Abth. 273; II Abth. 269.)

1864. **Krueger**. *Ueber Barometercompensation der Pendeluhren*. (*Astr. Nachr.*, **62**, 1864, p. 279; **68**, 1867, p. 327.)

1864. **Kaiser** (Fred.). *Untersuchungen über den Gang der Hauptuhr der Sternwarte in Leyden.* (*Astr. Nachr.*, **63**, 1865, p. 209.)

A la fin du Mémoire, tableau du retard diurne d'une horloge pour 1^{mm} d'accroissement de pression d'après différents observateurs.

1865. **Foucault** (L.). *Remarques concernant le mouvement d'un point oscillant circulairement sur une surface de révolution du second ordre.* (*Comptes rendus*, **61**, 1865, p. 515.)

1865. **Abbadie** (A.-Th. **d'**). *Lettre sur la direction de la pesanteur.* (*Ibid.*, p. 838.)

1865. **Jamin** (J.-C.) et **Briot** (Ch.). *De la mesure des petites forces au moyen du Pendule.* (*Ibid.*, p. 1050. — *Phil. Magaz.*, **31**, 1866, p. 160.)

1865. **Dieu** (Th.). *Note sur l'équation du troisième degré de la question du Pendule conique.* (*Ann. de Terquem et Gerono*, **4**, 1865, p. 456.)

1865. **Cellérier** (C.). *Sur un Pendule à réversion qui doit servir à mesurer la force de la pesanteur dans diverses localités de la Suisse.* (*Bibl. de Genève*, **24**, 1865, p. 131.)

1865. **Walker** (Col. J.-T.). *Great trigonometrical Survey of India. Administration Report for* 1864-65, p. 34.

1865. **Stewart** (B.) et **Lœwy** (B.). *An account of the base observations made at the Kew observatory with the Pendulums to be used in the Indian trigonometrical Survey*, 1865. (*Proceed. of the R. Soc.*, **14**, 1865, p. 425.)

1865. **Basevi** (J.-P.). *On the Pendulum operations about to be undertaken by the Great trigonometrical Survey of India; with a sketch of the theory of their application to the determination of the Earth's figure, and an account*

of some of the principal observations hitherto made. (*Journal of the Asiatic Society of Bengal.* Calcutta et Londres, **34**, 1865, p. 251.)

1865. **Friesach** (K.). *Ueber die Schwere an der Oberfläche eines gleichförmig dichten, durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe erzeugten Rotationsphäroides.* (*Archives de Grunert*, **44**, 1865, p. 355.)

1865. **Meyer** (O.-E.). *Ueber die innere Reibung der Gase.* Erste Abhandlung : *Ueber den Einfluss der Luft auf Pendelschwingungen.* — (*Pogg. Ann.*, **125**, 1865, pp. 177, 401 et 564.)

1865. **Matthiessen** (H.). *Ueber den Einfluss der Gestalt und täglichen Bewegung des Erdballs auf Gleichgewicht und scheinbare Bewegung irdischer Gegenstände, in der Nähe der Oberfläche.* (*Schlömilch's Zeitschrift für Math. und Phys.*, **10**, 1865, p. 402.)

1865. **Scheffler** (A.). *Ueber die mittlere Dichtigkeit der Erde.* (*Schlömilch's Zeitschrift für Math. und Phys.*, **10**, 1865, p. 224.)

1865. **Savitch** (Al.) et **Lenz** (H.). *Observations du Pendule exécutées (en 1865) dans la partie Nord de l'arc du méridien mesuré en Russie* (en russe). — (*Supplément au tome X des Mémoires* (Zapiski) *de l'Acad. des Sc. de Saint-Pétersbourg*, n° **3**, 1866, avec planches.)

1865. **Savitch** (Al.). *Sur la détermination de la résistance de l'air au mouvement du Pendule.* (*Bull. de l'Acad. des Sc. de Saint-Pétersbourg*, **9**, 1866, p. 477. — *Mél. math. et astr.*, **3**, p. 681.)

1865. ***Brito Limpo** (F.-A. de). *Memoria sobre a determinaçáo do comprimento do Pendulo.* Lisboa, 1865.

1866. **Page** (C.-E.). *Sur les mouvements relatifs à la surface de la*

Terre. (*Ann. de Terquem et Gerono*, **5**, 1866, p. 492; **6**, 1867, pp. 97, 387 et 481; **7**, 1868, p. 337.)

1866. **Simon** (Ch.). *Note sur un appareil à indications continues propre à étudier expérimentalement le mouvement pendulaire.* (*Les Mondes*, **12**, 1866, p. 344. — *Carl's Repert.*, **3**, 1867, p. 58.)

1866. **Cellérier** (Ch.). *Note sur la mesure de la pesanteur par le Pendule.* (*Mém. de la Soc. de Ph. de Genève*, **18**, 1866, p. 197).

§ 5, correction du Pendule à réversion.

1866. **Plantamour** (E.). *Expériences faites à Genève avec le Pendule à réversion.* In-4°. Genève, 1866. (*Bibl. de Genève*, **27**, 1866, p. 209. — *Mém. de la Soc. de Genève*, **18**, 1866, p. 309. — *Bull. de la Soc. sc. de Neuchâtel*; **7**, 2ᵉ p., 1866, pp. 160 et 416. — *Vierteljahrsschrift der astr. Gesellschaft*, **11**, 1876, p. 15.)

Voir 1870, une correction à ce Mémoire, *Astr. Nachr.*, **76** p. 285.

1866. **Sang** (E.). *On compensation Pendulum of two pieces.* (*Proceed. of the R. Edinburgh Soc.*, **3**, 1866-67, p. 67.)

1866. **Lowe** (G.-C.). *On a mercurial seconds Pendulum.* (*Proceed. of Manchester Soc.*, **3**, 1866, p. 104.)

1866. **Walker** (J.-T.). *Great trigonometrical Survey of India. Administration Report for* 1865-66, p. 22. — Basevi, Appendix, p. XXVI.

1866. **Walker** (J.-T.). *Letter to the President of the R. Soc. on the Indian Pendulum observations.* (*Proceed. of the R. Soc.* **15**, 1866, p. 254.)

Preliminary Notice of results of Pendulum experiments made in India. (*Ibid.*, p. 318. — *Les Mondes*. **13**. p. 395.)

1866. **Schieck** (O.). *Ueber die Bewegung im widerstehenden Medium.* (*Pogg. Ann.*, **127**, 1866, p. 524.)

1866. **Lampe**. *Ueber die Bewegung einer Kugel, welche in einer rotirenden Flüssigkeit um einen senkrechten Durchmesser als feststehende Axe rotirend schwingt.* (*Progr. des städt. Gymnasium zu Danzig*, 1866.)

1866. **Savitch** (Al.) et **Smysloff**. *Observations du Pendule à réversion de Repsold à Dorpat en* 1866. (*C. R. de l'Acad. Imp. de St-Pétersbourg*, **32**, 1879, p. 55.) — *Observations du Pendule, exécutées à Poulkova, Dorpat, Jacobstadt et Vilna* (en russe). (*Supplément au t.* **13** *des Mémoires*. *n°* 3, 1868.)

1866. **Govi**. (G.). *Metodo per determinare la lunghezza del Pendolo.* (*Atti della R. Acad. de Sc. di Torino*, **1**, 1866, p. 505.)

1866. **De Saint-Robert** (P.). *Déduction de la formule relative à la mesure du Pendule à secondes.* (*Atti della R. Accad. di Sc. di Torino*, **1**, 1866, p. 513.)

1866. **Mogni** (A.). *Sopra il Pendolo ad oscillazioni coniche.* (*Giornale di Matematica*, **4**, 1866, p. 327.)

1866. **Lindeloef**. *Om förhänderligheten af Jordens rotation* (Sur la variabilité de la rotation de la Terre). — (*Ofversigt of Finska Vetenskaps Societetens Forhandlingar*. Helsingfors, **8**, 1866, p. 97.)

1867. **Serra-Carpi** (J.). *Application du Pendule à la détermination des poids spécifiques.* (*Comptes rendus*, **64**, 1867, p. 659.)

1867. **Wazner** (I.). *Mémoire sur le Pendule et le Balancier, considérés comme régulateurs des instruments à mesurer le temps.* [*Ibid.*, p. 854 (le titre seul)].

1867. ***Walker** (J.-T.) et **Basevi**. *Great trig. Survey of India. Administration Report for* 1866-67, p. 18. — Appendice. p. XXXIX.

1867. **Herschel** (J.-F.-W.). *Familial Lectures on scientific subjects. The Pendulum*. In-8°, 1867.

1867. **Pratt** (Archdeacon J.-H.). *On Professor Stokes's proof of Clairaut's theorem*. (*Phil. Magaz.*, **34**, 1867, p. 25.)

1867. **Tennant** (J.-F.). *Note on the coefficient of expansion of the brass Pendulums used in the India trigonometrical Survey*. (*Monthl. Not.*, **27**, 1867, p. 284.)

1867. **Thomson** (W.). *On the rate of a clock or chronometer as influenced by the mode of suspension*. (*Transactions of the Institut of Engineers in Glascow*, **10**, 1867, p. 139.)

1867. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1867.

P. 66. Rapport de M. Herr sur les déterminations d'intensité de la pesanteur. Communication de M. Schering sur un Pendule invariable de Weber. Discussion. La Conférence décide qu'il sera fait des déterminations de l'intensité de la pesanteur dans le plus grand nombre possible de points du réseau géodésique, et recommande l'emploi du Pendule réversible de Repsold.

1867. **Dumas**. *Ueber die Bewegung von Pendeln mit beweglichen unter sich fest verbundenen Aufhängepunkten*. (*Fortschritte der Physik*, 1867.)

1867. **Krueger** (A.). *Ueber Barometercompensation der Pendeluhren*. (*Astr. Nachr.*, **68**, 1867, p. 327.) (*Voir* 1864.)

1867. **Förster** (W.). *Ueber den Einfluss der Dichtigkeit der Luft auf den Gang einer Pendeluhr, insbesondere der Berliner Normaluhr und über die auf der Berliner Sternwarte*

beobachteten Leistungen einer luftdicht eingeschlossenen Pendeluhr mit electromagnetischem Echappement (*von Tiede.*) (*Monatsberichte der Berliner Acad.*, 1867, p. 239. — *Revue chronométrique,* **6**, 2e Partie, p. 223.)

1867. **Schläfli.** *Sul moto di un Pendolo, quando la retta passante pel punto di sospenzione e pel centro di gravità è, per questo punto, il solo asse principale d'inerzia che sia determinato di posizione.* (*Ann. di Brioschi e Cremona,* **1**, 1867-68, p. 105.)

Lösung einer Pendel-Aufgabe. In-4°. Berne, 1867.

1868. (**Anonyme**). *Les Pendules compensés à l'Exposition de* 1867. (*Revue chronométrique,* **6**, 1868.)

1868. **Walker** (J.-T.) et **Basevi.** *Great Trig. Survey of India. Adm. Report for* 1867-68, p. 22. — Appendix, p. LVI.

1868. **Walker** (Col.-J.-T.). *Pendulum and standard-bar operations of the Great trigonometrical Survey in* 1866-67. — (*Medley's Indian Engineer,* **5**, 1868, p. 305.)

1868. **Pratt** (Archdeacon J.-H.). *Problem in Pendulums.* (*Ibid.*, p. 356.)

1868. **Smalley.** *On the mutual influence of clock Pendulums.* — (*Trans. of R. Soc. of New South Wales,* Sydney, **1**, 1868, p. 78.)

1868. **Weinhold** (A.). *Vier Aufhängungspunkte mit gleicher Schwingungsdauer am Pendel.* (*Pogg. Ann.*, **134**, 1868, p. 621. — *Carl's Repertorium,* **4**, p. 279.)

1868. **Gronau** (J.-F.-W.). *Historische Entwickelung der Lehre vom Luftwiderstande.* (*Danzig, Schriften,* **2**, 1868, Heft **1**.)

1868. **Fischer** (P.). *Untersuchungen über die Gestalt der Erde.* In-8°. Darmstadt, 1868.

1868. **Van der Willigen** (V.-S.-M.). *Le Pendule de Foucault au Musée Teyler.* (*Archives du Musée Teyler*, **1**, 1868, p. 341.)

Recherches très intéressantes sur les conditions d'installation et de réussite de l'expérience de Foucault.

1868. **Thalén** (R.). *Enkla Pendeln.* (Le Pendule simple.) (*Tidskrift för Mat. och Fys.* Upsala, **1**, 1868, p. 28.)

1868. **Bernardi** (E.). *Modo di mantenere e regolare le oscillazioni di un Pendolo destinato a palesare il movimento della Terra intorno al proprio asse.* (*Atti del R. Istituto Veneto*, **13**, 1867-68, p. 1281. — *Nuovo Cimento*, **3**, 1870, p. 98.)

1869. **Resal** (H.). *Note sur le Pendule à oscillations elliptiques.* (*Comptes rendus*, **68**, 1869, p. 639.)

1869. **Tissot** (A.). *Sur le Pendule conique.* (*Ibid.*, p. 715.)

1869. **Chevreul** (M.-E.). *Sur une proposition faite en 1790 par Brisson consistant à prendre pour unité la longueur du Pendule qui bat la seconde à Paris.* (*Comptes rendus*, **69**, 1869, p. 742.)

1869. **Bertin.** *Étude sur la houle et le roulis.* (*Mém. de la Soc. des Sc. nat. de Cherbourg*, **15**, 1869-70, p. 5 et p. 313.)

Mesure du roulis et recherche du centre d'osc. d'un navire à l'aide de deux Pendules de durées d'osc. très différentes.

1869. **Combescure** (E.). *Note sur le Pendule conique.* (*Ann. de Terquem et Gerono*, **8**, 1869, p. 388.)

1869. **Navez.** *Note sur un nouveau système de chronométrie électro-balistique.* (*Bull. de l'Acad. de Bruxelles*, **27**, 1869, p. 386.)

1869. **Walker** (J.-T.) et **Basevi**. *Great trigonometrical Survey of India, Administration Report,* 1868-69, p. 4 et p. 22. — Appendix, p. XXVIII.

1869. **Stewart** (B.) et **Lœwy** (B.). *An account of experiments made at the Kew Observatory for determining the true vacuum- and temperature- Corrections to Pendulum Observations.* (*Proceed. of the R. Soc.*, **17**, 1869, p. 488.)

Voir *ibid.*, **29**, 1879, p. 450, une remarque sur ce Mémoire.

1869. **Tait** (P.-G.). *On the motion of a Pendulum affected by the rotation of the Earth and other disturbing causes.* (*Proceed. of Edinburgh R. Soc.*, **6**, 1869, p. 458.)

1869. **Pratt** (J.-H.). *On the variation of Gravity at Kaliana, Kalianpoor and Damargida, produced by the irregularities of the Earth's crust.* Dehra, 1869.

Formulæ for calculating the vertical attraction at a station, with a view to correct Pendulum observations. Dehra, 1869.

1869. **Sang** (Edw.). *On compensation Pendulum of two pieces.* (*Proceed. of Edinburgh R. Soc.*, **6**, 1869, p. 67.)

1869. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1869. (*General Bericht über die Europäische Gradmessung.*)

P. 22. G. Govi : *Sur une nouvelle méthode pour déterminer la longueur du Pendule simple* (*voir* 1866). Discussion à ce sujet.

P. 27. Bruhns : *Bericht über die für das geodätische Institut im Jahre* 1869 *ausgeführten Arbeiten. Die Pendelbeobachtungen*, p. 29. (Leipzig, Gotha, Seeberg, Inselsberg, Berlin, Leipzig.)

1869. **Bruhns** et **Albrecht**. *Bestimmung der Länge des Secundenpendels in Leipzig, in Gotha, auf dem Seeberge, dem In-*

selsberge und in Berlin. — (*Publication des K. Preussischen geodätischen Instituts.* Astr. Geodätische Arbeiten in den Jahren 1872, 1869 und 1867. Leipzig, 1874, p. 196. — *General Bericht über die Europäische Gradmessung.* 1869, p. 29.)

1869. **Peters** (C.-A.-F.). *Ueber die im Jahre 1869 mit einem von Lohmeier angefertigten Reversionspendel in Altona und in Berlin angestellten Beobachtungen.* (*Astr. Nachr.*. **76**, 1870, p. 145. — *Carl's Repertorium,* **6**, 1870, p. 397.)

Observations faites par C.-F.-W. Peters à Altona en juin-juillet 1869 et en décembre 1872, et à Berlin en novembre et décembre 1869. Elles sont rapportées dans les Mémoires suivants.

1869. **Peters** (C.-F.-W.). *Resultate aus Pendelbeobachtungen.* Erste Abtheilung : *Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels in Altona.* (*Astr. Nachr.*, **97**, 1880. pp. 1, 17 et 33.)

Resultate aus Pendelbeobachtungen. Zweite Abtheilung: *Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels in Berlin.* (*Astr. Nachr.*, **98**, 1880, p. 65.)

Le Pendule de Lohmeier employé par Peters avait servi aux observations de Neumayer à Melbourne en 1863.

1869. **Unferdinger** (F.). *Das Pendel als geodätisches Instrument.* (*Arch. de Grunert,* **49**, 1869, p. 303.)

1869. **Matthes** (C.-I.). *Elementarer Beweis des vollständigen Ausdrucks für die Dauer der Pendelschwingungen.* (*Arch. de Grunert,* **49**, 1869, p. 358.).

1869. **Gretschel** (H.). *Elementare Ableitung der Formel für die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels.* (*Arch. de Grunert,* **51**, 1869, p. 1).

1869. **Emsmann** (H.). *Complicirte Pendelschwingungen.* (*Pogg. Ann.,* **139**, 1870, p. 512.)

1869. **Brazack** (Fr.). *Ueber die Grösse und wahre Gestalt der Erde.* (*Zeitschrift der gesammt. Naturwissenschaften.* Halle, **34**, 1869, p. 155.)

1869. **Klein** (H.-J.). *Ueber die Grösse und Gestalt der Erde.* (*Petermann's Mittheilungen,* **15**, 1869, p. 114.)

1869. **Neumann** (C.). *Notiz über das cycloidische Pendel.* (*Clebsch und Neumann's Mathem. Ann.,* **1**, 1869, p. 507.)

1869. **Vierordt** (K.). *Das Pendel als Messapparat der Dauer der Gesichtseindrücke.* (*Pfluger's Archiv. v. Physiologie,* **2**, 1869, p. 178.)

1869. **Savitch** (Al.), **Smysloff** et **Lenz** (H.-Fr.-E.). *Observations du Pendule, exécutées dans la partie sud de l'arc du méridien mesuré en Russie; et résultats généraux des expériences sur les oscillations des Pendules, exécutées entre Torneå et le Danube* (présenté à la Section physico-math. de l'Acad. dans la séance du 16 décembre 1869). (En russe.) (*Supplément n° 1 au t. XIX des Mémoires de l'Acad. de St-Pétersbourg,* 1871.)

Les expériences furent faites avec deux Pendules à réversion de Repsold, d'abord à Poulkowa en 1864, puis dans les mois d'été de 1865, 66 et 68, en douze stations entre Torneå et Ismail. A la demande du colonel Walker, ces deux Pendules avec leurs accessoires furent, par décision de l'Académie de St-Pétersbourg (déc. 1868), prêtés aux officiers anglais chargés de la triangulation des Indes et employés par le captain Heaviside, à Kaliana, Bombay, Aden, Ismaïlia et Kew. Revenus en Russie en juillet 1873, ils ont été de nouveau observés à Poulkowa, en 1874, par le Col. Zinghere. (*Voir* le tome V du Great Trig. Survey, Chap. XIV.)

1869. ***Bertram** (H.). *Probleme der Mechanik mit Bezug auf die Variationen der Schwere und die Rotation der Erde.* Progr. In-4°. Berlin, 1869, 31 pages.

1870. **Lambert** (G.). *Détermination expérimentale de la forme de la Terre.* (*Comptes rendus,* **70**, 1870, p. 439.)

Observations pendulaires d'une simple barre métallique.

1870. **Plantamour** (E.). *Une erreur dans « Les expériences sur le Pendule à réversion (Genève,* 1866) ». (*Astr. Nachr.*, **76**, 1870, p. 285.)

1870. **Wolf** (C.). *Système de réglage électrique des Pendules de l'Observatoire de Paris.* (Du Moncel, *Exposé des applications de l'électricité,* **4**, 3e édition, p. 87.)

1870. ***Walker** (J.-T.). *Great trigonometrical Survey of India. Adm. Report for* 1869-70, p. 15.

Basevi, Appendix XXVI.

1870. **Walker** (J.-T.). *Communication relative to Pendulum observations in India. Note on the Pendulum observations in India, which are being carried on by captain Basevi.* (*Proceed. of the R. Soc.*, **19**, 1871, p. 97.)

Tableau des longueurs du Pendule, p. 105.

1870. **Basevi** (E.). *Pendulum observations in India.* (*The Athenæum*, Londres, 1870, p. 263.)

1870. **Sabine** (E.). *On Pendulum observations in India.* (*Ibid.*, p. 723.)

1870. **Sang** (E.). *Compensation of the Pendulums for changes in temperature and in atmospheric buoyancy* (1870). (*Trans. of Edinburgh R. Scottish Soc. of Arts,* **8**, 1872, p. 163.)

1870. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1870.

P. 42. Bruhns. *Bericht über die für das geodätische Institut im Jahre* 1870 *ausgeführten Arbeiten.* P. 43. *Die Pendelbeobachtungen* (Bonn, Leiden, Mannheim).

P. 54. C.-F.-W. Peters. *Bericht über die in Königsberg im Sommer* 1870 *angestellten Pendelbeobachtungen.*

P. 60. Bruhns. *Bericht über die im Jahre* 1870 *im König-*

reich Sachsen ausgeführten Arbeiten. (Long. du Pendule à Dresde).

P. 67. Hirsch. *Note sur la détermination de la longueur du Pendule à Genève, Neuchâtel, Wissenstein, Rigi, Berne et le Simplon.*

1870. **Peters** (C.-F.-W.). *Resultate aus Pendelbeobachtungen.* Dritte Abtheilung : *Bestimmung der Länge des einfachen Secunden-Pendels in Königsberg.* (*Astr. Nachr.*, **99**, 1881, p. 129. — *General Bericht über die Europäische Gradmessung,* 1870, p. 54.)

Förster (W.). *Bemerkungen zu den von Dr C.-F.-W. Peters mitgetheilten Vergleichungen des bei seinen Pendelbeobachtungen benutzten Maassstabes.* (*Astr. Nachr.*, **99**, 1881, p. 379.)

1870. **Bruhns** (C.-Ch.) et **Albrecht.** *Bestimmung der Länge des Secundenpendels in Bonn, Leiden und Mannheim, und in Dresden.* (Leipzig, 1871. *Publication des K. Preussischen geodätischen Instituts.* Astr. Geodätische Arbeiten im Jahre 1870, p. 107. — *General Bericht über die Europäische Gradmessung,* 1870, p. 43 et 60.)

Bruhns fit usage du Pendule de Repsold et reprit la méthode des coïncidences que Plantamour avait abandonnée.

1870? **Bähr** (J.-V.). *Ueber die Einwirkung der Reibungselectricität auf das Pendel.* In-8°. Dresde.

1870. **Van der Willigen** (V.-S.-M.). *Sur les mesures naturelles.* (*Archives du Musée Teyler*, **3**, 1874, p. 142).

Rapport de Stamkart et Cohen Stuart sur ce Mémoire. (*Ibidem*, p. 167.)

1870. **Noording** (G.). *Bepaling van de gedaante der aarde uit slingerproeven.* (Détermination de la figure de la Terre par les expériences du Pendule). In-8°. Groningue, 1870.

1870-71. **Peters** (C.-F.-W.). *Beobachtungen mit dem Bessel'schen Pendelapparate in Kœnigsberg* (1870) *und in Güldenstein* (1871) *ausgeführt im Auftrage des geodätischen Instituts.* In-4°. Hamburg, 1874. Publication des K. Preussischen geod. Instituts. (*Vierteljahrsschrift der Astr. Gesellschaft.* **11**, 1876, p. 33. — *General Bericht über die Europäische Gradmessung*, 1870, p. 54.)

1871. **Le Verrier** (U.), **Faye** (H.), **Secchi** (Le P. Ang.). *Sur l'intérêt que présenteraient des expériences du Pendule faites dans le tunnel que l'on perce au mont Cenis.* (*Comptes rendus,* **73**, 1871, pp. 715, 1015 et 1192).

Lettre du P. Secchi sur les expériences du Pendule qui vont être faites dans le tunnel des Alpes occidentales. p. 1192.

Je ne crois pas que ces expériences aient été exécutées.

1871. **Walker** (J.-T.). *Communication from the Secretary of War in India relative to Pendulum observations, now in progress in India in connexion with the Great trigonometrical Survey under the superintendance of Col. Walker.* (*Proceed. of R. Soc.,* **19**, 1871, p. 97.)

1871. **Basevi** (J.-P.). *Preliminary abstract of mean results with Pendulums n° 4 and n° 1821* (1870). (*Ibid.*, p. 105.)

1871. **Airy** (G.-B.). *On barometric compensation of the Pendulum.* (*Phil. Magaz.,* **41**, 1871, p. 482.)

1871. **Airy** (H.), **Swann** et **Drach**. *Pendulum autograph.* (*Nature.* London, **4**, 1871, p. 310, 365 et 370.)

1871. **Frodsham**. *Results of experiments on the vibrations of Pendulum with different suspending springs.* (*Horological Journal,* **13**, 1871, p. 66.)

1871. **Barnard** (J.-G.). *Problems of rotatory motion presented by the gyroscope, the precession of the equinoxes, and the*

Pendulum (1871). (*Smithsonian Contributions to knowledge*, **19**, 1874, n° **1**.)

1871. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1871.

P. 17. Mesure de la pesanteur à Mannheim, par M. Bruhns.

P. 32. Remarques de M. Bruhns et de M. Peters sur la construction et le mode d'emploi du Pendule à réversion de Repsold.

P. 45. Expériences du Pendule dans les mines, au puits d'Abraham à Freiberg (Bruhns). (*Voir* 1885.)

P. 67. Rapport de M. Bruhns sur les mesures d'intensité de la pesanteur.

P. 82 et 88. Discussion sur l'emploi du Pendule à réversion.

P. 109. Mesures du Pendule déjà exécutées.

1871. **Meyer** (O.-E.). *Ueber die pendelnde Bewegung einer Kugel unter dem Einfluss der inneren Reibung des umgebenden Mittels.* (*Journal de Crelle-Borchardt*, **73**, 1871, p. 31. — *Fortschritte der Math.*, **3**, p. 475. — *Fortschritte der Physik*, **27**, p. 168. — *Bull. des Sc. math. et astr.*, **3**, 1872, p. 239.)

1871. **Meyer** (O.-E.). *Pendelbeobachtungen.* (*Pogg. Ann.*, **142**, 1871, p. 481.)

P. 513 : Loi du décroissement de l'amplitude des oscillations.

1871. **Zetzsche.** *Aufsuchung der parallelen Drehaxen, für welche ein materielles Pendel die nämliche Schwingungszeit besitzt.* — (*Schlömilch's Zeitschrift für Math. and Physik*, **16**, 1871, p. 445. — *Arch. de Grunert*, **54**, 1872, p. 73.)

1871. **Regnani** (F.). *Dimostrazione razionale dell' isocronismo del Pendolo.* (*Atti dell' Accad. P. de' Nuovi Lincei*, **24**, 1871, p. 197.)

1872. **Puiseux** (V.). *De l'équilibre et du mouvement des corps pesants, en ayant égard aux variations de direction et d'in-*

tensité de la Pesanteur. (*Ann. de l'Ec. Normale*, **1**, 1871, p. 23.)

1872. **Serret** (J.-A.). *Le Pendule de L. Foucault.* (*Comptes rendus*, **74**, 1872, p. 269.)

1872. **Ronzoni** (C.). *Théorie du Pendule de Foucault.* (*Les Mondes*, **27**, 1872, p. 422.)

1872. **Gripon.** *Expérience destinée à montrer les effets de la disposition du Pendule compensé.* (*Journal de d'Almeida*, **1**, 1872, p. 334.)

1872. **Folie** (F.). *Sur le calcul de la densité moyenne de la Terre, d'après les observations d'Airy.* (*Bull. de l'Acad. de Bruxelles*, **33**, 1872, p. 389). Rapports de MM. Liagre et Gilbert, p. 369.

1872. **Plantamour** (E.). *Nouvelles expériences faites avec le Pendule à réversion, et détermination de la pesanteur à Genève et au Righi-Kulm.* In-4°. Genève, 1872. (*Vierteljahrsschrift der Astr. Gesellschaft*, **11**, 1876, p. 15.)

Expériences à Genève en 1871, au Righi-Kulm en 1867.

1872. **Gautier** (A.). *Expériences faites à Genève avec le Pendule à réversion par le Prof. Plantamour.* (*Bibl. univ. de Genève*, **44**, 1872, p. 201.)

1872. ***Whitford** (J.). *The Pendulum : an epitome of the principles of its calculations for any latitude.* In-8°. Stockport, 1872.

1872. **Carrington** (R.-C.). *On the rate of a clock going in a partial vacuum.* (*Monthl. Not.*, **33**, 1872-73, p. 51.)

1872. **Tait** (P.-G.). *Note on Pendulum motion.* (*Proceed. of Edinburgh R. Soc.*, **7**, 1872, p. 608.)

1872. **Froude** (W.). *Description et usage d'un Pendule à très longue période pour la mesure du roulis absolu.* (Extrait d'une lettre à M. Bertin, en anglais.) (*Mém. de la Soc. des Sc. nat. de Cherbourg,* **17**, 1873, p. 203.)

1872. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1871-72.)

1872. **Peters** (C.-F.-W.). (Observation à Altona du Pendule de Lohmeier, *voir* 1869.)

1872. **Meyer** (O.-E.). *Ueber die Bewegung einer Pendelkugel in der Luft.* (*Journal de Crelle-Borchardt,* **75**, 1872, p. 336. — *Bull. des Sc. math. et astr.,* **4**, 1873, p. 242.)

1872. **Listing** (J.-B.). *Ueber unsere jetzige Kenntniss der Gestalt und der Grösse der Erde.* Göttingen, 1872. (*Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wiss. zu Göttingen,* 1873, p. 33.)

1872. **Ohrtmann** (C.). *Das Problem der Tautochronen. Ein historischer Versuch.* Berlin, 1872. (*Bull. des Sc. math. et astr.,* **3**, 1872, p. 130.)

On trouvera dans cet Ouvrage l'indication de nombreux Mémoires purement mathématiques sur la question des Tautochrones, Mémoires que je n'ai pas cru devoir comprendre dans cette Bibliographie. (*Voir* aussi Amodeo, 1883.)

1872. **Franz** (J.). *Ueber das Foucault'sche Pendel.* Inaug. Diss. In-4°. Halle, 1872. (*Fortschritte der Physik,* **28**, p. 101.)

1872. ***Frölich** (A.). *Beweis des Theorems von Clairaut betreffend die Abplattung der Erde.* In-4°. Iéna, 1872, 21 pages.

1872. **Savitch** (Al.). *Les variations de la pesanteur dans les provinces occidentales de l'Empire russe.* (*Mem. of the R. astr. Soc.,* **39**, 1872, p. 19. — *Bibl. Univ. de Genève,* **44**, 1872, p. 206. (Article de A. Gautier.) — *Monthl. Not.,* **31**, 1871-72, p. 221.

1872-73. **Wijkander** (Aug.) et **Tidblom** (A.-V.). *Pendel-Bestämningar, under den Svenska arktiska Expeditionen* 1872-73 *anstälda af Aug. Wijkander, beräknade af A.-V. Tidblom.* (Déterminations du Pendule faites par Aug. Wijkander pendant l'expédition suédoise arctique de 1872-73, et calculées par A.-V. Tidblom. (*Acta Universitatis Lundensis. Lunds Universitaets Arsskrift*, **14**, 2ᵉ Partie, 1877-78.)

1873. **Résal** (H.). *Théorie des effets observés par Savart sur l'influence mutuelle de deux Pendules.* (*Comptes rendus*, **76**, 1873, p. 75. — *Ann. de l'Éc. Normale*, **2**, 1873, p. 445.)

Expériences de Savart, l'*Institut*, **7**, 1839, p. 468.

1873. **De Saint-Germain**. *Sur la durée des oscillations du Pendule composé.* (*Bull. de la Soc. math. de France*, **2**, 1873-74, p. 54.)

1873. **Bertin** (L.-R.). *Données théoriques et expérimentales sur les vagues et le roulis.* (*Mém. de la Soc. des Sc. de Cherbourg*, **17**, 1873, p. 209; **18**, 1874, p. 1.)

Paragraphe **26**, p. 331 : Des Pendules propres à la mesure du roulis.

1873. **Plantamour** (E.). *Observations faites dans les stations astronomiques suisses.* In-4°. Genève, 1873. Longueur du Pendule au Weissenstein (1868), p. 59; à Berne (1869), p. 117. (*Bull. de la Soc. des Sc. nat. de Neuchâtel*, **10**, 1874, p. 17.)

1873. **Isely** (M.). *Solution du problème : En quel point de la tige du Pendule d'une horloge l'addition d'un poids produit-elle l'effet maximum?* (*Bull. de la Soc. de Neuchâtel*, **10**, 1874, p. 20.)

1873. **Walker** (J.-T.). *Great trigonometrical Survey of India. Adm. Report for* 1872-73, p. 25.

1873. (**Anonyme.**) *Pendulum operations at Kew in* 1873. (*Monthl. Not.*, **34**, 1873-74, Annual Report, p. 202.)

1873. **Robinson** (T.-R.). *On M. Carrington Note on the rate of a clock going in a partial vacuum* (voir 1872). (*Monthl. Not.* **33**, 1872-73, p. 121.)

1873. **Denison** (E.). *On a compensation for the barometer error of clocks.* (*Ibid.*, p. 294. — Remarks of T.-R. Robinson, p. 295.)

1873. **Webster** (R.). *On the barometric error of clocks.* (*Ibid.*, p. 296.)

1873. **Ellis** (W.). *On sympathetic influence between clocks.* (*Ibid.*, p. 480.)

1873. **Ritchie** (F.-J.). *Electro-sympathetic clocks, and time-signals.* (*Trans. of Scottish Soc. of Arts,* Edinburgh, **9**, Part I, 1873, p. 61.)

1873. **Herschel** (Alex.). *On a new form of Pendulum for exhibiting superposed vibrations.* (*Report of Brit. Assoc.*, **43**, 1873, p. 48.)

1873. **Newcomb** (S.). *A mode of testing the motion of a clock Pendulum.* (*Astr. Nachr.*, **81**, 1873, p. 319.)

1873. **Association géodésique internationale.** *Rapport général* pour 1873.

P. 24. *Bericht des Herrn Peters über die in Altona, Berlin, Kœnigsberg und Güldenstein angestellten Pendelbeobachtungen.*

1873. **Peters** (C.-F.-W.). *Beobachtungen des Ganges der mit Barometer-Compensation versehenen Pendeluhr Knoblich n° 1813.* (*Astr. Nachr.*, **82**, 1873, p. 155.)

1873. **Bender** (C.). *Bestimmung der Schwingungsdauer materieller Pendel.* (*Pogg. Ann.*, **150**, 1873, p. 295.)

1873. **Lübeck** (G.). *Ueber den Einfluss, welchen auf die Bewegung*

eines Pendels mit einem kugelförmigen Hohlraume eine in ihm enthaltene reibende Flüssigkeit ausübt. (*Journal de Crelle*, **77**, 1874, p. 1. — *Fortschritte der Physik*, **29**, 1873, p. 174. — *Bull. des Sc. math. et astr.*, **7**, 1874, p. 223.)

1873. **Lübeck** (G.). *Notiz zu den Bessel'schen Pendelversuchen.* (*Pogg. Ann.*, **150**, 1873, p. 476.)

Même sujet que dans le Mémoire précédent.

1873. **Falb.** *Foucault's Pendel in der Weltaustellung* 1873. (*Sirius* **6**, 1873, p. 129.)

1873. **Günther** (Sig.). *Ueber die Vorgeschichte der Foucault'schen Pendelversuche.* (*Sitzungsberichte der Phys. Med. Societät zu Erlangen*, **5**, 1873, p. 52.)

1873. **Huhlmann** (K.). *Der Foucault'sche Pendelversuch.* Oldenburg, 1873.

1873. **Wolf** (Rud.). *Die Verbesserungen der Instrumente durch Tycho, Bürgi... und Huygens.* (*Astronomische Mittheilungen*, **33**, août 1873, p. 99 à 106.)

W. attribue à Bürgi (Justus Byrgius, né à Lichtensteig, en Suisse, en 1553, mécanicien et horloger du Landgrave de Hesse Guillaume IV, puis de l'Empereur Rodolphe II) la découverte de l'isochronisme des oscillations du Pendule et l'application du P. aux horloges. Il conclut de ses recherches : « Dass Bürgi den Isochronismus des Pendels mindestens ebenso frühe als Galilei entdeckte ; — dass er sofort die Bedeutung dieser Entdeckung für Vervolkommnung der Uhren entdeckte. Und mit dieser Entdeckung nicht (wie es ihm vorgeworfen werden wollte) hinter dem Berge hielt, sondern sie in der für ihn als Uhrmacher passendsten Weise dadurch publicirte, dass er eben Pendeluhren construirte und auf den Markt brachte. »

Voir sur le même sujet R. Wolf, *Geschichte der Astronomie* 1 vol. in-8°. Munich, 1877, p. 369 : *die Pendeluhren.*

La thèse soutenue par M. R. Wolf a été discutée par Gerland 1878 (*voir* cette année).

1873. **Cappelletto** (A.). *Del Pendolo conico.* Venezia, 1873. Note lue à l'Inst. Vénitien le 23 fév. 1873.

1873. **Laudi** (V.). *Duratà dell' oscillazione del Pendolo cicloidale e del Pendolo circulario.* (*Periodico di Sc. Mat. e Nat. per l'Insegnamento secondario.* Roma, **1**, 1873. — *Căsopis pro pěstovaní Mathematiky a Fysiky.* Prague, **3**, 1873.)

1873. **Bertelli** (Le P.-T.). *Appunti storici intorno alle ricerche sui piccoli e spontanei moti dei Pendoli, fatte dal secolo XVII in poi.* (*Bollettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, di Buoncompagni,* **6**, 1873, p. 1.)

Le P. Bertelli cite les expériences sur *la réciprocation du Pendule* de Calignon de Peyrins (*voir* GASSENDI, 1643), de Morin et de Lobkowitz (1643), du P. Mersenne (1644), de Lecat et du baron de Grante (*voir* de MAIRAN, 1742) et de Bouguer, (1754), puis les expériences modernes de M. d'Abbadie.

Il ne parle pas de celles de Riccioli ni de celles du P. Ximenes (1651 et 1757). Toaldo, dont il cite l'opinion, ne paraît pas avoir fait d'expériences. Il analyse en détail les expériences des Acad. de Florence qu'on a voulu assimiler à celle de Foucault.

1874. **Bouquet de la Grye** (J.-J.-A.). *Mesure de l'intensité de la pesanteur à l'île Campbell.* (*Recueil de Mémoires, Rapports et Documents relatifs à l'observation du passage de Vénus sur le Soleil,* **3**, Ire Partie, p. 241.)

Expériences faites avec un Pendule invariable en laiton, en novembre et décembre 1874 à l'île Campbell, à l'Observatoire de Paris en mai 1881.

Étude des mouvements du sol (à l'aide d'un Pendule). (*Ibidem,* p. 268.)

1874. **Cazin** (A.). *Détermination de l'intensité de la pesanteur à l'île St-Paul.* (*Même Recueil,* **2**, 1re Partie, p. 283. — Extrait dans les *Comptes rendus,* **82**, 1876, p. 1243.)

Expériences faites avec un Pendule invariable en laiton, de

forme spéciale, en décembre 1874 à Saint-Paul, en février et avril 1876 à Paris, à l'Observatoire du Bureau des Longitudes (Montsouris).

1874. **Résal** (H.). *Note sur le mouvement du Pendule conique, en ayant égard à la résistance de l'air.* (*Comptes rendus*, **78**, 1874, p. 1449. — *Journal l'Institut*, 1874, p. 183.)

1874. **Bichat.** *Discussion de la méthode des coïncidences.* (*Journal de d'Almeida*, **3**, 1874, p. 369.)

1874. **Resal** (H.). *Traité de Mécanique générale.* 7 vol. in-8°. Paris. 1874-1881.

Dans le IIe Volume, appendice : *De l'influence de la résistance de l'air sur le mouvement du Pendule à oscillations elliptiques.*

1874. **Hirsch.** *Proposition de faire exécuter des observations du Pendule dans le tunnel du St-Gothard.* (*Procès-verbaux de la Comm. géod. suisse*, p. 27, à la suite du *Bull. de la Soc. de Neuchâtel*, **10**, 1874.)

1874. **Walker** (J.-T.). *Great trigonometrical Survey of India, Administration Report*, p. 30.

Appendix, Pendulum operations by capt. Heaviside, p. 53.

1874. **Chisholm** (H.-W.). *On account of comparisons between two Russian Pendulums and Repsold's scale and between Repsold's scale and the standard subdivided Imperial Yard.* (8th *annual Report of the Warden of Standards for* 1873-74. App. V.)

1874. **Tisley.** *Compound Pendulum apparatus for drawing Lissajous figures on cards, or on blackened glass.* (*Engineering*, febr. 1874.)

1874. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1873-74.

P. 60. Von Oppolzer (Th.) : *Rapport sur la détermination de la pesanteur à Vienne, Bregenz, Prague et Kremsmünster*, par MM. Oppolzer et Anton. Enregistrement électrique de Gruber.

P. 76. De Forsch. : *Rapport sur les observations du Pendule en Russie*, par M. le col. Zinger.

P. 117 : *Sur les observ. du Pendule à faire au St-Gothard.*

1874. **Gruber** (L.). *Ueber ein Apparat zu Coincidenzbeobachtungen bei Schwerebestimmungen mit Hilfe des Reversionspendels.* (*Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, **70**, 1874, p. 565.)

1874. **Oudemans** (J.-A.-C.). *Ein von Kaiser herrührender Beweis für das Princip des Foucault'schen Pendelversuches.* (*Astr. Nachr.*, **84**, 1874, p. 19.)

1874. **Zinghere** (Col.). *Observations faites à Poulkowa avec le Pendule à réversion* (en russe). (*Appendice au* **29e** vol. des « *Sapiski* » *de l'Acad. Imp. de Saint-Pétersbourg*, 1877.)

1874. **Tessari** (D.). *Dimostrazione geometrica della erroneità della spiegazione risguardante il fenomeno della deviazione del piano d'oscillazione del Pendolo, esposta in molti trattati di Fisica.* In-8°. Milano, 1874. (*Rendiconti dell' Istituto Lombardo-Veneto*, **7**, 1874, p. 109.)

1874. **Desideri** (C.). *Del Pendolo applicato a la dimostrazione esperimentale del moto diurno della Terra.* (*Revista scientifico-industriale di Vimercati*, **6**, 1874, p. 126.)

1875. **Abbadie** (A. d'). *Note sur les Pendules de M. de Rossi.* (Application à l'étude des tremblements de terre.) (*Comptes rendus*, **80**, 1875, p. 1236.)

1875. **Cellérier** (Ch.). *Note sur le mouvement simultané d'un Pendule et de ses supports.* (*Bibl. de Genève*, **54**, 1875, p. 121.)

1875. **Plantamour** (E.) et **Hirsch**. *Remarques sur l'emploi du Pendule de Repsold.* (*Procès-verbal de la* **15**^e^ *séance de la Comm. géod. suisse*, p. 18, à la suite du *Bull. de la Soc. de Neuchâtel*, **10**, 2e cahier, 1875.)

1875. **Walker** (J.-T.). *Great trigonometrical Survey of India. Adm. Report for* 1874-75, p. 23.

1875. **Heaviside** (W.-J.). *Preliminary abstract of approximate mean results with the invariable Pendulums n° 4 and n°* **1821**. (*Proceed. of R. Soc.*, **23**, 1875, p. 316.)

Un premier extrait dans le vol. **19**, 1871.

1875. **Ellery** (R.-L.-J.). *The results of some experiments with Huygens' parabolic Pendulum for obtaining uniform rotation.* (*Monthl. Not.*, **36**, 1875-76, p. 72.)

1875. **Plantamour** (E.). *Observations of latitude, of azimut and of the Pendulum made on the Righi, the Weissenstein and at Berlin in* 1867, 1868 *and* 1869. (*Smithsonian Institution Report*, 1875, p. 167.)

1875. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1875.

Annexe 1, p. 90. Rapport de la Commission du Pendule, comprenant : 1° Circulaire de M. le Général Baeyer, Président. 2° Rapport de M. Bruhns, p. 93. 3° Rapport de M. Plantamour, p. 95. 4° Rapport de M. Von Oppolzer, p. 97. 5° Rapport de M. le Dr C.-A.-F. Peters, p. 100. Ces Rapports forment une discussion complète des conditions que doit remplir le Pendule à réversion et de son mode d'emploi. Les mêmes Rapports en allemand, pp. 78, 81, 83, 85 et 88. — Annexe, pp. 248 et 249 : Tableau des mesures du Pendule.

1875. **Günther** (Sig.). *Der Foucault'sche Pendelversuch, kritisch und geschichtlich beleuchtet.* (*Zeitschrift für math. und naturwiss. Unterricht.* Leipzig, **6**, 1875, p. 444; **7**, 1876, p. 187.)

1875. **Friesach.** *Ueber die Schwere an der Oberfläche eines Rotations-Ellipsoids von gleichförmiger Dichte.* (*Deutsche Naturforscher.* Berlin, 1875, p. 187.)

1875-76. **Peirce** (C.-S.). *Methods and Results of measurements of Gravity at initial stations in America and Europa.* (*United States Coast and Geodetic Survey*, Report of 1876; Appendix n° **15**. (Washington, 1879). — *Silliman's Journal*, **19**, 1880, p. 487.)

Stations : Genève, 1875. Paris, Berlin, Kew, Hoboken, 1876. Observations faites avec un Pendule réversible de Repsold.

1876. **Bertin** (L.-R.). *Sur l'oscillographe double.* (*Comptes rendus*, **82**, 1876, p. 549.)

Rapport de Dupuy de Lome *sur ce Mémoire.* (*Ibid.*, **84**, 1877, p. 635). (*Voir* 1879.)

1876. **Smith** (J.-J.). *Sur un nouveau Pendule compensateur.* (*Comptes rendus*, **83**, 1876, p. 202. — *Sillimann's Journal*, **12**, 1876, p. 477. — *Journal de d'Almeida*, **6**, 1877, p. 166.)

Pendule d'acier, cuivre et ébonite.

1876. **Bourbouze.** *Régulateur électrique pour entretenir le mouvement du Pendule.* (*Comptes rendus*, **83**, 1876, p. 482.)

1876. **Rédier** (A.). *Note sur la correction des variations de marche des Pendules astronomiques provenant des différences de pression atmosphérique.* (*Ibid.*, p. 1174. — *Les Mondes*, **41**, p. 704. — *Phil. Magaz.*, **3**, 1877, p. 80. — *Revue chronométrique*, **9**, 1876, p. 175.)

1876. **Resal** (H.). *Note sur le mouvement de deux Pendules simples, dont l'un est attaché à un point fixe, et l'autre à la masse qui termine le premier.* (*Journal de Liouville-Resal*, **2**, 1876, p. 165.)

1876. **Cornu** (A.). *Théorie de la liaison synchronique des appareils oscillants.* (*Assoc. française, Compte rendu de la session de Clermont-Ferrand,* 1876, p. 131. — *Mémoire sur la détermination de la vitesse de la lumière. Annales de l'Observatoire,* Mém., **13**, 1876, p. A. 155.)

1876. **Lindemann** et **Rédier**(A.). *De l'influence des différences de pression atmosphérique sur le Pendule.* (*Revue chronométrique,* **9**, 1876-77, pp. 261, 281, 324 et 329.)

1876. **Adan**. *Grandeur et forme de la Terre déterminées par les oscillations du Pendule.* Publ. du Dépôt de la Guerre de Belgique. In-16. Bruxelles, 1876.

1876. **Lindemann**. *Sur le curseur de la tige d'un Pendule.* (*Bull. de la Soc. des Sc. nat. de Neuchâtel,* **11**, 1876, p. 20.)

Remarques de M. Hirsch, p. 24.

1876. **Ferrers** (N.-M.). *On the Clairaut's theorem, and variation of gravity at the surface of the Earth.* (*The Messenger of Mathematics.* London and Cambridge, **6**, 1876-77, p. 141)

1876. **Association géodésique internationale**. *Rapport général pour* 1876.

3e séance : Discussion sur la comparaison des appareils du Pendule et l'influence de la flexibilité des supports, p. 17.

1876. **Fischer** (A.). *Die Gestalt der Erde und die Pendelmessungen.* (*Astr. Nachr.*, **88**, 1876, pp. 81 et 247.)

PP. 83 et 105. Liste de toutes les mesures connues du Pendule, avec une carte des stations. Analyse critique de l'Ouvrage de Ph. Fischer : *Uber die Gestalt der Erde* (1868).

1876. **Hann** (J.). *Lettre au Prof. C.-A.-F. Peters.* (*Ibid.*, pp. 203 et 305.)

Cette Lettre contient un tableau des longueurs observées du Pendule en seize stations des Indes orientales.

1876. **Mayer** (E.). *Ueber die Gestalt und Grösse der Erde.* Wien, 1876.

1876. **Sterneck** (R. von). *Ueber den Einfluss des Mondes auf die Richtung und Grösse der Schwerkraft auf die Erde.* (*Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, **73**, Heft **4**, 1876, p. 553.)

Résultat erroné, *voir* C.-A.-F. Peters, 1878.

1876. **Reidt, Spielmann, Günther, Bielmayr, Pick, Schadwill, Binder** et **Mauritius**. *Ueber das Foucault'sche Pendel.* (*Zeitschrift für math. und naturwiss. Unterricht.* Leipzig, **6**, 1876, pp. 46, 441 et 444; **7**, 1876, pp. 185, 187, 266; **8**, 1877, pp. 371, 389, 475. — *Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, 1876, april. — *L'Institut*, 1875, p. 244.)

1876. **Günther** (Sig.). *Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften.* Leipzig, 1876.

Kap. VII. *Quellenmässige Darstellung der Erfindungsgeschichte der Pendeluhr bis auf Huygens*, p. 308-344.

1876. **Chelini.** *Intorno ai principii fondamentali della dinamica con applicazione al Pendolo ed alla percussione de' corpi secondo Poinsot.* (*Memorie dell'Accad. delle Sc. dell'Istituto di Bologna*, **6**, 1876, p. 409. — *Rendiconto*, 1875-76, p. 54. — *Comptes rendus*, **82**, 1876, p. 1176.)

1876. **Ossipoff** (J.). *Détermination de la longueur du Pendule à seconde pour Charkow* (en russe). (*Journal de la Soc. chimique russe et de la Soc. ph. à l'Université de Saint-Pétersbourg*, **8**, 1876, p. 384. — *Journal de d'Almeida*, **6**, 1877, p. 199.)

1877. **Saint-Robert** (P. de). *Sur le mouvement sphérique du Pendule, en ayant égard à la résistance de l'air et à la rotation de la Terre.* (*Comptes rendus*, **85**, 1877, p. 578.)

1877. **Hipp.** *Sur l'influence de la pression de l'air ou de la hauteur*

barométrique sur la marche d'une Pendule. (*Bull. de la Soc. des Sc. nat. de Neuchâtel,* **11**, 1877, p. 152 et 159.)

1877. ***Walker** (J.-T.). *Great trigonometrical Survey of India. Adm. Report for* 1876-77, p. 28.

Herschel (Major J.). Appendix, p. 63.

1877. **Meigs** (Gal M.-C.). *On a method of making a Pendulum swing in an approximately cycloidal arc.* (*Monthl. Not.,* **37**, 1876-77, p. 410.)

1877. **Severn.** *Foucault's Pendulum experiment.* (*The english Mechanic,* **24**, 1877, p. 75.)

1877. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1876-77.

2e séance, p. 103 : Discussion sur l'influence de la flexibilité du support du Pendule.

Annexe 1^{a}, p. 163 : *Note sur le mouvement simultané d'un Pendule et de ses supports,* par M. Ch. Cellérier.

Annexe 1^{b}, p. 171 : *De l'influence de la flexibilité du trépied sur l'oscillation du Pendule à réversion,* par M. Peirce du Coast Survey U.-S.-A. (théorie et déterminations expérimentales).

Annexe 1^{c}, p. 188 : *Erste Note zu Herrn Peirce's Mittheilung : « De l'influence du trépied sur l'osc., etc.,* von Th. von Oppolzer.

Annexe 1^{d}, p. 191 : *Zweite Note von Th. von Oppolzer.*

Supplément : *Recherches expérimentales sur le mouvement simultané d'un Pendule et de ses supports,* par E. Plantamour. (*Voir* 1878.)

1877. **Hermite** (Ch.). *Sur le Pendule.* Extrait d'une Lettre à M. Gyldén. (*Journal de Crelle,* **85**, 1878, p. 246.)

1877. **Bender** (C.). *Ueber die oscillatorische Bewegung einer Walze mit excentrischer Schwerpunctsaxe.* (*Arch. de Grunert,* **60**, 1877, p. 113.)

1877. **Dostor** (G.). *Méthode simple et rapide pour déterminer les lois du mouvement du Pendule à petites oscillations.* (*Arch. de Grunert,* **60**, 1877, p. 336.)

1877. **Hoppe** (R.). *Fortrücken der Bahnscheitel eines Pendels von geringer Elongation, mit Bezugnahme auf das Foucault'sche Pendel.* (*Ibid.*, **61**, 1877, p. 264.)

1877. **Listing** (J.-B.). *Neue geometrische und dynamische Constanten des Erdkörpers.* (*Nachr. von der Wiss. Gesells. zu Göttingen,* 1877, p. 749. — *Astr. Nachr.,* **93**, 1877, p. 317.)

1877. **Günther** (Sig.). *Der Lehrsatz der Euler'schen Zerlegung und Foucault's Pendel.* (*Archiv Mathematiky a Fisiky.* Prague, **2**, 1877-79, p. 84.)

1877. ***Bottcher** (J.-E.). *Die Bewegung eines Kreis-Pendels auf rotirender Pendel-Ebene. Progr.* In-4°, 1877, 25 pages et 1 pl.

1878. **Boillot** (A.). *Appareil destiné à montrer l'invariabilité de la direction du plan d'oscillation du Pendule.* (*Comptes rendus,* **87**, 1878, p. 437) (le titre seul).

1878. **Cornu** (A.) et **Baille**. *Étude de la résistance de l'air dans la balance de torsion.* (*Ibid.*, **86**, 1878, p. 571 et 1001.)

1878. **Zorze** (Fr.). *Pendule à compensation.* (*Les Mondes,* **46**, p. 49. — *Crónica científica,* **1**, 1878, p. 353.)

1878. **Collignon** (E.). *Sur une manière de rendre tautochrones les oscillations d'un point le long d'une courbe plane.* (*Assoc. française, Compte rendu de la session de Paris,* 1878, p. 68.)

1878. **Plantamour** (E.). *Recherches expérimentales sur le mouvement simultané d'un Pendule et de ses supports.* In-4°.

Genève, 1878. (*Vierteljahrsschrift der astr. Gesellschaft*, **13**, 1878, p. 264.)

(*Voir* Ass. géod. internationale, 1877.)

1878. **Treharne**. *Foucault's Pendulum experiment.* (*The english Mechanic*, **26**, 1878, p. 481.)

1878. **Denny Lane**. *On an isochronic Pendulum.* (*British Assoc. Report of* 1878, p. 455.)

1878. **Ayrton** et **Perry**. *Determination of the acceleration of Gravity for Tokio, Japan.* (*Phil. Magaz.*, **9**, 1880, p. 292; **10**, 1880, p. 43.)

1878. **Herschel** (Major J.). *On the determination of the acceleration of Gravity for Tokio, Japan.* (*Ibid.*, **9**, p. 446.)

1878. **Peirce** (C.-S.). *On the influence of internal friction upon the correction of the length of the second's Pendulum for the flexibility of the support.* (*Proceed. of american Academy*, **13**, 1877-78, p. 396.)

1878. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1878.

P. 110 : Note de M. Plantamour sur la flexibilité du support du Pendule.

P. 116 : Lettre de M. C.-S. Peirce, relative aux oscillations du Pendule dans un vide plus ou moins parfait, et à la mesure de l'influence de la flexibilité du support.

1878. **Peters** (C.-A.-F.). *Notiz zur Berechnung der Lothablenkung durch den Mond.* (*Astr. Nachr.*, **91**, 1878, p. 235.)

1878. ***Helmert**. *Das Theorem von Clairaut.* (*Zeitschrift für Vermessungen.*)

1878. **Bruns** (H.). *Die Figur der Erde, ein Beitrag zur Europäi-*

schen Gradmessung. Publication des K. Preussischen Geodätischen Instituts. Berlin, 1878.

§ 7, *Die Schweremessungen*, p. 62. (Mémoire purement mathématique.)

1878. **Gerland** (E.). *Zur Geschichte der Erfindung der Pendeluhr*. (*Wiedemann's Ann.*, **4**, 1878, p. 585.)

1878. **Henneberg** (L.). *Ueber die unendlich kleinen Schwingungen, welche ein Faden, der an dem einen Endpunckte befestigt und an dem anderen durch ein Gewicht belastet ist, unter dem Einfluss der Schwere und einer anfänglichen Gleichgewichts-Störung ausführt*. (*Ann. di Brioschi*, **9**, 1878-79, p. 58.)

1877. **Siacci** (F.). *Il Pendolo di L. Foucault e la resistenza dell' aria*. (*Atti della R. Accad. di Torino*, **13**, 1877-78, p. 695; **14**, 1878-79, p. 211.)

1878. **Saint-Robert** (P. de). *Quelques mots sur un Mémoire du capitaine Siacci sur le Pendule de L. Foucault*. (*Ibid.*, **14**, 1878-79, p. 141.)

1878-79. **Jimenes** (F.) et **Fernandez** (L.). *Determinacion de la longitud del Pendulo de segundos y de la gravedad en Mexico à 2283 m. sobre el nivel del mar*. In-8°. Mexico, 1879. (*Zeitschrift des Oesterreichischen Gesellschaft für Meteorologie*, **15**, 1880, p. 104.)

Expériences faites avec un Pendule à réversion.

1879. **Dejean de Fonroque**. *Sur diverses expériences faites avec un Pendule oscillant avec de grandes amplitudes*. (*Comptes rendus*, **88**, 1879, p. 771.)

1879. **Yvon Villarceau** (A.-J.-F.). *Théorie du Pendule simple à oscillations coniques, en ayant égard à la rotation de la Terre*. (*Ibid.*, **89**, 1879, p. 113.)

1879. **Peirce** (C.-S.) et **Faye** (H.). *Théorie mathématique des oscillations d'un Pendule double.* (*Ibid.*, p. 462.)

Mém. présenté à l'Acad. des Sc. des États-Unis.

1879. **Barbour** (L.-G.). *Les Pendules de Foucault et de Tobin.* (*Les Mondes*, **48**, 1879, p. 111.)

1879. **Bertin** (L.-R.). *Observations de roulis et de tangage faites avec l'oscillographe double à bord de divers bâtiments.* (*Savants étrangers*, **26**, n° 5. (*Voir* 1876.) — *Soc. des Sc. de Cherbourg*, 1869, 1871, 1874, 1875, 1880.)

1879. **Gilbert** (Ph.). *Note sur le Pendule conique.* (*Ann. de la Soc. scientifique de Bruxelles*, **3**, 1878-79, p. 70.)

1879. **Walker** (J.-T.). *Account of operations of the Great trigonometrical Survey of India.* Vol. V. Details of the Pendulum operations by captains Basevi and Heaviside, and of their reduction. In-4°. Calcutta, 1879, LXII-765 pages, 16 Planches et 2 Cartes.

Cet important Ouvrage, à la rédaction duquel ont pris part le général Walker, le colonel Clarke, le major J. Herschel et les capitaines Basevi et Heaviside, forme un Traité complet de l'histoire, de la théorie et de l'usage du Pendule invariable et du Pendule à réversion. Les observations, faites de 1865 à 1873, comprennent plus de 30 stations.

En outre des observations spéciales, il faut citer dans ce volume plusieurs articles d'un intérêt général.

1° La Préface, par le major-général Walker, qui contient une discussion du choix des appareils et des méthodes d'observations.

Dans l'Appendice n° 2, par le major J. Herschel :

2° *Notes for a History of the use of invariable Pendulums.* Documents historiques très intéressants sur les divers Pendules invariables employés, particulièrement par les observateurs anglais.

3° *Table of provisional equatorial vibrations-numbers of Pendulums used differentially since* 1800.

4° *Synopsis of Pendulum Observations from* 1672 *to* 1874. Tableau très complet des observations du Pendule aux diverses latitudes.

Dans l'Appendix n° 4, par le major J. Herschel :

5° *Provisional Table of values of the length of the second Pendulum at Paris and at London.*

Et enfin l'Appendix n° 5, par le major J. Herschel :

6° *A Bibliographical List of Works relating to Pendulum operations in connexion with the problem of the figure of the Earth.*

1879. **Herschel** (Major J.). *Note on the difference of gravity at Revel and St-Petersburgh, and on Grischow's Pendulum observations at other stations.* (*Monthl. Not.*, **40**, 1879, p. 2.)

1879. **Savitch** (Al.). *Les longueurs du Pendule à secondes à St-Pétersbourg, à Poulkowa et aux différents points de la Russie occidentale, corrigées de l'influence produite par la flexion des supports du Pendule construit par M. Repsold.* (*Mem. of R. Astr. Soc.*, **44**, 1877-79, p. 307. — *Monthl. Not.*, **39**, 1878-79, p. 365.)

Tableau des longueurs du Pendule en 12 stations de la Russie.

1879. **Hicks** (W.-M.). *On the motion of two cylinders in a fluid.* (*Quart. Journal of Math.*, **16**, 1879, p. 113 et 193. — *Brit. Assoc. Report at Dublin*, 1879.)

On the motion of two spheres in a fluid. (*Proceed. of R. Soc.*, **29**, 1879, p. 162. — *Phil. Trans.*, **171**, 1880, p. 455.)

1879. **U. S. coast and geodetic Survey.** *Report for* 1883. Washington, 1884.

Appendix n° 19, p. 473. *Gravity research. Gravity determinations at Alleghany, Ebensburgh and York, Pensylvania, in* 1879 *and* 1880, *by C.-S. Peirce.*

1879. **Peirce** (C.-S.). *On a method of swinging Pendulums for the determination of gravity, proposed by M. Faye. The errors of Pendulum experiments.* (*Proceed. of american Acad.*, 15 avril 1879, p. 99. — *Silliman's Journal*, **18**, 1879, p. 112. — *Wiedemann's Ann.*, **4**, p. 240.)

1879. **Tobin**. *On the initial effect of the Earth's rotation on the free Pendulum.* (*Journal of Franklin Institute*, **77**, 1879, p. 322.)

1879. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1878-79.

P. 17. Discussion à l'occasion d'une Communication de M. Y. Villarceau sur le roulement des couteaux du Pendule à réversion. — PP. 19 et 20. Discussion sur le Pendule double de MM. Faye et Peirce. — Annexe, p. 65 : *Note sur le Pendule à réversion*, par M. Y. Villarceau.

1879. **Röthig** (O.). *Ueber den Foucault'schen Pendelversuch.* Eine historisch-didaktische Studie. (*Zeitschrift für Math. und Phys. von Schlömilch, Karl und Cantor.* Hist.-Litt. Abtheilung. Leipzig, **24**, 1879, p. 153.)

1879. **Hagen** (J.). *Ueber die Verwendung des Pendels zur graphischen Darstellung der Stimmgabelcurven.* (*Ibid.*, **24**, 1879, p. 285.)

1879. **Meyer** (O.-E.). *Foucault's Pendelversuch.* (*Carl's Repertorium*, **15**, 1879, p. 525.)

1879. **Kleritj** (L.). *Zur Theorie der Compensation des physischen Pendels.* In-8°. Belgrade, 1879.

1879. **Von Obermayer** (A.). *Das absolute Maass für die Zähigkeit der Flüssigkeiten.* (*Carl's Repert.*, **15**, 1879, p. 682.)

1879. **Chwolson** (O.). *Dämpfung von Schwingungen bei grösseren Amplituden.* (*Mém. de l'Acad. de St-Pétersbourg*, **26**, 1879, Nr. 14.)

1879. **Lorenzoni** (G.). *Sul calcolo dell' altezza del mercurio in un Pendolo a compensazione.* (*Mem. degli Spettroscopisti italiani,* **8**, 1879. Appendice, p. 1.)

1879. **St-Robert** (P. de). *Du mouvement d'un Pendule simple suspendu dans une voiture de chemin de fer.* (*Atti dell' Accad. dei Lincei,* Memorie, **3**, 1878-79, p. 277. — *Transunti,* **3**, 1878-79, p. 145.)

Sul moto sferico del Pendolo, avuto riguardo alla resistenza dell' aria, ed alla rotazione della Terra. (*Mem. della Soc. ital. delle Sc. di Napoli,* 1879.) (*Voir* 1877.)

1879. **Kamerlingh Onnes** (Heike). *Nieuwe bewijzen voor de aswenteling der Aarde.* (Nouvelles démonstrations de la rotation axiale de la Terre.) Inaug. diss. In-8°. Groningue, 1879, 290 p. et 4 pl.

1re Partie. *Over de betrekkelijke beweging.* (Sur le mouvement relatif).

2e Partie. *Proefondervindelijke gedeelte* (Partie expérimentale).

Expérience de Foucault avec un Pendule à double couteau oscillant dans le vide. *Voir* le compte rendu de ces expériences par M. Ph. Gilbert : *Les preuves mécaniques de la rotation de la Terre*, 1882, et une Notice de E. Schering, *Göttingische gelehrte Anzeigen*, 17 et 24 janv. 1883, p. 65-72.

1879-80. **Kamerlingh Onnes** (Heike). *Over de betrekkelijke beweging.* (Sur le mouvement relatif.) (*Nieuw Archief voor Wiskunde.* In-8°. Amsterdam, **5**, 1879, p. 58 et 135; **6**, 1880, p. 173. — *Bull. des Sc. math. et astr.*, **3**, 1879, 2e Partie, p. 174; **4**, 1880, 2e Partie, p. 173.)

Chap. III. *Sur quelques questions relatives au Pendule d'après la méthode de Hamilton-Jacobi.* **1.** Expériences de Foucault sur les vibrations d'une tige dont une des extrémités est fixée à un axe tournant. **2.** Mouvements infiniment petits d'un corps solide dont un point reste immobile sous l'action de la pesanteur, en ne tenant pas compte de la rotation de la Terre. **3.** Solution du même problème en tenant compte de la rotation

de la Terre. **4**. Preuves nouvelles de la rotation de la Terre. **5**. Sur les mouvements finis, mais très petits, du Pendule à suspension à la Cardan. **6**. Sur les mouvements finis, mais très petits, du Pendule à suspension libre. **7**. Solution des questions précédentes dans un cas plus simple. **8**. Sur une erreur de Hansen. **9**. Sur la formule de Bravais. **10**. Variations des éléments des ellipses d'oscillation par rapport à d'autres axes que les axes de symétrie. **11**. Evitement des déviations du Pendule de Foucault, causées par la rotation du point de suspension.

1879. **Geelmuyden** (H.). Le mouvement conique du Pendule. (*Archiv for Mathematik og Naturvidenskaberne*. Christiania, 3, 1879, p. 307.)

1879-80. **Kuhlberg** (P.). *Resultate aus Pendelbeobachtungen im Kaukasus*. (*Astr. Nachr.*, **99**, 1881, p. 281.)

Expériences faites en 1879-80 avec le Pendule à réversion à Wladikaukas, M[t]. Goudaour, Douschet, Batoum et Elisabethpol.

1880. **Yvon Villarceau** (A.-J.-F.). *Mémoire sur les effets du roulement dans la théorie du Pendule à réversion*. (*Annales de l'Observatoire de Paris, Mémoires*, **15**, 1880, p. B.1.

Voir Ass. géod. internationale, *Rapport général pour* 1879.

1882. **De la Colonge**. *Théorie géométrique du Pendule de Foucault*. (*Mém. de la Soc. des Sc. physiques et naturelles de Bordeaux*, **4**, 1882, p. 339.)

1880. **Tresca** (H.). *Sur le réglage électrique de l'heure à Paris*. (*Comptes rendus*, **90**, 1880, p. 660.)

1880. **Faye** (H.). *Sur les variations séculaires de la figure mathématique de la Terre*. (*Ibid.*, p. 1184.)

1880. **Peirce** (C.-S.). *Sur la valeur de la pesanteur à Paris*. (*Ibid.*, p. 1401.)

1880. **Faye** (H.). *Rapport sur le Mémoire de M. Peirce.* (*Ibid.*, p. 1463.)

1880. **Faye** (H.). *Sur la réduction des observations du Pendule au niveau de la mer.* (*Ibid.*, p. 1443.)

1880. **Faye** (H.). *Sur le Pendule.* (*Ibid.*, **91**, 1880, p. 75.)

1880. **Govi** (G.). *Nouvelle méthode pour déterminer la longueur du Pendule simple.* (*Ibid.*, p. 105.)

1880. **Dejean de Fonroque.** *Du Pendule, influence du Soleil et de la Lune sur ses variations, nouvelle théorie des marées.* In-8°. Paris, 1880.

1880. **Clarke** (Colonel). *Geodesy.* In-8°. Oxford, 1880.

Chap. XIV. *Pendulums.* Tableau des observations du Pendule, p. 342.

1880. **Herschel** (Major J.). *Note on the length of the Pendulum observed by de l'Isle de la Croyère at Arkangel in* 1728. (*Monthl. Not.*, **41**, 1880-81, p. 79.)

1880. **Herschel** (Major J.). *On the employment of the Pendulum for determining the figure of the Earth.* (*Nature*, **21**, 1880, p. 599.)

1880. **Herschel** (Major J.). *On Gravimeters.* (*Proceed. of R. Soc.*, **31**, 1880-81, p. 141 et 317; **32**, 1881, p. 507.)

1880. **Cross** (C.-R.). *Permanent record of Foucault's Pendulum experiment.* (*Nature*, **22**, 1880, p. 240. — *Les Mondes*, **53**, 1880, p. 198.)

1880. **Peirce** (C.-S.). *Results of Pendulum experiments.* (*Silliman's Journal*, **20**, 1880, p. 327.)

1880. **Peirce** (C.-S.). *On the ellipticity of the Earth as deduced from Pendulum experiments.* (*Ibid.*, **21**, 1881, p. 84.)

1880. **Mendenhall** (T.-C.). *Measurements of the force of Gravity at Tókio, and on the summit of Fujinoyama* (*Japan*. (*Publications de l'Université de Tókio*, n° 5, 1881. — *Silliman's Journal,* **20**, 1880, p. 24, et **21**, 1881, p. 99. — *Journal de d'Almeida,* **1**, 1882, p. 104.)

1880. **Spellier** (L.-H.). *A new Pendulum suspension.* (*Journal of Franklin Institute*, 1880, july.)

1880. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1880.

P. 81. Discussion sur les observations absolues et relatives de la pesanteur. — Annexe II : *Rapport sur la question du Pendule,* par M. Ch. Cellérier. (Discussion du Pendule double de M. Faye.) — Annexe II[a]. *Tableau résumant par ordre alphabétique l'état actuel des travaux entrepris dans les différents pays pour la détermination de la pesanteur à l'aide du Pendule à réversion*, par MM. Plantamour et Cellérier. Proposition de l'emploi d'un Pendule léger oscillant sur le même trépied que le P. lourd, pour déterminer l'influence des oscillations de ce trépied. — Anhang IX : *Litteratur dèr praktischen und theoretischen Gradmessungs-Arbeiten, bearbeitet von M. Sadebeck.* Cette liste contient un très grand nombre de Mémoires et d'Ouvrages sur le Pendule.

1880. ***Wilsing** (J.). *Ueber den Einfluss von Luftdruck und Wärme auf die Pendelbewegung.* Diss. Berlin, 1880, 40 p.

1880. **Peters** (C.-F.-W.). *Resultate aus Pendelbeobachtungen.* Abth. I. *Bestimmung der Länge des einfachen Sekundenpendels in Altona.* In-4°. Kiel, 1880. (*Astr. Nachr.* **97**, 1880, p. 1, 17 et 23.)

Expériences faites en 1869 et 1872, *voir* 1869.

Resultate aus Pendelbeobachtungen. Abth. II. *Bestim-*

mung der Länge des einfachen Sekundenpendels in Berlin. (*Astr. Nachr.*, **98**, 1880, p. 65.)

Expériences faites en 1869, *voir* cette année.

1880. **Farkas** (J.). *Mittlerer vertical Druck des symmetrischen Pendels auf seine Axe.* (*Arch. de Grunert*, **65**, 1880, p. 435.)

1880. **Isenkrahe** (C.). *Pendelexperimente zur Erklärung der Consonanz-, Interferenz- und Absorptions-Erscheinungen in der Akustik und Optik.* (*Carl's Repertorium*, **16**, 1880, p. 99, 516, 521.)

1880. **Bauer** (K.-L.). *Erwiderung auf die Auslassung des Herrn Dr Isenkrahe.* (*Ibid.*, p. 321.)

1880. **Kleritj** (L.). *Le Pendule compensé n'existe pas.* Note lue le 5 mai 1880 à la Société savante serbe. Belgrade, in-8°, imprimerie de l'État. (*Stäckel's Deutsche Uhrmacher-Zeitung*, nos **10** et **11**, 1880.)

1880. **Foerster** (W.). *Critique de la Note précédente.* (*Ibid.*, n° **18**.) Réponse de M. Kleritj en 1881.

1880. ***Sanger** (T.). *Eine Verallgemeinerung des zusammengesetzten Pendels*, 35 p.

1880. **Stebnitzki** (Col.). *Observations faites à Tiflis avec le Pendule réversible de l'Académie de Russie* (en russe). (*Appendice au* **38e** *Volume des Mémoires de l'Acad. I. des Sc. de St-Pétersbourg*, 1880, p. 76. — *Nachrichten der Kaukas. Geogr. Gesellschaft*, **5**, Heft **4**, p. 260.)

1880-81. **Bredichin** (Th.). *Expériences faites avec le Pendule à réversion* (à Moscou). (*Ann. de l'Observatoire de Moscou*, **8**, 1882, p. 31; **9**, 1883, p. 103.)

1880. **Lorenzoni** (G.). *Intorno alle principali ricerche sulla lun-*

ghezza del Pendolo a secondi, eseguite nell' ultimo ventennio (1860-1880). [Notizie sommarie raccolte da G. Lorenzoni.] (*Processo verbale delle sedute della Commissione Italiana per la misura dei gradi, tenutesi in Firenze il* 14 *e* 15 *giugno* 1880. In-4°. Firenze, 1880. — *Allegato* D, p. 39.)

1880. **Zanotti** (Bianco). *Il problema meccanico della figura della Terra esposto secondo i migliori autori.* Parte prima. 1 vol. in-8°. Firenze, Torino e Roma, 1880. Parte seconda. *ibid.*, 1885.

1881. **Saint-Loup.** *Influence des variations de la pression atmosphérique sur la durée des oscillations du Pendule.* (*Comptes rendus*, **92**, 1881, p. 1490.) Remarques de M. Tresca, p. 1490.

1881. **Hermite** (Ch.). *Sur quelques applications de la théorie des fonctions elliptiques* (application au Pendule conique). (*Comptes rendus*, **93**, 1881, p. 920 et 1098; **94**, 1882, p. 186.)

1881. **Tisserand** (F.). *Sur le mouvement du Pendule conique.* (*Bull. des Sc. math. et astr.*, **5**, 1881, 1re Partie, p. 448.)

1881. **Broch** (O.-J.). *Accélération de la pesanteur sous différentes latitudes et à différentes altitudes.* (*Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, **1**, 1881, p. A.1. — *Beiblätter zu den Ann. der Ph. und Ch.*, **5**, 1881, p. 560.)

1881. **Sire** (G.-A.). *Le Dévioscope, ou appareil donnant directement le rapport qui existe entre la vitesse angulaire de la Terre et celle d'une rotation quelconque autour de la verticale du lieu.* (*Journal de d'Almeida*, **10**, 1881, p. 401.)

1881. **Hirn** (G.-A.). *Recherches expérimentales sur la relation qui existe entre la résistance de l'air et sa température. Con-*

séquences physiques et philosophiques qui découlent de ces expériences. (*Mém. de l'Acad. de Bruxelles*, **43**, 1882, 2e Partie.)

Rapport sur ce Mémoire. (*Bull. de l'Acad. de Belgique*, **2**, p. 225.)

Voir plus loin la discussion des expériences de M. Hirn dans le Mém. de M. Baille, 1882.

1881. **Darwin** (G. et H.). *On a instrument for detecting and measuring small changes in the direction of the force of Gravity.* (*British Association* 51st *meeting at York*, 1881; *Report of the Committee appointed for the Measurement of the lunar disturbance of Gravity*, p. 93. — Suite : 52d meeting at Southampton, 1882, p. 95. — Extrait dans *Nature*, **25**, 1881-82, p. 20.)

1881. **Hicks.** *Reports on recent progress in Hydrodynamics.* (*British Association Report*, 51st *Meeting*, 1881.)

1881. **Herschel** (Major J.). *Early english Pendulum measures.* (*Nature*, **24**, 1881, p. 237.)

1881. **Herschel** (Major J.).

De septembre à décembre 1881, le Major J. Herschel fait à Kew des observations de deux Pendules invariables. Il transporte ensuite ces instruments d'abord à Greenwich, puis à la maison de Portland-Place, à Londres, où avaient été faites les observations de Kater et de Sabine. « It is hoped that by this means data will have been obtained, which will serve to reduce to a common standard the determinations of gravity made by Kater, Airy, Sabine and others. »

Après ces expériences, J. Herschel emporta les instruments en Amérique, et fit une série d'observations à Washington; il les remit ensuite aux Officiers du Coast Survey. (*Voir* 1884, *U. S. Coast and Geodetic Survey*, observations de Smith Edw.) *Proceed. of R. Soc.*, **33**, 1881, p. 84, et **34**, 1882, p. 348. Reports of the Kew Committee.

1881. **U. S. Coast and geodetic Survey.** *Report of* 1880-81. In-4°. Washington, 1883.

P. 359. Appendix n° **14**. *On the flexure of Pendulum support*. By C. Peirce.

P. 442. Appendix n° **15**. *On the deduction of ellipticity of the Earth from Pendulum experiments*. By C. Peirce.

P. 457. Appendix n° **16**. *On a method of observing the coincidence of vibrations of two Pendulums*. By C. Peirce.

P. 461. Appendix n° **17**. *On the value of gravity at Paris*. By C. Peirce.

1881. **Peters** (C.-F.-W.). *Resultate aus Pendelbeobachtungen. Abth. III. Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels in Königsberg.* (*Astr. Nachr.*, **99**, 1881. p. 129.)

Expériences faites en 1870.

1881. **Foerster** (W.). *Bemerkungen zu den Dr C.-F.-W. Peters mitgetheilten Vergleichungen des bei seinen Pendelbeobachtungen benutzten Maassstabes.* (*Astr. Nachr.*, **99**, 1881, p. 379.)

1881. **Oudemans** (J.-A.-C.). *Ueber die Compensation eines Secundenpendels für Temperatur und Luftdruck, vermittelst eines Quecksilbercylinders und eines Krueger's Manometers.* (*Astr. Nachr.*, **100**, 1881, p. 17. — *Zeitschrift für Instrumentenkunde,* **1**, 1881, p. 190.)

1881. **Vogel** (H.-C.). *Ueber eine Methode, die Schwingungszeit eines Pendels oder irgend eines schwingenden Stabes durch Coincidenzen mit einem Pendel oder Stabe von bekannter Schwingungsdauer zu ermitteln.* (*Carl's Repertorium*, **17**, 1881, p. 337.)

1881. **Finger** (J.). *Ueber ein Analogon des Kater'schen Pendels und dessen Anwendung zu Gravitationsmessungen.* (*Sitzungsberichte der Wiener Acad.*, **84**, 1881, p. 168.)

Carl's Repertorium, **18**, 1882, p. 62. — *Schlömilch's Zeitschrift für Math. und Phys.*, **26**, 1881, p. 335.)

1881. **Russner.** *Ueber die Wärmeausdehnung des Schwefels, Kautschuks, Hartgummis, des Guttapercha und des Paraffins, sowie über die Verwendbarkeit des Hartgummis zu Compensationpendeln.* Inaug. Diss., Iena, 1881. (*Carl's Repertorium,* **18**, 1882, p. 152. — *Journal de d'Almeida,* **1**, 1882, p. 193.)

1881. ***Braun** et **Kurtz**. *Ueber den Luftwiderstand bei kleinen Geschwindigkeiten.* In-8°. München, 1881.

1881. **Jackwitz** (E.). *Ueber die unendlich kleinen Schwingungen eines Pendels ABC, wenn nur aus zwei festen Massenpunkten B und C besteht, die um die Gleichgewichtslage AD oscilliren.* Gymnasial Programm. Posen, 1881, 17 p. In-4°. (*Wiedemann's Beiblätter,* **6**, 1882, p. 328.)

1881. ***Bödeker** (E.). *Versuche zur Bestimmung des Luftwiderstandes bei kleinen Geschwindigkeiten.* 1881, 46 p.

1881. **Kleritj** (L.). *Zur Theorie und Praxis der Compensations-Pendel. Pendel mit compensirtem Schwerpunkte.* Belgrade, in-8°, Imprimerie de l'État.

Réponse aux critiques de Foerster, 1880.

1881. **Lehmann** (G.). *Ueber die Schwingungen aneinander hängender Pendel.* Progr., in-4°, 1881, 24 p. et 1 pl.

1881. **Keller** (F.). *Sulla diminuzione della Gravità coll' altezza.* (*Atti della R. Accad. dei Lincei,* Memorie, **9**, 1880-81, p. 103. — *Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, **83**, 1881, p. 146.)

Étude de la diminution de la pesanteur à l'aide de la Balance; historique de ce procédé.

1881. **Respighi** (L.). *Esperienze fatte al R. Osservatorio del Campidoglio, per la determinazione della valore della Gravità.* (*Atti della R. Accad. dei Lincei,* **12**, 1881-82, p. 346. — *Journal de d'Almeida,* **3**, 1884, p. 85.)

1881. **Barraquer** (J.-M.) et **Cabello** (F.). *Discurso sobre la significacion geodesica de los observaciones con el Pendulo.* Madrid, 1881.

1882. **Bertrand** (J.). *Sur la loi de déviation du Pendule de Foucault.* (*Comptes rendus,* **94**, 1882, p. 371. — *Bull. des Sc. math. et astr.,* **6**, 1882, 2e Partie, p. 83. — *Journal de d'Almeida,* **2**, 1883, p. 31. — *Les Mondes,* **1**, 1882, p. 305.)

1882. **Hatt** (Ph.). *Sur la loi de déviation du Pendule de Foucault.* (*Comptes rendus,* **94**, 1882, p. 638.)

1882. **Brassine** (E.). *Balance d'oscillation employée pour le calcul des moments d'inertie.* (*Ibid.,* **95**, 1882, p. 337 et 446.)

1882. **Lipschitz.** *Sur le Pendule, lettre à M. Hermite.* (*Ibid.,* **95**, 1882, p. 1141.)

1882. **Bouquet de la Grye** (J.-J.-A.). *Étude sur les déviations du Pendule au Mexique.* (*Ibid.,* **99**, 1884, p. 170.)

1882. **Villaume** (E.). *Démonstration générale du théorème de Foucault sur la déviation du Pendule.* (*Les Mondes,* **2**, 1882, p. 128.)

1882. **Ocagne** (M. d'). *Remarques sur le Pendule.* (*Ann. de Brisse et Gerono,* **1**, 1882, p. 32.)

1882. **Resal** (H.). *Développement sur la question relative à l'influence de la rotation de la Terre sur le mouvement du Pendule.* (*Ibid.,* p. 337.)

1882. **Baille** (J.-B.). *Études sur la résistance de l'air dans les mou-*

vements oscillatoires très lents. (*Journal de l'École Polytechnique,* **52**e Cahier, 1882, p. 211.)

1re Partie : *Résistance de l'air sur différents mobiles.* 2e Partie : *Variations de la résistance de l'air avec la température et la pression. Voir* aussi : *Comptes rendus,* **96**, 1883, p. 1493.

1882. **Sparre** (**de**). *Sur le mouvement du Pendule conique à la surface de la Terre.* Thèse doçtorale. In-4°. Paris, 1882.

1882. **Gilbert** (Ph.). *Les preuves mécaniques de la rotation de la Terre.* (*Revue des questions scientifiques de Bruxelles,* avril 1882. — *Bull. des Sc. math. et astr.,* **6**, 1882, p. 189. — *Journal de d'Almeida,* **2**, 1883, p. 101.)

Examen historique et critique très intéressant des expériences du Pendule de Foucault, et des autres expériences qui démontrent la rotation de la Terre. Rapport de d'Abbadie sur ce travail. (*Comptes rendus,* **95**, 1882, p. 150.)

1882. **Darwin** (G.). *On variations in the vertical due to the Elasticity of the Earth surface.* (*Phil. Magaz.,* **14**, 1882, p. 409.)

1882. **Herschel** (Major J.). *Pendulum observations in London.* (*Nature,* **25**, 1882, p. 196.)

1882. **Shermann** (O.-T.). *A Pendulum study.* (*Silliman's Journal,* **24**, 1882, p. 175. — *Journal de d'Almeida,* **2**, 1882, p. 145.)

Influence des oscillations du support.

1882. **Peirce** (C.-S.). *On irregularities in the amplitude of oscillation of Pendulums.* (*Ibid.,* p. 254. — *Ibid.,* p. 145.)

Même sujet et remarques sur la Note précédente.

1882. **U. S. Coast and Geodetic Survey**. *Report of* 1881-82.

Appendix n° 22, p. 503. *Report of a conference on Gra-*

vity determinations held at Washington in May 1882. [Major J. Herschel, Prof. C.-S. Peirce, Prof. S. Newcomb. MM. G. Davidson et C.-A. Schott.]

Measurements of gravity at Cambridge, Baltimore and Washington, p. 19 et 32.

1882. **French** (J.-R.). *Note on the Pendulum.* (*Journal of the Franklin Institute*, 1882, nov.)

1882. **Sakai** (S.) et **Yamaguchi** (E.). *Measurement of the force of Gravity at Naka (Okinawa) and Kagoshima, Japan.* (*Memoirs of the Tokio University*, 1884. Appendix to n° 5.)

1882. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1881-82.

P. 16. Discussion sur la précision qu'il est possible d'atteindre dans les expériences du Pendule à réversion. — P. 21. Discussion sur la détermination de la pesanteur. — P. 140. Rapport de M. le colonel Barraquer sur les mesures de l'intensité de la pesanteur à Madrid.

Annexe, p. 151 : *Expériences sur l'emploi des régulateurs isochrones, à ailettes, dans la détermination de la pesanteur relative, faites à l'Observatoire de Paris.* Note de M. Y. Villarceau.

Annexe VIII. Suite de la liste bibliogr. de Sadebeck (1880) par M. Börsch.

1882. **Sterneck** (R. von). *Untersuchungen über die Schwere im Innern der Erde, ausgeführt im Jahre* 1882 *in dem* 1000 *Meter tiefen Adalbert-Schachte des Silberbergwerkes zu Přibram in Böhmen.* (*Mittheilungen des K. K. militär-geogr. Institutes zu Wien*, **2**, 1882, p. 77.)

Voir la reprise de ces expériences en 1883.

1882. **Kuhlberg** (P.). *Untersuchungen über den Einfluss des Mitschwingens des zum Russischen Academie Reversions-*

Pendel-Apparat gehörigen Stativs auf die Länge des Secundenpendels. (*Astr. Nachr.*, **101**, 1882, p. 243.)

1882. **Stebnitzki.** *Beobachtungen mit dem unveränderlichen Pendel, angestellt von Dr Fr. Parrot in den Jahren* 1829 *und* 1833, *in Dorpat, Tiflis und dem Abhange des grossen Ararats* (*Kloster des H. Jacob*). (*Astr. Nachr.*, **103**, 1882, p. 375.)

1882. **Tammen.** *Nützung der Gausschen Reihe bei Experimental-Physik.* (*Carl's Repertorium*, **18**, 1882, p. 129.)

Application à la détermination expérimentale de la formule du Pendule.

1882. **Tammen.** *Ueber den Foucault's Pendelversuch.* (*Carl's Repertorium*, **18**, 1882, p. 278.)

Correction à ce Mémoire : *Jahresbericht des Vereins für Naturkunde in Zwickau,* 1882, p. 47.

1882. **Meyer** (O.-E.). *Ueber die Bestimmung der Luftreibung aus Schwingungs-Beobachtungen* (*Ibid.*, p. 697.)

1882. **Böklen.** *Ueber die Aufhängpunkte und Axen für isochrone Schwingungen eines Körpers.* (*Journal de Crelle-Kronecker*, **93**, 1882, p. 177.)

1882. **Böcklen.** *Ueber das physische Pendel.* (*Zeitschrift für Math. und Phys. von Schlömilch,* **28**, 1883, p. 304.)

1882. ***Krüger** (P.). *Rotations- und Pendel-Bewegung eines Körpers in einer Flüssigkeit.* Danzig, 1882. — Inaug. Diss., Göttingen, 1882, 42 pages.

1882. **Oppolzer** (Th. von). *Beitrag zur Ermittelung der Reduction auf den unendlich kleinen Schwingungsbogen.* (*Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, **86**, 1882, p. 713. — *Anzeiger der Wiener Akad.*, 1882, n° **21**, p. 209.)

1882. **Kleemann** (R.). *Apparat zur graphischen Darstellung der Combinationsfiguren zweier Pendel deren Schwingungsebene einen beliebigen Winkel mit einander bilden.* (*Zeitschrift für Instrumentenkunde*, **2**, 1882, p. 324.)

1882. **Mach** (E.). *Apparat zur Demonstration des dritten Pendelgesetzes.* (*Beiblätter zu den Ann. der Ph. und Ch.*, **6**, 1882, p. 57. — *Carl's Repertorium*, **18**, 1882, p. 307.)

1881. ***Schimpf** (E.). *Eine Verallgemeinerung des Pendelproblems.* Diss., Halle, 1882, 32 pages.

1882. **Krebs** (G.). *Pendelapparate für die Zusammensetzung von Schwingungen.* (*Humboldt, Monatschrift für die gesammte Naturwissenschaften.* Stuttgardt, **1**, 1882, p. 96.)

1882. **Genocchi** (A.). *Rassegna di scritti intorno alle deviazioni dei Pendoli e alla sperienza del Foucault.* (*Bullettino di Bibliografia ecc., pubbl. da B. Buoncompagni*, **15**, 1882, p. 631. — *Bull. des Sc. math. et astr.*, **8**, 1884, 2e Partie, p. 134. — *Journal de d'Almeida*, **4**, 1885, p. 147.)

1882. **Campbell** (G.). *Alcuni istrumenti per proiezioni di scuola.* (*Atti della R. Accad. dei Lincei*, **13**, 1881-82, p. 124. — *Pendolo di Foucault*, p. 126. — *Transunti*, **6**, 1881-82, p. 297.)

1882. **Bazzi** (E.). *Apparato per la composizione delle oscillazioni pendolari.* (*Nuovo Cimento*, **12**, 1882, p. 275.)

1882. **Barraquer** (J.-M.) et **Cabello** (F.) *Noticia de los primeros experimentos hechos en España con el Pendulo de inversion.* (*Acad. R. de Ciencias de España*, Madrid, 1882.)

Voir Association géodésique internationale, 1882.

1882. **Escriche** (T.) et **Mieg**. *Pendulo de acceleracione variable, o Pendulo inclinado.* (*Crónica cientifica*, Barcelone, **5**, 1882, p. 149 et 177.)

1883. **Faye** (H.). *Sur la réduction du baromètre et du Pendule au niveau de la mer.* (*Comptes rendus,* **96,** 1883, p. 1259.)

1883. **Stebnitzki.** *Lettre à M. Faye relative à la figure de la Terre. — Remarques de M. Faye.* (*Ibid.*, **97**, 1883, p. 508.)

1883. **Saint-Germain** (A. de). *Étude sur le mouvement d'un point pesant.* (*Annales de Brisse et Gerono,* **2**, 1883, p. 542.)

1883. **De Sparre.** *Sur le Pendule de Foucault.* In-8°. Bruxelles, 1883. (*Ann. de la Soc. scientifique de Bruxelles*, **7**, 1882-83, p. 111.) Rapport de M. Ph. Gilbert. (*Ibid.*, p. 51.)

1883. **Cellérier** (**Ch.**). *Note sur les forces apparentes naissant du mouvement terrestre.* (*Bibl. de Genève,* **9**, 1883, p. 69.)

1883. **Everett** (J.-D.). *Elementary Investigations relating to forced Vibrations, with applications to the Tides and to controlled Pendulums.* (*Phil. Magaz.*, **15**, 1883, p. 73.)

1883. **Rayleigh** (Lord). *On maintened vibrations.* (*Ibid.,* p. 229. — *Proceedings of the R. Institution,* march **15**, 1878.)

1883. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1883.

P. 225. Détermination de la pesanteur à Bogenhausen. — P. 231. Mesures de la pesanteur à Paris par le capitaine Defforges. — P. 286. Rapport de M. le colonel Barraquer sur la mesure de la pesanteur à Madrid (emploi d'un Pendule lourd et d'un Pendule léger).

Annexe VI. *Rapport sur la détermination de la pesanteur à l'aide de différents appareils,* lu à Rome le 22 octobre 1883, par M. Th. von Oppolzer (en allemand et en français) Ce Rapport est reproduit dans *Zeitschrift für Instrumentenkunde,* **4**, 1884, p. 303 et 379. — Première Partie. Déterminations absolues de la pesanteur, discussion, conclusions :

« 1° Le Pendule à réversion de Bessel possède à un très haut degré toutes les qualités requises pour les déterminations abso-

lues de la pesanteur, si l'on fait osciller deux Pendules d'un poids essentiellement différent sur le même support.

» 2° Il faut non seulement employer les mêmes couteaux pour les deux Pendules, mais ces couteaux doivent pouvoir être échangés pour chaque Pendule. Les couteaux en agate sont préférables à ceux en acier.

» 3° Il faut faire les observations dans des localités (locaux) d'une température presque constante; l'emploi du vide n'est pas recommandable.

» 4° Les durées d'oscillation doivent être observées pour les deux positions du Pendule dans les mêmes limites d'amplitude. »

Deuxième Partie : Déterminations relatives de la pesanteur : 1° par le Pendule invariable; 2° par le Régulateur de M. Y. Villarceau; 3° par l'élasticité des gaz; 4° par l'élasticité des métaux.

Additions. *Note sur les expériences avec le Pendule exécutées en Russie dans les derniers temps*, par A. Savitch, p. 29.

Schreiben des Herrn Major von Sterneck, p. 33.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn J. Marek, p. 36.

1883. **Peters** (C.-F.-W.). *Notiz über die Bessel'schen Pendelbeobachtungen*. (*Astr. Nachr.*, **106**, 1883, p. 1.)

1883. **Hagen** (J.-C.). *On the deflection of the Level due to solar and lunar attraction*. (*Ibid.*, **107**, 1883, p. 373. — *Sidereal Messenger*, **3**, 1884, p. 75 et 107. — *Bull. astr.*, **1**, 1884, p. 50, analyse de cette Note par M. Radau.)

1883. **Oppolzer** (Th. **von**). *Ueber absolute Bestimmung der Schwerkraft in Wien*. (*Wiener Anzeiger*, 1883, p. 153.)

1883. **Sterneck** (R. von). *Wiederholung der Untersuchungen über die Schwere im Innern der Erde, ausgeführt im Jahre* 1883 *in dem* 1000 *Meter tiefen Adalbertschachte des Silberbergwerkes zu Přibram in Böhmen*. (*Mittheilungen des K. K. militär-geographischen Institutes zu Wien*, **3**, 1883, p. 59.)

Observations faites dans les mines de Pribram en Bohême pour

la détermination de la densité de la Terre et de la loi de variation de la pesanteur à l'intérieur du globe. Les observations furent faites à l'aide de deux Pendules invariables à demi-secondes, mis simultanément en mouvement, l'un à la surface du sol, l'autre dans la mine, à des profondeurs de $313^m,5$, $563^m,0$, $794^m,9$ et $1019^m,5$. On observait les coïncidences des Pendules avec les oscillations des leviers de deux relais électromagnétiques mis en mouvement par la même horloge. On échangeait ensuite les Pendules et les relais. Ce procédé élimine les erreurs provenant de la marche de l'horloge. Conclusions remarquables relatives à la densité de la Terre et à la variation de la pesanteur à l'intérieur du globe.

1883. **Sterneck** (R. von). *Untersuchungen über die Schwere auf der Erde, ausgeführt im Jahre* 1883. (*Ibidem*, **4**, 1884, p. 89. — *Bibl. de Genève*, **13**, 1885, p. 140.)

Détermination, par la méthode du Mémoire précédent, de la pesanteur relative en trois stations voisines de Kronstadt in Siebenbürgen, et en sept stations dans la région de la montagne Krušná hora près Beraun, en Bohême.

1883. **Bremiker-Albrecht.** *Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit sechs Decimalstellen, neu bearbeitet von Albrecht.* In-8°. Berlin, 1883.

P. 597. Table des formules données par différents auteurs pour représenter la variation de longueur du Pendule aux différentes latitudes.

1883. **Günther** (S.). *Geophysikalische Hypothesen, geprüft durch Libellen- und Pendel-Apparate.* (*Humboldt, Monatsschrift für die gesammte Naturwissenschaften*, **2**, 1883, p. 328.)

1883. **Schuller** (A.). *Das Foucault'sche Pendel.* (*Ann. de Wiedemann*, **19**, 1883, p. 249.)

Expérience de Foucault avec un Pendule court.

1883. **Braun** (W.). *Schwingende Bewegung einer kreisförmigen Scheibe im widerstehenden Mittel.* In-8°. Augsbourg,

1883. (*Jahresbericht der K. Kreis-Realschule zu Augsburg*, 1882-83.)

1883. **Neumann** (C.). *Hydrodynamische Untersuchungen*. In-8°. Leipzig, 1883.

Einleitung in die theoretische Physik. In-8°. Leipzig. 1883.

P. 32 à 97. Théorie élémentaire du Pendule.

1883. **Von Orff et von Lamont.** *Bestimmung der Länge des einfachen Sekundenpendels auf der Sternwarte zu Bogenhausen.* (*Abhandl. der K. Bayerischen Akad. der Wiss.* Munich, **14**, 1883, Abth. **3**, p. 163. — *Sitzungsberichte der Münchner Akad.*, **13**, 1883, p. 364.)

1883. **Luxenberg** (M.). *Ueber das zweigliedrige Pendel.* (*Zeitschrift für Math. und Phys. von Schlömilch*, **28**, 1883, p. 309.)

1883. ***Pieper** (M.). *Zur Kritik der Theorie des Foucault'schen Pendelversuches.* Gymnasial Programm in Dessau. 1883.

1883. **Weber** (W.). *Ueber Construction des Bohnenberger'schen Reversionspendels zur Bestimmung der Pendellänge für eine bestimmte Schwingungsdauer im Verhältniss zu einem gegebenen Längenmaass.* (*Sitzungsberichte der K. Sächsischen Gesellschaft der Wiss.*, **29**, janv. 1883, p. 7. — *Ann. de Wiedemann*, **22**, 1884, p. 439. — *Journal de d'Almeida*, **4**, 1885, p. 510.)

1883. **Stebnitzki.** *Pendelbeobachtungen in Englisch-Indien.* (*Memoiren der Militärtopographischen Abtheilung des Generalstabes. Saint-Pétersbourg*, **38**, 1883, 2ᵉ Partie.)

1883. **Both** (J.). *Ueber die Bewegung eines Pendels mit beweglichem Aufhängepunkt.* Jever, *Gymnasial Programm*. 1883-84. (*Beiblätter zu Wied. Annalen*, **8**, 1884, p. 610.)

1883. **Wolkoff** (W.). *Démonstration élémentaire de la formule du Pendule* (en russe). (*Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de Saint-Pétersbourg*, **15**, 1883, p. 16.)

1883. **Preobrajensky** (W.). Même sujet (en russe). (*Ibid.*, p. 65.)

1883. **Schukofski**. *Influence de l'ébranlement du support sur la durée d'oscillation d'un Pendule* (en russe). Moscou, 1883.

1883. **Pisati** et **Pucci**. *Ricerche sulla lunghezza del Pendolo a secondi.* (*Atti della R. Accad. dei Lincei*, **15**, 1882-83, p. 57 à 231.)

Très important Mémoire qui résume l'état actuel de la Science sur la théorie et l'emploi du Pendule.

1883. **Amodeo** (F.). *Monografia delle curve tautocrone.* In-8°. Avellino, 1883. (Extrait dans le *Bull. des Sc. math. et astr.*, **8**, 1884, p. 187.)

1883. **Besso** (D.). *Sulla duratà dell'oscillazione del Pendolo semplice circolare.* (*Annali del Istituto tecnico.* Roma, 1883, p. 1.)

1884. **Gaillot** (A.). *Influence de l'attraction luni-solaire sur la direction de la verticale et sur l'intensité de la pesanteur.* (*Bull. astr.*, **1**, 1884, p. 113 et 217.)

P. 116. Courbes décrites sur le plan horizontal par l'extrémité du fil à plomb soumis à l'influence de l'attraction lunaire.

1884. **Gaillot** (A.). *Influence de l'attraction luni-solaire sur la marche des Pendules.* (*Comptes rendus*, **98**, 1884, p. 893.)

1884. **De Sparre**. *Sur le mouvement d'un solide autour d'un point fixe et sur le Pendule conique.* (*Annales de la Soc. scientifique de Bruxelles*, 9e année, 1884-85, p. 49.)

1883. **U. S. Coast and Geodetic Survey**. *Report of* 1884.

App. n° **14**, p. 439 : *Determination of gravity with the Kater Pendulums*, by Edwin Smith.

App. n° 15, p. 475 : *On the use of the noddy for measuring amplitude of swaying in a Pendulum support*, by C. S Peirce.

App. n° 16, p. 483 : *Note on the effect of flexure of a Pendulum on its period of oscillation*, by C. S. Peirce.

1884. **Peters** (C.-F.-W.). *Eine neue Methode zur Beobachtung der Coincidenzen der Schwingungen zweier Pendel.* (*Astr. Nachr.*, **110**, 1884, p. 231.)

1884. **Gothard** (E. von). *Einfacher Apparat zur Demonstration des Foucault'schen Pendelversuches.* (*Zeitschrift für Instrumentenkunde*, **5**, 1885, p. 19. — *Centralzeitung für Optik und Mechanik*, **6**, 1885, p. 68.)

1884. **Hoppe** (R.). *Oscillationen eines Bifilarpendels.* (*Arch. de Grunert*, **70**, p. 188.)

1884. **Hoppe** (R.). *Einfaches Pendel im Raume bei Anziehung von einem Punkte in endlicher Entfernung.* (*Arch. de Grunert*, **70**, 1884, p. 405.)

1884. **Kurz** (A.). *Zur Berechnung des Ruhepunktes von Schwingungen.* (*Carl's Repert.*, **20**, 1884, p. 165.)

1884. **Takanadate** (A.). *Determination of the force of Gravity at Ogasawarajima* (*Bonin Island.*) — (*Memoirs of the Tokio University*, 1885, Appendix to n° 5.)

1884. **Bobyleff** (D.). *Erzeugung von 5 Typen der Curven, welche durch die Punkte der Symmetrieaxe eines rotirenden Pendels beschrieben werden.* (*Journal der Russischen phys.-chem. Gesellschaft*, **16**, 1884, p. 136.)

1884. **Oppolzer** (Th. von). *Bestimmung der Schwere mit Hülfe zweier der K. K. Gradmessung gehöriger Repsold'scher Reversionspendel von verschiedenem Gewicht.* (*Wiener Anzeiger*, 1884, p. 139.)

Indications très incomplètes. Voir *Assoc. géod. internationale*, 1885.

1884. **Oppolzer** (Th. von). *Ueber die Bestimmung der Schwere mit Hülfe verschiedener Apparate.* (*Zeitschrift für Instrumentenkunde*, **4**, 1884, p, 303 et 379.)

Voir *Assoc. géodésique internationale*, 1883.

1884. **Maggi** (G.-A.). *Sull'integrazione delle equazione differenziali del Pendolo conico.* (*Rendiconti del R. Istituto Lombardo*, **17**, 1884, p. 590.)

1884. **Günther** (Sig.). *Lehrbuch der Geophysik und physikalischen Geographie.* 2 vol. in-8°. Stuttgart, 1884-85.

Vol. **1**, p. 130 : Le Pendule de Foucault. — *Voir* sur la courbe décrite par le Pendule K. Weihrauch : *Ueber Pendelbewègung bei ablenkenden Kräften, nebst Anwendung auf das Foucault'sche Pendel.* (*Carl's Repert.*, **22**, 1886, p. 480 et 643.)

1884. **Dillner** (G.). *Sur l'intégration des équations différentielles du Pendule conique.* (*Nova Acta R. Societatis Sc. Upsaliensis*, **12**, 1884, Nr. 1.)

1884. **Helmert** (F.-R.). *Die mathematischen und physikalischen Theorieen der höheren Geodäsie.* 2 vol. in-8°. Leipzig, 1884.

2er Theil., 2es Cap., *Bestimmung der Abplattung aus Schweremessungen.* — 3es Cap. *Ableitung einer Formel für die Schwerkraft in Meeres-Niveau aus den Beobachtungen.* — Ouvrage d'un très haut intérêt, que l'on consultera surtout pour la question de la réduction du Pendule au niveau de la mer.

1884. **Sterneck** (R. von). *Fortsetzung der Untersuchungen über die Schwere auf der Erde, ausgeführt im Jahre 1884.* (*Mittheilungen des K. K. militär-geographischen Institutes zu Wien*, **5**, 1885, p. 77.)

Continuation des déterminations relatives de la pesanteur par la méthode exposée dans les deux Mémoires de 1883. — Observations simultanées en cinq stations sur le Sághegy ou Sag-Berg, en Hongrie. — Déterminations relatives de la pesanteur à Schöckel près de Gratz, à Vienne (Institut géographique et nou-

vel Observatoire sur le Türkenschanze, dans les souterrains où la pesanteur absolue avait été déterminée par Th. von Oppolzer, à Pfelders dans le Tyrol et à Sandbüchel. — La 3e Partie du Mémoire contient la description du *Barymètre*, sorte de balance destinée à la détermination des variations de la pesanteur.

1885. **Boussinesq** (J.). *Sur la résistance qu'oppose un liquide indéfini, sans pesanteur, au mouvement varié d'une sphère solide qu'il mouille sur toute sa surface, quand les vitesses restent bien continues et assez faibles pour que leurs carrés et produits soient négligeables.* (*Comptes rendus*, **101**, 1885, p. 935.)

Résistance qu'éprouve un cylindre circulaire indéfini plongé dans un fluide, à se mouvoir pendulairement suivant une direction perpendiculaire à son axe. (*Ibid.*, p. 974.)

1885. **Cornu** (A.). *Rapport sur le Pendule double à réversion de M. le capitaine Defforges.* (*Ibid.*, **101**, 1885, p. 1391.)

1885. **Lewis** (T.). *The Greenwich system of sympathetic clocks and the distribution of Time-signals.* (*The Observatory*, **8**, 1885, p. 364 et 415.)

1885. **U. S. Coast and Geodetic Survey.** *Report of* 1885.

Gravity determination and experimental researches at Washington and in Virginia, p. 37, 38, 46.

App. n° 16, p. 509. *On the influence of a noddy on the period of a Pendulum*, by C. S. Peirce.

App. n° 17, p. 511. *On the effect of unequal temperature upon a reversible Pendulum*, by C. S. Peirce.

1885. **Farquahr** (H.). *Empirical formulæ for the diminution of amplitude of a freely oscillating Pendulum.* (*Bull. of Phil. Soc. of Washington*, **7**, 1885, p. 89.)

1885. **Association géodésique internationale.** *Rapport général pour* 1885-86.

P. 87. Discussion sur les mesures de la pesanteur et ses variations.

P. 91. Remarques de Th. von Oppolzer sur le mode de suspension du Pendule.

P. 129. Mesures de l'intensité de la pesanteur, par M. le capitaine Defforges, à Paris et au Pic du Midi, en 1884, à Paris et à Lyon, en 1885, à Paris et à Dunkerque, en 1886.

P. 142. Mesure de la pesanteur, par le Professeur Lorenzoni.

P. 153. Mesure de la pesanteur à Vienne, par Th. von Oppolzer (1884).

P. 177. Bericht des Major von Sterneck über die von ihm bisher ausgeführten Schwerebestimmungen. (*Voir* les *Mittheilungen des militär-geographischen Institutes,* Bd **2** bis 6.)

P. 203. Observations du Pendule réversible à Schemacha et Baku (Bakou) par le col. Kuhlberg en 1883, et en 1885 à Tiflis avec le P. lourd et le P. léger. (Voir *Astr. Nachr.,* **113**, 1885, p. 1.)

P. 246. Détails sur les observations du Pendule en Russie, par M. O. Struve.

1885. **Albrecht** (Th.). *Bestimmung der Länge des Secundenpendels in Leipzig, Dresden und dem Abrahamschachte bei Freiberg in den Jahren* 1869-71. (*Publication des K. Preussischen geodätischen Instituts. Astr.-geodätische Arbeiten für die Europäische Gradmessung im Königreiche Sachsen,* III. Abtheilung, 1885.)

Les expériences dans le puits d'Abraham ont été reprises par Von Sterneck, en 1885.

1885. **Kuhlberg** (F.). *Ueber die Anwendung eines leichten Pendels zur Bestimmung der Correction für das Mitschwingen des Stativs des Russischen academischen Reversions-Pendels.* (*Astr. Nachr.,* **113**, 1885, p. 1.)

1885. **Czermak** (P.) et **Hiecke** (R.). *Eine Vorrichtung für Pendelbeobachtungen auf graphischem Wege.* (*Centralzeitung für Optik und Mechanik,* **6**, 1885, p. 217 et 229.)

1885. **Czermak** (P.) et **Hiecke** (R.). *Pendelversuche.* (*Berichte der Wiener Akad.*, **91**, 1885, p. 1002.)

1885. **Sterneck** (R. von). *Untersuchungen über die Schwere im Innern der Erde, ausgeführt im Jahre* 1885 *in dem Abrahamschachte des Silberbergwerkes « Himmelfahrt-Fundgrube » bei Freiberg in Sachsen.* (*Mittheilungen des K. K. militär-geogr. Institutes, Wien,* **6**, 1886, p. 97. — *Bull. astr.*, **4**, 1887, p. 234.)

1885. **Wilsing** (J.). *Ueber die Anwendung des Pendels zur Bestimmung der mittleren Dichtigkeit der Erde.* (*Sitzungsberichte der K. Preussischen Akad. der Wiss. zu Berlin.* 1885, p. 13. — *Phil. Magaz.*, **19**, 1885, p. 219. — *Bull. Astr.*, **3**, 1886, p. 553. — **4**, 1887, p. 234.)

Cet important travail est publié en entier sous le titre : *Bestimmung der mittleren Dichtigkeit der Erde mit Hülfe eines Pendelapparates,* dans les *Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam,* Nr. **22**, 6me Bandes 2es Stück, 1887.

1885. **Oppolzer** (Th. von). *Ueber die Bestimmung der Schwerkraft* Conférence faite à Vienne le 16 déc. 1885. (*Schriften des Vereines zur Verbreitung naturw. Kenntnisse in Wien.* **26**, p. 57.

1885-86. **Lorenzoni** (G.). *Relazione sulle esperienze istituite nel R. Osservatorio astronomico di Padova in agosto* 1885 *e febbraio* 1886 *per determinare la lunghezza del Pendolo semplice a secondi, premessa la esposizione dei principii del metodo, e la descrizione dello strumento di Repsold.* In-4°. Roma, 1888. (*Atti della R. Accad. dei Lincei,* **5**, 1888.

FIN DE LA BIBLIOGRAPHIE.

MÉMOIRES

SUR

LE PENDULE.

DE LA

MESURE DU PENDULE

A SAINT-DOMINGUE,

PAR M. DE LA CONDAMINE.

(Extrait des *Mémoires de l'Académie royale des Sciences*, année 1735.)

EXPÉRIENCES FAITES EN SEPTEMBRE 1735.

Nous avons tâché de rendre utile à l'objet principal de notre voyage le séjour de plus de trois mois que nous avons été obligés de faire à Saint-Domingue, en attendant notre embarquement pour Cartagène. Dans cette vûë, parmi les diverses observations astronomiques et physiques qui nous ont occupés, nous nous sommes particulièrement attachés à l'expérience du Pendule simple, l'une des plus importantes par ses conséquences, et qui a un rapport plus direct au premier but de notre mission. Chacun de nous a fait l'expérience en particulier, en attendant que nous puissions la réïtérer sous l'Equateur. MM. Godin et Bouguer ayant achevé, avant que de rien entreprendre, je demandai la çommunication du détail de leur opération, non dans le dessein d'en sçavoir le résultat, que j'étois résolu d'ignorer, pour ne prendre d'avance aucun préjugé qui pût me faire quelque impression, et seulement pour profiter de leurs réflexions, en apprenant d'eux-mêmes quels étoient les obstacles qu'ils avoient eu à combattre; on sçait qu'ils ne sont que trop fréquents dans des expériences aussi délicates, et de quelle industrie ils s'étoient servis pour y remédier, mais M. Bouguer ayant jugé plus à propos que

chacun cherchât de son côté, peut-être par différentes voyes, à surmonter les mêmes difficultés, et à parvenir au même but. nous ne nous sommes point communiqué nos opérations; cela m'a engagé à y apporter tous les soins et toutes les attentions dont j'ai été capable. Voici les précautions que j'ai prises pour cela.

Depuis la découverte du raccourcissement du Pendule dans les climats voisins de l'Equateur par M. Richer, plusieurs observateurs en ont donné la mesure en divers lieux et en différents temps. Il eût été inutile que nous eussions tenté cette expérience de nouveau, si nous n'eussions cherché à enchérir sur la justesse de la détermination des premiers observateurs; mais, pour mettre à portée de juger du degré de confiance que mérite une observation, il me paroît nécessaire de rendre compte de la manière dont on a opéré; je ne craindrai donc point de présenter à l'Académie quelques détails de mon expérience, qui ne peut avoir d'autre mérite que le soin, et j'ose dire le scrupule avec lequel elle a été faite; j'obmettrai cependant ce qu'il y a de moins essentiel dans les circonstances, en priant le Lecteur d'y suppléer. Je puis bien répondre que je n'ai pas négligé les plus petites attentions, mais si on vouloit tout dire, on ne finiroit point.

J'ai voulu commencer d'abord par l'expérience du Pendule à doubles secondes, que je sçavois que ces Mrs n'avoient point faite, le peu d'exhaussement des maisons du Pays n'en donnant pas la facilité.

J'ai enfoncé la vis de la pince quarrée destinée à serrer le fil. et à le terminer exactement, dans une jambe de force de la charpente du toit, qui est d'un bois extrêmement dur, appellé *bois de fer*. Au-dessous du point de suspension j'ai fait faire une ouverture dans le plafond pour laisser pendre le filet librement, et donner du jeu au Pendule. Ce fil étoit de brins de pite, qu'on a reconnu moins susceptible des changements de l'air, que tout autre fil; à son extrémité pendoit une boule de cuivre dont on donnera exactement le poids et le diamètre. Pour l'attacher au fil nous nous sommes tous servis du moyen qui nous a été communiqué à Paris par M. de Mairan, qui l'avoit pratiqué avec succès, c'est de passer le bout du fil au milieu d'une mouche de taffetas gommé; la mouche étant humectée, s'applique exactement à la surface de la boule, et la tient suspenduë; on fait un nœud ou deux au fil au-dessous de

la mouche, pour empêcher le fil de glisser, et en outre on lui fait faire plusieurs petites sinuosités sous la mouche : j'ai de plus fendu le brin de fil en plusieurs filets que j'ai écartés de divers côtés pour leur faire partager le poids, et j'ai mis deux mouches l'une sur l'autre, dont la supérieure étoit plus large et débordoit l'inférieure; et pour les faire appliquer plus immédiatement à la boule, et donner plus lieu à l'air de s'échapper, j'ai donné quelques coups de ciseaux aux deux mouches, chacune à part, de la circonférence vers le centre. Avec ces précautions je suis parvenu à conserver pendant plusieurs jours le même Pendule, et à réïtérer souvent l'expérience, sans avoir le chagrin de voir, comme dans mes premières tentatives, la mouche se soulever dans son milieu, les bords restant encore collés à la boule, le Pendule s'allonger par conséquent de toute la hauteur du petit cone creux qui se forme au milieu de la mouche, et dont l'extrémité du fil est le sommet, et enfin souvent la mouche se détacher subitement au milieu d'une observation, qui devient inutile. Quoique le poids d'une ou deux mouches de taffetas pût être regardé comme nul, eu égard à celui d'un globe de cuivre d'un pouce de diamètre, et par conséquent ne dût pas faire changer sensiblement le centre de gravité, pour plus de précaution j'avois collé deux autres mouches à la partie opposée de la boule, en observant cependant de laisser l'extrémité inférieure de son diametre vertical découverte, on verra à quel dessein.

Tout étant disposé, quoique j'eusse déjà mis l'Horloge et le Pendule à l'abri du vent, auquel on laisse ici un libre accès par-dessous le toit des maisons, je prenois encore le temps où il n'en faisoit point du tout, ce qui n'est pas rare en ce pays-ci, sur-tout dans la saison où nous étions. Je me plaçois vis-à-vis de l'Horloge à laquelle j'avois attaché un fil à plomb qui passoit par le centre du cadran, et partageoit en deux également les arcs de vibration du balancier; alors je mettois le Pendule en branle avec toutes les attentions nécessaires pour le faire accorder avec le balancier de l'Horloge; ce dont je m'assûrois, en observant pendant quelque temps les oscillations. L'œil juge très-exactement de cet accord, quand les deux Pendules marchent parallèlement, et que le rayon visuel est dans le plan vertical qui partage également les arcs des vibrations. C'est un avantage que le Pendule dont on fait l'expé-

rience soit à peu près égal à celui de l'Horloge, ou qu'il soit à peu près quadruple, tel que celui que j'éprouvois alors, parce que les vibrations de l'un se faisant presque en même temps que celles de l'autre, ou dans un temps double, il faut un temps considérable pour qu'ils cessent de marcher ensemble, quand ils ont d'abord été bien mis d'accord, ce qui donne lieu de mieux observer si l'on y a bien réussi, au lieu que les deux Pendules étant de longueur fort inégale, et par conséquent la durée de leurs vibrations fort différente, il est presque impossible de s'assurer si l'on ne s'est pas trompé d'un quart de vibration en voulant les faire partir dans le même instant. Un autre inconvénient dans la comparaison des deux Pendules, qui ne sont ni égaux ni multiples l'un de l'autre, c'est qu'il faut s'assujettir à compter les vibrations de celui qu'on compare à l'Horloge, ce qui est très-pénible, et par conséquent peut induire à erreur; au lieu qu'en comparant un Pendule dont les vibrations sont égales ou doubles en durée, il suffit de donner de temps en temps un coup d'œil, et de remarquer seulement en combien de minutes il gagne ou il perd une vibration sur l'Horloge, ce dont on s'assûre par le retour des mêmes intervalles. Quand les deux Pendules commencent à n'être plus d'accord, cela cause d'abord une confusion apparente qui semble difficile à débrouiller, mais avec un peu d'attention et d'habitude, on se fait bientôt une méthode pour distinguer aisément le progrès d'un Pendule sur l'autre, et la quantité de ce progrès.

Je faisois décrire à mon Pendule à doubles secondes des arcs d'environ un pied seulement, qui répondent à des arcs de trois pouces pour le Pendule à secondes, m'étant apperçû qu'en lui faisant faire de plus grandes vibrations, son mouvement ne duroit guère plus longtemps, et que les premières vibrations étoient plus lentes que les suivantes. Le Pendule étant mis en mouvement, la durée de ses vibrations bien sensibles étoit d'environ une heure. on les pourroit distinguer encore par de-là pendant 12 ou 15 minutes. Je me suis obstiné une fois à les observer durant 100 minutes, mais à peine pouvoit-on soupçonner les dernières avec le secours de la Loupe; j'avois cette fois, en commençant, donné un grand branle au Pendule pour que son mouvement durât plus longtemps. Cette expérience est du nombre de celles que j'ai rejettées.

Au commencement et à la fin de chaque expérience je remarquois à quel degré montoit la liqueur du Thermometre [1]. Dans le cours de mes expériences ce degré a roulé entre 22 et 26 au-dessus de la congélation. Je les ai réïtérées pendant plusieurs jours à diverses heures, tantôt avec le même Pendule, tantôt avec des Pendules plus ou moins longs, qui avançoient ou retardoient sur l'Horloge. Plusieurs de ces expériences ne peuvent entrer en ligne de compte, ayant été interrompues par divers accidents, comme le fil rompu, la mouche détachée, le fil allongé, etc. En rejettant celles qui n'ont pas été complettes, ou qui sont visiblement défectueuses, il m'en reste six dont je donnerai les résultats.

On sçait que les longueurs des Pendules sont en raison inverse des quarrés de leurs vibrations; ainsi connoissant la longueur du Pendule observé, le nombre de ses vibrations en un temps connu, et l'état de l'Horloge, il étoit toûjours facile, à chaque nouvelle expérience, de conclurre par le calcul la longueur précise du Pendule à secondes. Quoique je sçusse depuis plus d'un mois l'état de ma Pendule par rapport au temps moyen sur lequel elle avançoit en 24 heures d'environ 15 secondes, comme j'avois remarqué que son progrès sur le temps moyen diminuoit de jour en jour, ce que j'attribuë à la grande humidité de l'air qui fait rouiller ici tous les pivots en très-peu de temps, j'ai pris des hauteurs correspondantes presque tous les jours que j'ai fait l'expérience, pour m'assûrer plus exactement de la durée des révolutions de l'Horloge, et dans le calcul j'ai eu égard aux petites différences du progrès de la Pendule d'un jour à l'autre, telles qu'elles résultoient des observations faites le jour même.

L'expérience finie, et quelquefois réïtérée, je prenois la mesure du Pendule, et voici avec quelles précautions.

Au défaut d'une regle de Fer brisée, qui n'a pu être faite avant notre départ de Paris, j'en ai fait faire ici une de bois de 13 pieds de long et d'un pouce et demi de large sur environ 15 lignes d'épaisseur; une des extrémités étoit garnie d'une plaque de cuivre limée d'équerre et fort unie. J'appliquois le bout de la regle au-dessous de la pince, de manière qu'il ne parût aucun jour entre la pince et la plaque de cuivre; je plaçois l'angle tout proche du fil, en

[1] Thermometre de M. de Réaumur.

sorte que la vive-arrête de la regle ne fût qu'à une demi-ligne de distance du fil pendant librement avec la boule; et comme le diametre de la boule d'environ un pouce eût écarté le fil à un demi-pouce de distance, on avoit ménagé dans la regle une échancrure assés profonde pour recevoir la boule sans lui toucher, et pour que le fil pût conserver sa même distance de demi-ligne à la vive-arrête en bas comme en haut de la regle. Comme elle étoit un peu arquée dans son milieu, elle étoit saisie à l'endroit où elle faisoit un coude dans une mortoise pratiquée dans une pièce de bois solidement affermie, et à l'aide de cette mortoise et de quelques calles qu'on enfonçoit plus ou moins selon qu'il étoit nécessaire, on faisoit en sorte que la vive-arrête fût dirigée bien parallèlement au fil dans toute sa longueur, de quoi l'œil juge si exactement à une petite distance telle qu'une demi-ligne, qu'il n'est pas besoin de compas pour s'en assûrer; j'aurois pû redresser la regle par le même moyen dans d'autres endroits, mais elle n'en avoit pas besoin. Au bas de la regle j'avois fait ajuster une lame de cuivre ABCD (*fig.* 1) repliée en équerre et mobile à coulisse sur une autre pièce de cuivre E attachée à la regle de bois avec 4 vis F; l'équerre mobile se pouvoit hausser et baisser insensiblement au moyen d'une vis G qui faisoit l'effet d'un Micrometre, et dont trois tours ou environ faisoient parcourir à l'équerre l'espace d'une ligne; sur la branche de l'équerre, perpendiculaire à la regle, étoit attachée une glace de miroir O, qui par le moyen de la vis se haussoit jusqu'à ce qu'elle vînt toucher la partie inférieure de la boule que j'avois exprès réservée découverte. J'ai préféré une glace à la plaque de cuivre nuë, pour trois raisons: 1° parce qu'une plaque de cuivre, si unie qu'elle puisse être, l'est toujours moins qu'une glace; 2° parce que ce plan devant être bien perpendiculaire au côté de la regle sur laquelle se prend la mesure, la glace porte avec elle sa vérification, puisque rien n'est plus aisé que de voir ou au coup d'œil, ou avec un fil à plomb, si la vive-arrête de la regle et son image dans la glace font une ligne droite. En troisième lieu, la distance entre la boule et son image réfléchie, paroissant double de la distance de la boule à la glace, il est une fois plus aisé de juger à l'œil quand la glace commence vraiment à toucher la boule, puisqu'il faut qu'alors la boule et son image se touchent pareillement. Je me suis servi de cire molle pour

ajuster la glace perpendiculairement à la regle : on a la facilité d'incliner la glace plus ou moins et de quel sens on veut jusqu'à ce qu'on ait attrapé le point, on laisse alors durcir la cire ; la glace conserve la même situation, et on peut toûjours voir d'un coup d'œil si elle est dérangée, auquel cas il est facile d'y remédier. Avec toutes ces attentions, je crois pouvoir me flatter d'avoir eu sur l'arrête de la regle de bois la mesure exacte de la longueur comprise entre la surface de la glace qui touchoit la partie inférieure de la boule et l'angle du haut de la règle qui portoit sous la pince. Il restoit à avoir cette mesure en pieds et en pouces ; pour y parvenir, on a appliqué la regle sur une longue planche qui avoit été dressée sur le plat et sur un de ses côtés, en sorte que sa vive-arrête étoit bien en ligne droite ; l'œil situé à l'une et à l'autre extrémité alternativement, et un fil tendu à une très-petite distance, donnent le moyen de s'en assûrer. La regle étoit gênée dans l'endroit où elle faisoit un arc, par des clous attachés à la planche, en sorte que le côté de la regle qui devoit servir de mesure, et le côté de la planche, étoient dans un même plan, et que les deux arrêtes se joignant, ne formoient sensiblement qu'une même ligne ; alors on a appliqué sur la regle la Toise de fer étalonnée sur celle du Châtelet de Paris, que nous avons apportée de France, et qui doit servir à la mesure des degrés de l'Equateur, et à l'extrémité de celle-ci une autre de bois dont les bouts étoient garnis de cuivre, et qui avoit été étalonnée sur celle de fer. On a répété cette opération plusieurs fois avec tout le soin possible ; et dans la crainte que les deux Toises, en se touchant, ne laissassent un petit intervalle, on a fait, au défaut de la Toise de fer, un trait très-fin avec la pointe d'un canif sur la règle de bois, et on s'est servi de la Toise de fer pour mesurer la seconde Toise, en l'appliquant de nouveau au-dela du trait vû à la Loupe. Il restoit encore à prendre la mesure de la partie de la regle au-dela des 12 pieds jusqu'à la glace, elle a été prise entre les pointes trempées et très-fines d'un compas à verge, et l'ayant portée sur la Toise de fer graduée, on a eu par le moyen du Micrometre dont ce compas est garni, et qui divise la ligne en 240 parties, le reste de la mesure avec les fractions de ligne, au moins aussi exactement que les deux premières Toises.

Cette mesure n'est pas celle du Pendule, qui ne doit être

comptée que depuis le point d'inflexion au-dessous de la pince jusqu'au centre d'oscillation commun de la boule et du fil, et pour le trouver, il est nécessaire d'avoir exactement leurs dimensions et leurs poids.

On a, je crois, jusqu'à présent considéré le poids du fil comme nul, eu égard à celui de la boule, ce qui a fait que l'on a pris avec raison pour le centre d'oscillation du Pendule celui de la boule, et en effet le poids du fil dans le Pendule à secondes pouvait n'être d'aucune considération; mais comme la longueur du fil devient quadruple dans le Pendule à doubles secondes, j'ai voulu m'assûrer si on pouvoit le négliger sans conséquence.

Pour mesurer le diametre de la boule, il m'a paru qu'un compas d'épaisseur étoit sujet à erreur, soit qu'on laissât du jeu entre le corps mesuré et les pointes du compas, soit qu'on le serrât exactement, parce que les pointes qu'on a un peu forcées, se rapprochant par leur ressort quand on retire le corps, il y a de plus la difficulté de rapporter l'ouverture d'un compas courbe sur les divisions de la Toise. Ces raisons m'ont déterminé à me servir, pour mesurer le diametre de la boule, du compas à verge, sur les poupées duquel j'ai fait attacher à vis deux plaques de cuivre posées d'équerre avec un bizeau qui portoit sur la face du compas où sont marquées les divisions; les deux plaques, qui par le moyen de la vis du Micrometre pouvoient s'approcher ou s'éloigner, se touchoient par leurs bizeaux sans laisser d'intervalle. C'est entre ces deux bizeaux que j'ai mesuré plusieurs fois l'épaisseur de la boule par le diametre qui avoit été vertical dans l'expérience, et en prenant un milieu entre les petites différences, je l'ai trouvé de 12 lignes $\frac{5}{12}$.

Je suppose que le centre de gravité de la boule qui a servi à l'expérience ne diffère pas sensiblement du centre de figure, et il y a lieu de le présumer, sur ce que deux boules de la même matière et du même calibre pesoient également. Ce seroit un hasard bien singulier, que le volume des soufflûres fût égal dans l'une et dans l'autre; d'ailleurs M. Bouguer a trouvé qu'une ligne cube de vuide dans une boule d'un pouce de diametre, quand ce vuide seroit situé à la plus grande distance possible de la ligne de direction, supposition qui excede la vraisemblance, ne dérange-

roit le centre de gravité que d'une si petite quantité, qu'elle est entièrement à négliger.

La longueur moyenne du fil dans mes expériences du Pendule à doubles secondes étoit de 2 tois. 5 pouc. 5 lignes.

Le poids de la boule, de 6 onces 1 gros 16 grains; et en y joignant celui des mouches qui y étoient collées, 6 onces 1 gros 18 grains.

Le poids du fil, $\frac{5}{4}$ de grain.

Maintenant si on appelle P le poids de la boule, a son rayon, p le poids du fil, b la longueur du fil augmentée du rayon de la boule, et qu'on cherche l'expression de la petite quantité, dont le centre commun d'oscillation de la boule et du fil est au-dessus du centre de la boule, on trouvera

$$\frac{\frac{1}{6}p \times \overline{ab + bb} - \overline{\frac{1}{3}p - \frac{2}{5}P} \times aa}{\overline{\frac{1}{2}p + P} \times b - \frac{1}{2}ap}.$$

Et substituant les nombres précédents en la place des lettres, on trouvera que dans notre Pendule à doubles secondes le centre d'oscillation étoit plus haut que le centre de gravité d'environ un soixantième de ligne; et comme elle doit être beaucoup moindre encore dans le Pendule à secondes, il n'est pas besoin d'un nouveau calcul pour juger que la différence entre les centres d'oscillation et de gravité dans le Pendule à secondes peut être négligée sans conséquence, et regardée comme nulle.

Par les cinq expériences du Pendule à doubles secondes, qui ont été faites avec le plus d'exactitude, et qui ont le mieux réussi, j'ai conclu la longueur du Pendule à secondes; sçavoir :

DATES des expériences.	DEGRÉS du thermomètre.	LONGUEURS du Pendule à secondes résultant de chaque expérience.		
		pouc.	lign.	
Par la 1re du 17 septembre 1735.	1026	36	7	$\frac{8}{60}$
2e du 18 dudit...........	1021 à 1022	36	7	$\frac{14}{60}$
3e du 20 dudit..........	1023	36	7	$\frac{6}{60}$
4e dudit jour............	1025	36	7	$\frac{8}{60}\frac{1}{3}$
5e du 22 dudit........ .	1026	36	7	$\frac{5}{60}\frac{1}{3}$

On voit que de cinq expériences, quatre donnent le même résultat à un soixantième de ligne près, desquelles quatre, trois ont été faites en différents jours avec des Pendules inégaux, et avec quelque différence dans la révolution de l'Horloge. Il est vrai que par la seconde le Pendule à secondes vient plus long que par les autres de huit soixantièmes de ligne, ou de plus d'un huitième. mais j'ai lieu de soupçonner que le fil s'est allongé vers la fin de l'expérience, la mouche ayant commencé à se détacher dans son milieu. Or il est clair que le fil ayant été supposé dans le calcul de la longueur trouvée par la mesure, c'est-à-dire, plus long qu'il n'étoit réellement dans le temps de l'expérience, la longueur concluë du Pendule à secondes doit excéder la véritable (1).

Dans le cours de ces expériences j'ai remarqué que le fil de pite qui passe communément pour n'être pas susceptible des changements de l'air, l'est effectivement moins qu'un autre fil. mais y est cependant sujet, avec cette différence que l'humidité, au lieu de le raccourcir, l'allonge, ce que j'ai éprouvé en le mouillant; la petite plaque mobile, qui peut se hausser et se baisser, donnoit une grande facilité pour reconnoître et mesurer ces différences de longueur.

J'ai aussi éprouvé depuis, en faisant l'expérience du Pendule à secondes, qu'en laissant le fil lâche et soulagé du poids de la boule pendant quelque temps, si on le laisse pendre ensuite, chargé du poids de la boule, il est sensiblement plus court, et ne reprend sa première longueur qu'après un assés grand nombre de vibrations. C'est après avoir pris une mesure exacte du Pendule, en approchant la glace jusqu'à ce qu'elle touchât la boule, que l'ayant posée sur un appui pendant quelques heures, je me suis apperçû ensuite qu'il s'en falloit quelquefois d'un quart de ligne et plus qu'elle ne touchât la glace : la différence eût été de plus d'une ligne sur un Pendule quadruple, si elle suit la proportion des longueurs du fil.

J'obmets, afin d'éviter une excessive longueur, les précautions à prendre pour s'assûrer que le Pendule et le balancier commencent leurs vibrations dans le même instant; pour éviter, en lâchant

---

(1) Les trois dernières expériences ont été faites le même jour et avec le même pendule, qui n'a été mesuré qu'à la fin de la dernière.

la boule, une espece de tressaillement qui a divers inconvénients, et un tournoyement sur son centre qui dûre très-longtemps d'un sens et de l'autre, et qui accourcit et allonge le fil alternativement; enfin pour déterminer le Pendule à osciller dans un même plan, et dans un plan perpendiculaire à la direction de la pince, etc.

Je n'avois regardé l'expérience du Pendule de 12 pieds que comme une préparation à celle du Pendule à secondes; après avoir déduit de mes premières observations la longueur de celui-ci, j'ai voulu voir si l'expérience directe du Pendule à secondes me donneroit le même résultat, mais j'ai senti en même temps que si la précision avoit été nécessaire dans la première expérience, elle devenoit encore plus indispensable dans celle-ci, où, en se trompant d'une même quantité, on devoit commettre une erreur quadruple. Il est vrai que la longueur du Pendule à secondes de 3 pieds quelques lignes, pouvant être comprise entre les pointes d'un compas à verge, la mesure peut être prise en une seule fois, ce qui est un avantage, mais l'embarras étoit de prendre exactement cette mesure avec les pointes du compas. Cette opération ne se peut faire qu'en l'air, où l'on n'a pas de point d'appui. Il faut être deux pour se servir de cet instrument, et il n'est pas toujours bien aisé de concerter ses mouvements, on court risque de couper le fil avec les pointes, de heurter la boule et de la mettre en branle. L'épaisseur de la mouche fait un nouvel obstacle, mais le plus grand de tous, et celui qui paroît inévitable avec un compas à verge ordinaire, c'est que les pointes étant coniques, et le dessous de la pince quarrée étant plan, l'une des pointes ne peut toucher le point de suspension du fil que le compas ne perde sa situation verticale. Le même inconvénient se trouve par rapport à la boule, à laquelle l'autre pointe ne peut être tangente, à moins que la verge ne s'incline. Toutes ces difficultés, et sur-tout la dernière, m'ont fait avoir recours à un autre moyen.

J'ai fait attacher à vis à la poupée A du compas à verge (*fig.* 2), qui est menée par la vis S du micrometre Q, une petite lame de cuivre d'environ 1 ligne d'épaisseur et de 8 lignes environ de saillie avec un bizeau CE en dessous, qui touche immédiatement les divisions; dans cette lame est entée une cheville ou clavette D d'environ une ligne d'épaisseur, semblable à une clef d'instru-

ment à cordes; autour de cette clef est roulé le fil FG du Pendule qui tombe le long de cette lame, et est saisi entre elle et une autre petite lame K dont elle est doublée dans sa partie inférieure, et qui se serre contre elle immédiatement par le moyen d'une vis I, ce qui tient lieu de pince, et donne un point de suspension sur le compas même. J'ai fait garnir l'autre poupée H d'un morceau de bois équarri L où elle étoit engagée dans un mortoise, et affermie entre deux vis M; ce morceau de bois portoit une glace de miroir O ajustée, comme dans la première expérience, perpendiculairement à la verge de fer. En cet état, j'ai fixé la poupée inférieure H, 37 pouces au dessous de la poupée A qui porte le micrometre, en telle sorte que le plan de la glace rasât juste le trait de la division, dont une moitié, vûë à la Loupe, paroissoit au dessus de la glace. Le compas à verge ainsi disposé, pour le fixer dans une situation verticale, j'ai fait entrer son extrémité inférieure garnie de papier dans le canon du pied d'un petit quart de cercle qui s'est trouvé de calibre, et l'ayant placé vis à vis de ma Pendule, à quelques pouces de distance en avant, il m'a été aisé de caller le pied par le moyen de ses vis et du Pendule même qui me servoit d'à-plomb. La distance du fil à la verge du compas étoit d'environ 7 lignes, afin que la boule, dont le rayon étoit d'un demi-pouce, ne touchât pas la verge. Je me suis assuré avec le compas que la distance entre le fil et l'arrête de la verge étoit égale en haut et en bas; et comme sur une longueur de plus de 3 pieds la tringle pouvoit faire ressort et s'ébranler par en haut, sa partie supérieure étoit reçûë dans une mortoise pratiquée dans une pièce de bois attachée à la muraille, et le tout étant bien affermi, en plaçant l'œil vis-à-vis de la Pendule dans l'allignement d'une des faces du compas, le fil paroissoit raser la vive-arrête dans toute sa longueur.

Tout étant ainsi disposé, je n'avois plus qu'à mettre le Pendule en mouvement, et observer ses vibrations. J'avois soin de lui donner une longueur fort approchante de celle qu'il devoit avoir pour battre les secondes, en sorte qu'il s'accordoit avec le Pendule à une ou deux vibrations près, en plus ou en moins, pendant une heure et demie, deux heures ou deux heures et demie que duroient les oscillations, car celles du Pendule à secondes étoient aussi sensibles après deux heures et demie que celles du Pendule

quadruple l'étoient après cinq quarts d'heure. Je n'examine point ici la cause de cette différence ; quand les vibrations devenoient imperceptibles, je tournois l'aiguille R du Micrometre pour faire descendre la poupée mobile A jusqu'à ce que la boule commençât à toucher en un point la surface de la glace O ; alors je remarquois quelle division marquoit l'aiguille, ce qui me donnoit la mesure du Pendule en 240ièmes de ligne, et cela immédiatement, sans avoir à transporter cette mesure sur la Toise. Je pouvois à loisir réïtérer l'expérience, soit avec le même Pendule, soit en l'allongeant ou le raccourcissant, en desserrant la vis I, et tournant la clef D en dedans ou en dehors, le tout avec la plus grande commodité et toute la précision que je pouvois désirer ; en sorte que quoique les erreurs dans la mesure tirent ici quatre fois plus à conséquence que dans l'expérience du Pendule à doubles secondes, je ne puis cependant douter, vû l'extrême facilité de mesurer celui-ci en une seule opération, et par le moyen d'une verge de fer, que sa mesure n'ait été plus précise que celle du grand pendule, qui n'a pû être mesuré qu'à plusieurs reprises et sur une regle de bois.

Voici le résultat de huit expériences faites sur le Pendule à secondes :

DATES des expériences.	DURÉE de l'expérience.	DEGRÉ du thermomètre pendant l'expérience.	LONGUEURS du Pendule à sec, résultant de chaque expérience.		
	h m		pouc.	lign.	
Par la 1re du 7 octobre 1735...	1.30	1021	36	7	$\frac{15}{60}$
2e du 8 dudit..........	1.30	1025	36	7	$\frac{23}{60}$
3e du 9 dudit..........	2.30	1024	36	7	$\frac{20}{60}$
4e dudit jour..........	2. 0	1025	36	7	$\frac{20}{60}$
5e du 10 dudit.........	2. 0	1024 $\frac{1}{2}$	36	7	$\frac{14}{60}$
6e dudit jour..........	2.30	1025	36	7	$\frac{14}{60}$
7e dudit jour..........	2.25	1025	36	7	$\frac{14}{60}$
8e du 11 dudit........	2.20	1025	36	7	$\frac{6}{60}$

Je n'ai autre chose à dire sur ces expériences, si ce n'est que j'ai quelques raisons pour tenir la dernière pour suspecte d'erreur, et que de toutes c'est la 5me, la 6me et la 7me dont j'ai été le plus satisfait. Elles ont été faites avec le même Pendule le même jour

par une même température d'air, le Thermometre n'ayant point ou très peu varié. La moindre a duré deux heures. La mesure du Pendule a été prise à la fin de chacune, et s'est toutes les trois fois trouvée parfaitement conforme et dans la même division du micrometre. Une autre raison qui me fait préférer ces trois expériences aux autres, c'est que le Pendule s'accordoit parfaitement avec l'Horloge, dont je connoissois l'état, le Pendule et le balancier s'étant suivis pendant sept heures en trois reprises, seconde pour seconde; au lieu que dans les autres expériences où l'un des deux devançoit l'autre de quelques secondes, et où ils ne se retrouvoient d'accord qu'après un intervalle, il peut y avoir quelque erreur dans la détermination du rapport de leurs vibrations. Par toutes ces raisons, c'est à ces trois expériences que je m'en tiens pour déterminer la longueur du Pendule, que je fixerois par conséquent à 36 pouces 7 lign. $\frac{14}{60}$ ou un quart. J'avouë que cette mesure excede d'environ un huitième de ligne celle que j'avois concluë par le Pendule à doubles secondes; je ne ferai point d'effort pour concilier ces différences : je dirai seulement qu'en mesurant le grand Pendule en plusieurs opérations, et en portant une mesure au bout d'une autre, je ne croyois pouvoir errer que par excès, la ligne droite étant la plus courte d'un point à l'autre. et qu'il se peut faire que cette appréhension m'ait fait tomber dans l'extrémité opposée, par exemple, en couvrant trop avec la Toise l'épaisseur du trait marqué avec le canif, et en portant les pointes du compas à verge trop au dedans du trait. Si d'un côté cette dernière mesure du Pendule s'éloigne de ma première détermination, d'un autre côté elle me rapproche de celle de Mrs Godin et Bouguer, qui, à quelque legere différence près, ont fixé sa longueur à 36 pouces 7 lignes $\frac{1}{3}$: il y a entre nous un douzième de ligne de différence. Je n'oserois me flater ni présumer que ma mesure soit la plus exacte, je puis seulement répondre que je n'ai rien obmis de tout ce qui a été en mon pouvoir, et qui m'a paru devoir donner une plus grande précision.

EXPÉRIENCES

POUR CONNAITRE LA

LONGUEUR DU PENDULE

QUI BAT LES SECONDES A PARIS,

PAR MM. BORDA ET CASSINI.

(Extrait du Tome III de la *Base du Système métrique décimal*, rédigée par M. Delambre; Paris, 1810.)

Ces expériences ont été faites à l'Observatoire ([1]), dans une pièce au rez-de-chaussée où est placé l'instrument des passages, et où se trouve un mur isolé très solide, de 12 pieds de hauteur, 8 pieds de largeur et 2 pieds d'épaisseur, qui est destiné dans la suite à recevoir un grand quart de cercle mural ([2]). C'est contre ce mur que nous avions établi l'appareil dont nous avons fait usage, et que l'on voit représenté dans la *Pl. II*. AB était l'horloge

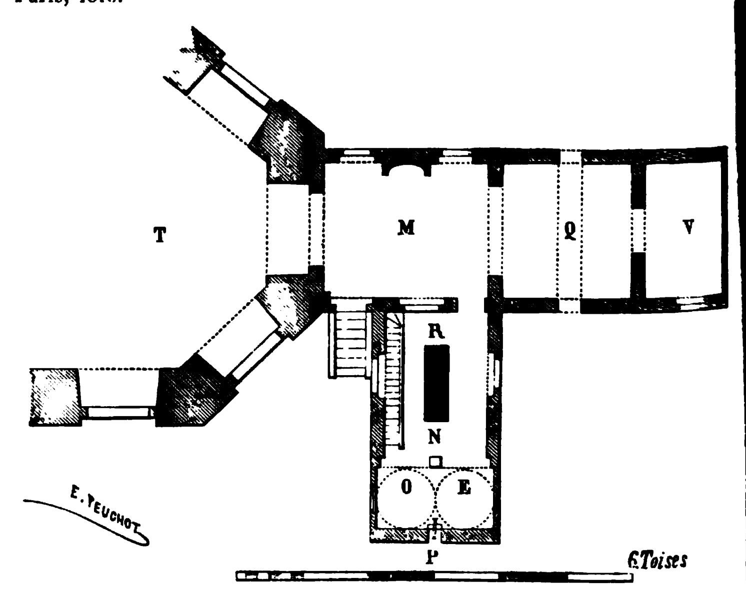
([1]) L'année où furent exécutées ces expériences n'est pas indiquée dans le Mémoire de Borda et Cassini. Elle est fixée par le passage suivant, extrait du *Discours préliminaire* écrit par Delambre pour servir d'introduction à la *Base du Système métrique*, t. I, p. 40 : « Dès le 15 juin 1792, MM. Cassini et Borda commencèrent à l'Observatoire les expériences du pendule et les continuèrent jusqu'au 4 août. Leur appareil était fixé contre le mur qui porte aujourd'hui les deux quarts de cercle muraux. Les expériences pour la dilatation relative du cuivre et du platine se firent l'année suivante, du 24 mai au 5 juin, dans le jardin de la maison que M. Lavoisier occupait alors sur le boulevard de la Nouvelle-Madeleine. » Les opérations du pendule sont les premières qui furent exécutées pour satisfaire au décret du 26 mars 1791. (C. W.)

([2]) L'emplacement exact de ce mur, qui n'existe plus, est donné par un plan que j'emprunte à la planche VIII des *Mémoires pour servir à l'histoire des*

à secondes aux oscillations de laquelle le mouvement de notre pendule était comparé ; ce pendule FP tombait un peu en avant de l'horloge, et avait sa suspension à l'extrémité d'un bloc de pierre CDEH, contenant environ 3 pieds cubes, qui était posé sur la partie supérieure du mur. Le poids P du pendule faisait ses

---

Sciences et à celle de l'Observatoire royal de Paris, etc., par J.-D. Cassini. Paris, 1810.



Dans ce plan, qui représente les nouveaux cabinets d'observation bâtis en 1[illegible] d'après les propositions de Jacques Cassini, T est la grande salle octogone orientale du bâtiment de l'observatoire de Perrault, de plain-pied avec la terrasse sud qui n'existait pas alors ; M est le vestibule actuel de la salle des instruments méridiens, bâtie, en 1832, sur l'emplacement des cabinets Q et V ; de M on passe de plain-pied dans le cabinet N, de 21 pieds de long sur 13 de large, dont l'emplacement est occupé actuellement par les cabinets des observateurs. Là s'élevait le mur R, auquel Borda suspendit son pendule. C'était, dit Cassini, un grand mur isolé très solide, en pierres de taille, de 22 pieds de hauteur, 8 de long, 2 d'épaisseur, destiné à la suspension des cercles muraux. Ce sont presque les mêmes termes dont se sert Borda, à cela près qu'il ne lui donne que 12 pieds de haut. Est-ce une faute d'impression ? Je crois plutôt que Borda ne mesure que la hauteur de ce mur au-dessus du plancher de la salle N, tandis que Cassini donne la hauteur totale au-dessus du sol d'une salle inférieure, dans laquelle on descendait par l'escalier marqué sur le plan. P est la lunette des passages dont parle Borda.

(C. W.)

[illegible]illations à peu près à la hauteur du centre de la lentille, et on [illegible]bservait avec la petite lunette O, placée à 6 pieds de distance. L[illegible]ge et tout l'appareil du pendule étaient renfermés dans une cai[illegible]mmune qui les mettait à l'abri des mouvements de l'air, et qu[illegible] des panneaux à vitre dans sa partie inférieure, pour laisser v[illegible]s oscillations.

Nous allo[illegible] d'abord décrire toutes les parties de notre appareil et la maniè[illegible]ont nous faisions nos observations ; nous rapporterons ensu[illegible]nos expériences et leurs résultats.

Notre p[illegible]le était porté par une suspension à couteau ; ce genre de s[illegible]ension nous a paru devoir être employé préférablement à la [illegible]ension à pince, parce que dans celle-ci on a toujours quelque i[illegible]titude sur le vrai point autour duquel se font les oscillatio[illegible] lieu que dans l'autre, le tranchant du couteau étant très vif, l[illegible]ntre du mouvement peut être censé dans le plan même sur[illegible]uel il pose. Cette suspension présente à la vérité l'inconvéni[illegible]d'ajouter au pendule un nouveau poids dont on doit tenir comp[illegible]rsqu'on calcule la longueur réduite du pendule, mais la corr[illegible]n qui en résulterait ne pourrait être que fort petite, parce q[illegible] poids est placé très près du point de suspension, et d'ailleurs [illegible]rme particulière que nous avons donnée à la monture du cout[illegible] nous dispense d'y avoir égard; cette forme étant telle que la s[illegible]nsion compose seule un petit pendule isolé dont les oscillatio[illegible]nt synchrones à celles du pendule d'expérience.

On voit le [illegible]sin de cette monture, *Pl. III, fig.* 2. AB est le couteau ; C[illegible]ne queue inférieure à laquelle le fil est attaché ; EF une pi[illegible] montante finissant par une vis; GH un petit bouton mobil[illegible]ng de la vis. C'est au moyen de ce bouton, qui servait [illegible] de contrepoids à la queue inférieure, qu'on réglait le [illegible]vement oscillatoire du couteau et qu'on parvenait à lui donner la même durée qu'à celui du pendule. Ce synchronisme une fois établi, il est clair que le mouvement du pendule, n'étant pas contrarié par celui du couteau, devait être le même que si la masse du couteau et de sa monture avait été pour ainsi dire nulle. Cela est d'ailleurs confirmé par l'expérience suivante.

Sur une monture de couteau pareille à BAD, et qui pesait un peu moins de 3 gros, nous avons ajusté une petite masse de plomb du poids de 8 onces, ou 64 gros, disposée de manière que le cou-

teau ainsi chargé faisait comme auparavant des oscillations isochrones à celles du pendule : après cela, nous avons comparé successivement le mouvement du pendule avec celui de l'horloge, d'abord en nous servant de la monture pesant 67 gros, et ensuite ôtant la masse de plomb, et réduisant le poids à 3 gros, et nous n'avons pas trouvé dans les résultats des différences sensiblement plus grandes que celles qui avaient lieu dans les observations faites avec un même couteau : ainsi, puisque l'addition d'un poids de 64 gros ne produisait aucun effet sensible sur la durée des oscillations, l'effet du poids ordinaire de 3 gros pouvait être regardé comme nul.

La suspension portait sur un plan d'acier, que l'on voit *Pl. III. fig.* 5. Ce plan MN était fixé sur une plaque de cuivre de 10 lignes d'épaisseur IKL, qui tenait elle-même au bloc de pierre DCH de la *Pl. II,* par trois fortes vis, au moyen desquelles on mettait le plan MN exactement de niveau. Le couteau OP était toujours placé au milieu de l'ouverture ST lorsqu'on observait les oscillations. Mais lorsqu'on mesurait la longueur du pendule, on transportait ce couteau vers S, et on le remplaçait par une règle qui servait à cette mesure dont on voit la partie supérieure en QR.

Le genre de suspension étant ainsi déterminé, nous avons cherché quelle était l'espèce de fil que nous devions employer. Nous avons vu d'abord que les fils métalliques devaient être préférés aux fils de soie ou composés de végétaux, parce que ceux-ci, à force égale, présentent plus de surface à la résistance de l'air, et qu'ils ont d'ailleurs des inégalités dont les premiers sont exempts étant passés à la filière; ensuite, parmi les fils métalliques, nous avons préféré celui de fer qui, à égalité de force, est plus léger et a moins de surface que les autres. Nous avons éprouvé qu'un de ces fils qui pesait..... par pied portait jusqu'à 4 $\frac{1}{2}$ livres de poids d'où on trouverait qu'un fil de 1 ligne de diamètre porterait environ..... (1). Notre pendule avait 12 pieds de longueur et ne faisait par conséquent ses oscillations que par 2 secondes. Nous avons préféré d'employer cette longueur de pendule plutôt que celle du

(1) Il y avait ici, dans le manuscrit de M. Borda, des lacunes qu'il nous a été impossible de remplir. (Note de DELAMBRE.)

pendule simple qui n'est que de 3 pieds, parce que la longueur étant quadruple, l'erreur qu'on peut commettre sur la mesure influe quatre fois moins sur les résultats.

Le corps oscillant dont nous nous sommes servis était une boule de platine d'environ 16 lignes $\frac{1}{6}$ de diamètre et pesant 9911 grains, ou un peu plus de 17 onces ([1]). La densité de ce métal, supérieure, comme l'on sait, à celle de tous les corps connus, devait nous le faire préférer à tout autre. Nous avons trouvé, par deux expériences faites avec beaucoup de soin, que la pesanteur spécifique de notre boule était à celle de l'eau distillée comme 20, 71 est à 1 (le thermomètre à mercure divisé en 100 degrés depuis le terme de la glace fondante jusqu'à celui de l'eau bouillante marquant alors 20°) ; un autre morceau de platine plus pur ou mieux écroui nous a donné le rapport de 20,98 à 1.

Notre boule tenait au fil, au moyen d'une petite calotte de cuivre que l'on voit représentée *Pl. III, fig.* 3 et 4, et dont la partie inférieure UX était une portion de sphère d'un rayon égal à celui de la boule. Une légère couche de suif mise entre la boule et la calotte produisait une adhérence assez forte pour soutenir le poids : par ce moyen on avait la facilité de suspendre la boule successivement par différens points de sa surface, ce qui servait à corriger les erreurs venant de l'inégale densité des parties de la boule ou même de sa non-sphéricité. En effet, faisant des observations d'abord sur un point, ensuite sur le point diamétralement opposé, et prenant un milieu entre ces observations, le résultat moyen devait être le même que si la boule avait été de densité uniforme et exactement sphérique. Le fil du pendule passait par un petit trou pratiqué dans la partie supérieure qui excédait la calotte, et y était tenu par une vis de pression. C'était aussi par une vis de pression que le bout supérieur était fixé à la queue CD du couteau.

Nous allons expliquer à présent l'appareil que nous employions pour comparer les oscillations du pendule avec celles de la len-

---

([1]) Cette boule de platine est conservée aux Archives de l'Observatoire de Paris; c'est le seul débris qui nous reste de l'appareil de Borda. [*Voir* l'histoire de cette boule et de la règle de platine dans mes *Recherches historiques sur les étalons de poids et mesures de l'Observatoire*, ..., p. C. 39 (*Annales de l'Observatoire de Paris*, t. XVII des *Mémoires*)]. (C. W.)

tille : nous remarquerons d'abord que nous donnions au fil du pendule une longueur telle qu'il faisait un peu moins d'une oscillation pendant que la lentille de l'horloge en faisait deux : de cette manière les mouvemens ne s'accordaient que par intervalles qui étaient d'autant plus grands que la durée des oscillations du pendule approchait davantage d'être double de la durée des oscillations de la lentille. Pour déterminer avec plus de précision l'instant où l'accord des mouvemens avait lieu, nous comparions la lentille et le pendule, lorsqu'ils avaient l'un et l'autre leur plus grande vitesse, c'est-à-dire, lorsqu'ils passaient à la verticale, et pour cela voici le moyen dont nous nous servions.

Le pendule, ainsi que nous l'avons dit, tombait un peu en avant de l'horloge, et à 10 pouces environ de la lentille. Nous avions collé sur cette lentille (voyez *Pl. II* et *Pl. III, fig.* 3) un papier à fond noir *e*, sur lequel étaient tracées deux lignes blanches qui se croisaient en formant avec l'horizon un angle de 45°. L'horloge étant arrêtée et le pendule étant également au repos, on fixait la lunette O (*Pl. II*), dans la direction OP*e*, passant par la croisure des lignes de la lentille et par le fil du pendule, et on plaçait à une petite distance du pendule un écran à fond noir QRS, dont le bord QS était dans une ligne verticale et arrangé de manière qu'il couvrait la moitié de l'épaisseur du fil du pendule : cette disposition étant faite, on mettait le pendule et la lentille en mouvement, et l'on observait le temps où le fil du pendule et la croisure des lignes de la lentille disparaissaient derrière l'écran.

Supposant d'abord que dans les premières oscillations le fil disparût avant la croisure des fils, et que la lentille de l'horloge fît un peu plus de deux oscillations pendant que le pendule en faisait une, il arrivait que dans les oscillations suivantes l'intervalle de temps écoulé entre les deux disparitions devenait plus petit, et qu'ensuite décroissant toujours à chaque oscillation, les deux objets finissaient par se cacher au même instant derrière l'écran qui donnait un premier concours. Bientôt après cette observation les oscillations cessaient de paraître concordantes, et la lentille parvenait à l'écran avant le pendule; mais comme elle le devançait toujours de plus en plus, elle gagnait sur lui deux oscillations entières, et alors il y avait un second concours; le troi-

sième concours et les suivans avaient lieu de la même manière, et on continuait à les observer jusqu'à ce que, les oscillations étant devenues très petites, on perdait plus par l'incertitude des observations qu'on ne gagnait par la durée de la comparaison.

Notre pendule mis en oscillation conservait un mouvement bien sensible pendant 12 heures; mais par la raison que nous venons de dire, on ne l'observait que pendant 4 ou 5 heures seulement; cette durée de la comparaison était au reste très suffisante pour bien déterminer les rapports des mouvements du pendule et de la lentille : en effet, nous avons remarqué que lorsque l'intervalle d'un concours à l'autre était de 50 minutes, et que les oscillations n'étaient pas trop petites, l'incertitude sur l'instant où les concours avaient lieu n'était tout au plus que de 30 secondes, ce qui suppose que la discordance était sensible aux yeux de l'observateur, lorsqu'un des deux objets observés passait à la verticale un 50e de seconde avant l'autre, d'où l'on trouvera que, la durée de la comparaison étant de quatre heures, la marche du pendule était déterminée à un 360 millième près.

Comme la durée des oscillations d'un pendule augmente suivant la grandeur des arcs qu'il décrit et que nous devions réduire cette durée à celle des oscillations infiniment petites, nous avions le soin d'observer l'amplitude des arcs à l'instant de l'observation de chaque concours, et pour cela nous avions placé à une petite distance du pendule une règle MN (*Pl. II*), qui était divisée en minutes de degré, chaque minute occupant sur la règle une demi-ligne d'étendue à peu près.

Nous joignons ici une observation que nous avons faite du mouvement de notre pendule pendant 12 heures, qui servira à faire connaître la loi de décroissement des arcs.

Heures des observations.	Arcs décrits de chaque côté de la verticale.
h	′
0.	120,0
1.	61,2
2.	35,4
3.	21,9
4.	14,1
5.	9,4

Heures des observations.	Arcs décrits de chaque côté de la verticale.
h	'
6	6,3
7	4,1
8	2,7
9	1,8
10	1,2
11	0,8
12	0,5

Huit heures après cette observation, le pendule avait encore un petit mouvement, mais ses oscillations n'étaient plus visibles qu'au microscope.

Nous allons maintenant parler de la manière dont nous mesurions la longueur du pendule, mais auparavant il est nécessaire de décrire avec quelque détail la règle qui nous servait pour cette mesure.

Cette règle, dont on voit le dessin *Pl. III, fig.* 1, avait un peu plus de 12 pieds de longueur. Elle était de platine et recouverte d'une autre règle de cuivre, dont nous expliquerons bientôt l'usage. La partie supérieure de la règle était terminée par un T d'acier trempé, qui s'engageait dans l'ouverture ST de la *fig.* 5, et servait à faire porter cette règle par le plan MN. La partie du T qui était appliquée contre la tête de la règle et les surfaces inférieures des deux branches AB et CD, avaient été dressées avec soin sur un marbre, et ne formaient avec la tête de la règle qu'un seul et même plan, de manière que, la règle étant en place, sa surfaces upérieure se trouvait exactement à l'affleurement du plan MN.

A l'extrémité inférieure de la règle était une languette EF de platine, qui glissait à léger frottement entre les deux coulisses GH et LI également de platine; et cette languette portait des divisions dont chacune était un 20 millième de 12 pieds, et le vernier X tracé sur une des coulisses partageait ces divisions en dix, et donnait par conséquent des 200 millièmes de cette même longueur(¹). Le zéro du vernier était à 12 pieds du milieu P de la ligne de

(¹) On voit qu'ici, comme dans toutes ses comparaisons des règles géodésiques et des toises, Borda s'arrête à la précision de $\frac{1}{118}$ de ligne.

jonction du T d'acier avec la règle, et le zéro des divisions de (la) languette était à l'extrémité de cette languette.

L'objet de la règle de cuivre qui couvrait celle de platine était de former avec celle-ci un thermomètre métallique qui, par la différence de dilatation des deux métaux, servait à faire connaître à chaque instant la quantité absolue dont la règle de platine était dilatée. La règle de cuivre avait 11 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur, son extrémité supérieure était fixée par trois vis un peu au-dessous du T d'acier, et son extrémité inférieure, qui était libre, avait une ouverture rectangulaire PR dans laquelle entrait une pièce ST fixée sur le platine; cette pièce ST portait les divisions du thermomètre métallique, qui étaient chacune un 20 millième de la longueur de la règle comprise depuis le zéro du vernier U jusqu'au centre des trois vis d'attache de la partie supérieure MN. Ce vernier donnait des subdivisions dix fois plus petites, c'est-à-dire des 200 millièmes.

On voit par cette description que, à mesure que la température s'élevait, le vernier U devait s'avancer sur les divisions de ST de toute la quantité dont le cuivre se dilatait plus que le platine. D'après cela, il est clair qu'en connaissant le rapport de dilatation des deux métaux on pouvait en conclure la dilatation absolue de l'un et l'autre.

Nous avons trouvé par un grand nombre d'expériences, qui sont rapportées dans le Mémoire sur la mesure des bases de l'arc terrestre (¹), que pour 100 parties marquées par le vernier du thermomètre métallique, notre règle de platine s'alongeait de 92 parties $\frac{1}{2}$, dont chacune était un 200 millième de la longueur totale de la règle. Nous avons trouvé aussi que ce thermomètre marquait 151 parties au terme de la glace fondante, et enfin que 10° du thermomètre à mercure décimal répondaient à 18,53 parties du thermomètre métallique; d'où il sera aisé, en connaissant la division donnée par le thermomètre métallique, de rapporter la longueur de la règle au terme de la glace fondante ou à un autre degré quelconque du thermomètre à mercure.

Après avoir décrit la règle avec laquelle nous mesurions la

(¹) *Expériences sur les règles destinées à la mesure des bases de l'arc terrestre*, par M. de Borda (*Base du Système métrique*, t. III, p. 313).

longueur du pendule, nous devons parler d'une autre pièce IHL (*Pl. II* et *III*) qui servait aussi pour cette mesure. Cette pièce, qui était fixée sur une pierre en saillie maçonnée dans le mur et placée un peu au-dessous du poids du pendule, était composée d'un petit plan de cuivre IH, bien dressé et placé horizontalement, qu'on pouvait élever et abaisser à volonté au moyen d'une vis dont les pas étaient très fins. Lorsque, après avoir achevé une observation, on voulait mesurer la longueur du pendule, on commençait par mettre le pendule au repos, on élevait le petit plan de cuivre jusqu'à ce qu'il vînt à toucher la partie inférieure de la boule : ce qui s'observait avec une grande précision, à cause de la lenteur du rappel; ensuite, écartant le pendule de la verticale et déplaçant le couteau de suspension, il ne restait plus qu'à se servir de la règle pour mesurer la distance depuis le petit plan IH jusqu'au plan supérieur qui portait le couteau. Pour cela on transportait cette règle de la position QR (*Pl. III, fig.* 5) qu'elle avait pendant le temps du mouvement du pendule, jusqu'au milieu de l'ouverture ST où était auparavant le couteau de suspension, et alors, la règle ayant pris la place du pendule, sa languette tombait sur le petit plan IH, et marquait par sa division la longueur de ce pendule depuis le point de suspension jusqu'au dessous de la boule.

Avant de terminer ce qui concerne notre règle, nous devons rapporter une expérience que nous avons faite pour savoir de quelle quantité elle s'alongeait par l'action de sa pesanteur, lorsqu'elle était suspendue par sa partie supérieure. Pour cela nous avons d'abord cherché l'alongement qu'elle éprouvait par l'action d'un poids donné, lorsqu'elle était dans une position horizontale, et nous avons trouvé qu'avec un poids de 24 livres cet alongement était de 2 parties $\frac{1}{4}$ sur 200 mille, pour la règle de platine, et de 5 parties $\frac{3}{4}$ pour celle de cuivre.

Maintenant notre règle de platine pesait 6 livres 3 onces et celle de cuivre 2 livres 5 onces; mais lorsqu'elles étaient suspendues, le poids moyen qui produisait l'alongement n'était que la moitié du poids total de chaque règle, c'est-à-dire 3 livres 1 once $\frac{1}{2}$ pour (la première et 1 livre 2 onces $\frac{1}{2}$ pour) l'autre. D'après cela, pour la comparaison de ces poids avec celui de 24 livres que nous avions employé dans notre expérience, on trou-

vera que les deux règles suspendues s'alongeaient, savoir, celle de platine, de $\frac{3}{10}$ de partie, et celle de cuivre, de $\frac{27}{100}$ de partie. Ces quantités sont, comme l'on voit, très petites et l'on remarquera qu'étant à peu près égales, il ne devait en résulter aucune différence sensible dans le thermomètre métallique.

Après avoir décrit toutes les parties de notre appareil et la manière dont les observations étaient faites, nous allons rapporter les expériences.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

Cette première expérience a été faite le 1er juin dans la matinée; nous allons en expliquer toutes les parties avec beaucoup de détail, ainsi que les corrections que nous avons employées pour réduire les observations à celle d'un pendule simple mû dans le vide et à une température déterminée. Les calculs de ces corrections nous serviront pour les expériences suivantes.

A $7^h\frac{1}{2}$ du matin, après avoir disposé l'écran *q*RS (*Pl. II*) de la manière que nous avons expliquée ci-devant, le pendule a été mis en oscillation à $7^h 45^m 32^s$. Le fil du pendule paraissait se cacher derrière l'écran, un peu avant la croisure *e* des lignes de la lentille, et à $7^h 46^m 8^s$ la croisure des lignes devançait un peu le pendule. On a estimé que le premier concours avait eu lieu à $7^h 45^m 56^s$; le pendule décrivait alors un arc de 64′ de chaque côté de la verticale.

A $8^h 59^m 2^s$, la lentille ayant gagné deux oscillations sur le pendule, on a observé le commencement du second concours, et à $8^h 59^m 30^s$ on en a observé la fin. On a jugé que l'instant du vrai concours approchait un peu plus de la première observation que de la seconde, et on l'a estimé à $8^h 59^m 10^s$. L'arc décrit par le pendule était alors de 32′.

Un troisième concours a été observé de la même manière à $10^h 12^m 40^s$, l'arc décrit par le pendule étant de 19′.

Un quatrième l'a été à $11^h 26^m 29^s$, l'arc étant de $11'\frac{1}{2}$.

Et un cinquième à $12^h 39^m 3^s$, l'arc du pendule étant alors réduit à 7′. On s'est borné à ces cinq observations, parce que les suivantes n'auraient pas été suffisamment exactes, à cause de la petitesse des arcs.

Deux thermomètres à mercure décimaux, placés dans la caisse

qui renfermait le pendule, l'un à la hauteur de la boule et l'autre auprès de la suspension, étaient observés après chaque concours.

Les cinq observations du thermomètre inférieur ont donné 15°,2, 15°,4, 15°,4 et 15°,6, et celles du thermomètre supérieur ont donné 16°,5, 16°,0, 16°,9, 16°,8 et 17°,0; d'où l'on voit que les variations ont été très petites pendant la durée de l'expérience. et l'on remarquera que le thermomètre supérieur marquait toujours une température plus élevée que le thermomètre inférieur, ce qui venait sans doute de ce que les parties chaudes de l'air renfermé dans la caisse s'élevaient toujours vers la surface supérieure.

L'observation des concours étant achevée, on a mesuré avec la règle de platine, de la manière que nous avons expliquée ci-dessus, la distance depuis le point de suspension jusqu'au petit plan IH mis à la hauteur de la partie inférieure de la boule. L'extrémité de la languette portant sur ce plan, son vernier marquait 3952,2 parties (chaque partie étant un 200 millième de la distance comprise depuis le zéro du vernier jusqu'à la partie supérieure de la règle), et par conséquent la longueur mesurée était de 203952,2 parties.

On a observé en même temps le thermomètre métallique de la règle; il marquait 181,3 parties à l'instant où la mesure a été prise.

Enfin la marche de l'horloge à laquelle le pendule était comparé a été déterminée par six observations de passages d'étoiles faites les 4 et 5. Cette horloge s'est trouvée avancer de 13^s,4 par jour sur les fixes.

Le baromètre était à 28 pouces 3 lignes pendant le temps qu'on faisait les observations du pendule.

Pour conclure de cette expérience la longueur du pendule qui bat les secondes, nous allons premièrement, d'après les observations des concours, calculer le nombre d'oscillations qu'aurait fait le pendule dans un jour solaire, temps moyen, en supposant qu'il eût toujours eu le même mouvement que pendant l'expérience. Ensuite nous nous servirons de la longueur mesurée du pendule, à laquelle nous ferons toutes les corrections nécessaires pour trouver la distance depuis le point de suspension jusqu'au centre d'oscillation, et enfin de cette distance réduite et du nombre d'oscillations que le pendule d'expérience aurait fait en un

jour : nous en conclurons la longueur du pendule qui battait les secondes.

Nombre d'oscillations qu'aurait fait en un jour le pendule d'expérience.

Le premier concours ayant été observé à $7^h 45^m 56^s$, et le second à $8^h 59^m 10^s$, l'intervalle de temps écoulé entre les deux concours a été de $73^m 14^s$ ou 4394^s, et pendant ce temps la lentille de l'horloge a fait deux fois le nombre d'oscillations du pendule, plus deux; par conséquent le pendule a fait 2196 oscillations. Cela posé, connaissant le nombre d'oscillations de la lentille pendant un jour solaire, temps moyen, il sera aisé de conclure celui des oscillations du pendule pendant le même temps.

Nous avons dit que l'horloge avançait de $13^s,4$ par jour sur les fixes; ainsi, pendant une révolution des fixes, la lentille faisait 86413,4 oscillations : d'où on trouvera que pendant un jour solaire, temps moyen, elle en aurait fait 86650,0.

On fera donc cette analogie : 4394 (nombre d'oscillations de la lentille dans l'intervalle des deux concours) est à 2196 (nombre d'oscillations du pendule pendant le même temps) comme 86650 est à un quatrième terme qu'on trouvera = 43305,28, et ce sera le nombre d'oscillations du pendule en un jour solaire, temps moyen.

Appliquant le même calcul à l'intervalle entre le second et le troisième concours, qui est de 4410^s, on trouvera pour le nombre d'oscillations du pendule conclu de ce second intervalle 43305,35.

On trouvera de même pour le troisième intervalle 43305,44, et pour le quatrième 43305,14.

Mais il faut appliquer à ces nombres une correction relative à la grandeur des arcs décrits par le pendule, afin de réduire ces nombres à ce qu'ils auraient été si les oscillations avaient été infiniment petites. On sait que, lorsque l'amplitude d'une oscillation n'excède pas un petit nombre de degrés, sa durée est à la durée d'une oscillation infiniment petite comme l'unité, plus la seizième partie du carré du sinus de l'arc, est à l'unité. D'après cela, prenant pour l'arc moyen décrit pendant l'intervalle d'un concours à l'autre la moitié de la somme des arcs que décrivait le pendule au commencement et à la fin de l'intervalle, et multipliant le nombre

d'oscillations par la seizième partie du carré du sinus de cet arc moyen, on aura à peu près la correction qu'on doit appliquer à chaque nombre.

Si l'on veut employer une correction plus exacte, on remarquera que les arcs décrits par le pendule décroissent à peu près en progression géométrique en temps égaux. Cela posé, soit l'arc décrit au commencement d'un intervalle $= a$, celui qu'il décrit à la fin $= b$, et le nombre d'oscillations $= M$, on trouvera pour correction la quantité

$$\frac{M \sin(a+b)\sin(a-b)}{32\mu \log \frac{a}{b}},$$

qui, étant ajoutée au nombre M des oscillations finies, donnera celui des oscillations infiniment petites; μ est le module.

On pourrait encore appliquer à la durée des oscillations une autre correction dépendante de l'extensibilité du fil; voici en quoi elle consiste. Il est aisé de voir qu'en supposant le fil extensible ou élastique, il doit s'alonger pendant l'oscillation par l'effet de la force centrifuge, et que d'un autre côté il doit se raccourcir à mesure qu'il s'éloigne de la verticale, parce qu'alors l'action de la gravité sur le poids devenant oblique à la direction du fil, celui-ci n'éprouve pas la même tension. Si l'on cherche la correction résultante de ces deux effets, et qu'on appelle e la quantité dont le fil s'alongeait par l'action d'un poids π, P le poids de la boule, L la longueur du fil, A l'arc décrit, on trouvera que cette correction est représentée par $\frac{11}{16}\frac{Pe}{\pi L}A^2$, tandis que celle qui provient de la grandeur des arcs décrits est représentée par $\frac{1}{16}A^2$; d'où l'on voit que ces deux corrections sont entre elles comme 1 et $11\frac{Pe}{\pi L}$. Or nous avons trouvé par expérience qu'en chargeant la boule d'un poids additionnel qui était à très peu près la dix-neuvième partie du poids de cette boule, notre fil s'alongeait de 10 parties sur 203 mille, c'est-à-dire qu'on avait

$$\frac{P}{\pi} = 19 \qquad \frac{e}{L} = \frac{1}{20300}.$$

Mettant ces valeurs dans l'expression ci-dessus, on trouvera que

la correction de la grandeur des arcs était à celle de l'extensibilité comme 1 est à $\frac{11\times 19}{20300}$, ou comme 1 est à $\frac{1}{97}$ à peu près, c'est-à-dire que la nouvelle correction n'était presque que la centième partie de la première. D'après cela, nous nous dispenserons d'y avoir égard et nous nous bornerons à celle de l'amplitude des arcs.

Cela posé, calculant les corrections par la seconde formule donnée ci-dessus, on trouvera que les nombres d'oscillations doivent être augmentés, savoir : le premier, de 51 centièmes; le second, de 14 centièmes; le troisième, de 5 centièmes; et le quatrième, de 2 centièmes seulement. Le Tableau suivant présente les nombres conclus de l'expérience, et les nombres corrigés.

Intervalle entre les concours.	Nombre d'oscillations en un jour, conclu de l'expérience.	Correction pour l'amplitude des arcs.	Nombres corrigés.
m s			
73.14........	43305,28	0,51	43305,79
73.30........	43305,35	0,14	43305,49
73.49........	43305,44	0,05	43305,49
72.34........	43305,14	0,02	43305,16
	Terme moyen....		43305,48

On voit par ces résultats que, même en n'ayant égard qu'à un seul intervalle entre deux concours voisins, on déterminerait le mouvement du pendule avec une grande précision; en effet, comparant au résultat moyen 43305,48 celui des résultats partiels qui s'en écarte le plus, la différence n'est que de $\frac{32}{100}$ d'oscillations sur 43 305, ce qui ne donnerait pas un 150[e] de ligne sur la longueur conclue du pendule à seconde. La différence serait deux fois plus petite encore, si on prenait les intervalles deux à deux.

Mesure du pendule.

Nous avons dit que la distance depuis le point de suspension du pendule jusqu'au dessous de la boule a été trouvée de 203 952,2 parties.

Il faut d'abord ajouter $\frac{3}{10}$ de partie pour l'allongement que prenait la règle étant suspendue par son extrémité supérieure, ainsi que nous l'avons conclu de l'expérience rapportée (p. 26), ce qui donnera 203 952,5 parties.

Mais cette mesure a été prise à la fin de l'expérience, et la température de la caisse qui renfermait le pendule ayant un peu varié pendant cette expérience, la longueur du fil a dû varier aussi : pour avoir égard à cette variation, nous remarquerons qu'un fil de fer s'allonge à peu près d'un 70 millième pour un degré du thermomètre de Réaumur, et par conséquent d'un 87500e pour un degré de nos thermomètres décimaux, ce qui sur la longueur du pendule d'expérience donnerait à peu près 2,33 parties. Or ces thermomètres ont marqué par un terme moyen pris entre toutes les observations 16°,12, et ils marquaient 16°,3 lorsqu'on a mesuré la longueur du pendule : la différence est 0°,18 ; d'après cela, puisque pour 1° la correction est de 2,33 parties, elle sera pour 0°,18 de 0,43 partie, qu'il faudra ôter de la longueur déjà trouvée 203 952,6 parties, et il restera pour la longueur réduite à la température moyenne pendant l'expérience 203 952,17.

Cette mesure donne la distance depuis le point de suspension jusqu'au dessous de la boule ; il faut maintenant retrancher le demi-diamètre de la boule pour n'avoir que la distance jusqu'au centre ; pour mesurer ce demi-diamètre, nous nous sommes servis de la languette qui est à l'extrémité de notre règle de platine : la boule était d'abord placée sur le petit plan de cuivre HI (*Pl. II*), et on laissait tomber la languette sur le sommet du diamètre par lequel la boule avait été suspendue, en observant de donner à la boule un petit mouvement sur le plan jusqu'à ce que nous eussions le point où la languette était le plus élevée ; nous remarquions alors la division marquée par le vernier, ensuite ôtant la boule et laissant tomber la languette sur le plan de cuivre, nous remarquions une seconde fois la division, et la différence des deux divisions donnait le diamètre de la boule. Nous avons trouvé de cette manière que le diamètre était égal à 1874 parties de la languette, et ayant répété plusieurs fois l'expérience, nous n'avons jamais eu plus d'une demi-partie de différence dans les résultats, ce qui ne donnerait qu'un quart de partie sur la grandeur du rayon, ou environ un 460e de ligne : le diamètre de la boule étant de 1874 parties, son rayon était de 937 parties qu'on retranchera de la quantité trouvée ci-dessus, et il restera pour la distance depuis le point de suspension jusqu'au centre de la boule 203015,17 parties.

Mais le centre d'oscillation d'une sphère qui oscille autour d'un point n'est pas au centre même de la sphère, il est plus éloigné du point de suspension d'une quantité égale aux deux cinquièmes du carré du rayon divisé par la distance du point de suspension au centre de la sphère. Il faudra donc augmenter la distance déjà trouvée d'un nombre de parties égal à $\frac{2}{5} \times \frac{937^2}{203015}$, ce qui donnera 1,73 parties, et la distance sera alors égale à 203016,90 parties.

Nous n'avons point encore eu égard à la pesanteur du fil du pendule, ni à celle de la calotte (VX) (*Pl. III*, *fig.* 4) qui porte la boule. Pour trouver la quantité dont l'une et l'autre influent sur la position du centre d'oscillation, nous allons nous servir des formules connues des géomètres, par lesquelles on détermine la longueur d'un pendule composé.

Soit la distance depuis le point de suspension jusqu'au centre (d'oscillation) de la boule $= a$; la longueur de la queue CB (*Pl. III*, *fig.* 2) par laquelle le fil est soutenu $= b$; le rayon de la boule $= \mathrm{R}$; et la distance depuis le centre de la boule jusqu'au centre de gravité de la calotte UX $= \mathrm{D}$. Le poids du fil $= \Pi$, celui de la calotte $= \Phi$ et celui de la boule que nous supposerons réuni à son centre $= \mathrm{P}$. On trouvera que la distance depuis le point de suspension jusqu'au centre d'oscillation ou la longueur du pendule

$$= a - \frac{\frac{\Pi}{6\mathrm{P}}\left(a + b + \mathrm{R} + \frac{2b\mathrm{R} - 2bb - 2\mathrm{RR}}{a}\right) + \frac{\Phi}{\mathrm{P}}\left(\mathrm{D} - \frac{\mathrm{DD}}{a}\right)}{1 + \frac{\Pi}{2\mathrm{P}}\left(1 + \frac{b - \mathrm{R}}{a}\right) + \frac{\Phi}{\mathrm{P}}\left(1 - \frac{\mathrm{D}}{a}\right)},$$

expression dont le second terme donne la correction pour le poids du fil et celui de la calotte.

Il s'agit maintenant d'avoir la valeur des quantités contenues dans la formule. Nous avons pesé avec beaucoup de soin et en employant des balances très exactes le fil et la calotte, et nous avons trouvé le poids du fil ou $\Pi = 13,79$ grains, et celui de la calotte ou $\Phi = 37,82$ grains; quant à la boule de platine, nous avons déjà dit qu'elle pesait 9911 grains. La distance depuis le point de suspension jusqu'au commencement D du fil, c'est-à-dire b, s'est trouvée de 17 lignes, ce qui répond à 1968 parties de la division de notre règle. Le centre de gravité de la calotte était à

très peu près à la surface de la boule, c'est-à-dire qu'on avait $D = R$; et nous avons déjà dit qu'on avait le rayon de la boule ou $R = 937$ parties; enfin la distance $a = 203\,016,9$ parties.

Mettant ces valeurs dans l'expression ci-dessus, on aura pour la correction totale 51,08 parties, dont 47 parties $\frac{3}{4}$ environ pour la pesanteur du fil, et 3 parties $\frac{1}{4}$ pour celle de la calotte.

Les 51 parties que nous venons de trouver pour correction ne sont qu'environ la 4000e partie de la longueur totale, d'où l'on voit qu'une erreur assez considérable que nous aurions pu commettre sur le poids du fil et de la calotte n'aurait qu'un effet insensible sur la longueur du pendule; il faudrait par exemple que nous nous fussions trompés d'un 8e de grain sur le poids du fil, pour qu'il en résultât une différence d'un 1000e de ligne sur la longueur réduite du pendule à seconde; or nous croyons que notre erreur sur ce poids n'est pas d'un 64e de grain. Quant à l'erreur sur le poids de la calotte, elle influerait encore beaucoup moins sur la longueur du pendule.

Nous avons voulu savoir si, dans la longueur du fil dont nous nous sommes servis, il n'y avait pas quelque inégalité de grosseur qui exigerait une correction particulière; nous avons partagé ce fil en deux parties égales que nous avons pesées, chacune séparément, et nous avons trouvé que la différence n'excédait pas un [illegible] de grain. D'après cela, nous n'y avons pas eu égard dans le calcul.

La correction 51,08 parties que nous venons de trouver peut donc être regardée comme très exacte. Si on retranche cette correction de la distance ci-dessus 203 016,90 parties, on aura la distance depuis le point de suspension jusqu'au centre d'oscillation du pendule d'expérience, ou, ce qui est la même chose, la longueur de ce pendule entièrement corrigée = 202 965,82 parties.

Longueur conclue du pendule à secondes.

Nous avons trouvé que notre pendule d'expérience faisait 43 305,48 oscillations en un jour solaire, temps moyen, et l'on sait que les longueurs des pendules sont en raison inverse des carrés des nombres d'oscillations qu'ils font dans le même temps; d'après cela, pour conclure de notre expérience la longueur du pendule à seconde, c'est-à-dire du pendule qui fait 86 400 vibrations en un jour solaire, on fera cette analogie.

Le carré de 86 400 est au carré de 43 305,48 comme la longueur réduite de notre pendule d'expérience, ou 202 965,82, est à un quatrième terme qu'on trouvera égal à 50 989,55 parties, et qui sera la longueur du pendule à seconde.

Il faut maintenant réduire cette longueur à ce qu'elle serait, si le pendule se mouvait dans le vide. Suivant les expériences de Deluc, lorsque le thermomètre de Réaumur est à 16°,75 et le baromètre à 28 pouces, une ligne de hauteur du mercure répond à 77,55 pieds d'air; c'est-à-dire, qu'alors la pesanteur spécifique de l'air est à celle du mercure comme une ligne est à 77,55 pieds, ou comme 1 est à 11 168. Mais, suivant les Tables de M. Brisson, la pesanteur du mercure est à celle de l'eau distillée comme 13,57 est à 1, et nous avons dit ci-dessus (p. 21) que la pesanteur spécifique de notre boule de platine était à celle de l'eau comme 20,71 est à 1. D'où il résulte que les pesanteurs spécifiques de l'air et de notre boule sont entre elles comme 1 est à 17 044.

L'action de la gravité sur cette boule serait donc environ d'un 17000ᵉ plus forte dans le vide que dans l'air, et, d'après cela, pour que les oscillations dans le vide eussent la durée qu'elles avaient dans l'air, il faudrait augmenter d'un 17000ᵉ la longueur trouvée du pendule, ce qui donnerait 2,99 parties, ou plutôt 3,02 parties, en ayant égard au volume du fil et de la calotte. Cette réduction suppose le baromètre à 28 pouces et le thermomètre de Réaumur à 16° $\frac{3}{4}$, ou nos thermomètres décimaux à 21°. Elle doit être plus grande d'un 336ᵉ pour une ligne de plus dans le baromètre, et d'un 270ᵉ pour un degré du thermomètre décimal; ainsi le baromètre ayant été à $28^{po}\,2^{li},8$ pendant l'expérience, et les thermomètres décimaux à 16°, la correction sera égale à 3,10 parties, qui, étant ajoutées à la longueur du pendule dans l'air, donneront pour sa longueur dans le vide 50 992,6 parties.

Il ne reste plus qu'à rapporter cette mesure à un terme fixe de température, et nous choisirons pour plus de simplicité le terme de la glace fondante, c'est-à-dire que nous réduirons la mesure à ce qu'elle aurait été si la règle de platine avait été au terme de la glace fondante, lorsque nous avons pris la longueur du pendule. Nous remarquerons au reste que la température n'entrera pour rien dans le résultat final que l'on demande, puisque nous devons trouver le nombre d'oscillations faites en un jour par un pendule

égal au mètre ou à la 10 millionième partie du quart du méridien terrestre, et que la grandeur du méridien reste invariable, quelle que soit la température. Mais nous avons besoin de faire la réduction, premièrement pour comparer entre eux nos différens résultats, et ensuite pour rapporter la mesure que nous trouverons à celle des bases de l'arc terrestre qui sera faite avec des règles réduites également à une température donnée.

Nous avons dit (p. 25) qu'au terme de la glace fondante notre thermomètre métallique marquait 151 parties; nous avons dit également que pour 100 parties de plus marquées par ce thermomètre la règle de platine s'alongeait de 92 $\frac{1}{2}$ deux-cent-millièmes, ou, ce qui est la même chose, que pour une partie du thermomètre la règle s'alongeait d'un 216 000[e]. Or dans notre expérience le thermomètre métallique marquait 181,5 parties de plus qu'au terme de la glace fondante; multipliant donc 30,5 par la longueur du pendule 50992,6 parties, et divisant par 216000, on aura la correction de température qu'on trouvera égale à 7,15 parties. Cette correction sera additive, parce que si la règle avait été à la température de la glace, on aurait trouvé pour la longueur du pendule un plus grand nombre de parties de cette règle. D'après cela, on aura la longueur du pendule à seconde entièrement corrigée = 50999,75 parties.

SECONDE EXPÉRIENCE

Cette expérience a été faite dans l'après-midi du même jour 15 juin. Voici les observations :

Heures des concours observés.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits de chaque côté de la verticale.
h m s	m s	′
2.22. 4........	»	60
3.33.48........	71.44	31
6.46. 3........	72.15	17
7.58.12........	72. 9	10

La distance depuis le point de suspension jusqu'au dessous de la boule a été trouvée de 223951,0 parties, le thermomètre métallique marquant alors 182 parties.

Terme moyen des thermomètres à mercure pendant l'expérience	16°,6
Et lorsqu'on a mesuré la longueur du pendule	16°,4

Hauteur du baromètre, 28 pouces 2,2 lignes.

Calcul de l'expérience.

Nous suivrons dans ce calcul et dans ceux des expériences suivantes la même marche que dans celui de la première expérience.

Cherchant d'abord le nombre d'oscillations que le pendule aurait fait en un jour avec le mouvement qu'il avait pendant les observations, et dans la supposition que l'horloge avançait de 13^s,4 par jour sur les fixes ; appliquant ensuite à ces nombres les corrections pour l'amplitude des arcs décrits par le pendule, nous avons les résultats suivans :

Nombre d'oscillations du pendule en un jour.	Correction pour l'amplitude des arcs.	Nombres corrigés.
43304,87	0,45	43305,32
43305,02	0,13	43305,15
43304,99	0,04	43305,03
	Terme moyen	43305,17

		Parties.
La distance depuis le point de suspension jusqu'au dessous de la boule, a été trouvée de		203951,0
Ajoutant d'abord l'alongement de la règle produit par la suspension		0,3
On a		203951,3
Pour trouver la correction relative à la variation de la température dans la caisse du pendule, on a la température moyenne pendant l'expérience		16°,6
Et lorsque la mesure a été prise		16°,4
Différence en moins		0°,2
Mais nous avons trouvé que pour une augmentation d'un degré il fallait retrancher 2,33 parties de la longueur mesurée; d'où on trouvera que par une diminution de 0,2 il faudra ajonter 0,47 parties : ce qui donnera pour la longueur corrigée		Parties. 203951,77
Retranchant, comme dans l'expérience précédente, d'abord pour le rayon de la boule	937,00	988,08
Et ensuite pour le poids du fil et de la calotte	51,08	
Il restera		202963,69

Pour conclure maintenant la longueur du pendule à secondes, on fera cette analogie : le carré de 86400 est au carré de 43305,17 (nombre d'oscillations du pendule d'expérience en un jour) comme la longueur 202965,42 est à un quatrième terme qui sera la longueur du pendule à secondes, et qu'on trouvera.... Parties 50988,71

Cette longueur est celle qui a lieu dans l'air; pour la réduire à celle qui aurait lieu dans le vide, on fera la correction relative à l'état du baromètre et du thermomètre, qu'on trouvera égale à.................. 3,09

Et on aura la longueur dans le vide.... 50991,80

Il ne restera plus qu'à rapporter cette longueur à celle qu'on aurait trouvée si la règle avait été à la température de la glace fondante.

Lorsque la mesure a été prise, le thermomètre métallique marquait 182 parties, c'est-à-dire 31 parties de plus qu'au terme de la glace, qui répond à 151 parties. Multipliant 31 par la longueur déjà trouvée 50991,8 parties, et divisant par 216000, on aura pour la correction cherchée 7,31 parties, qu'il faudra ajouter à 50991,8 parties, et on aura la longueur du pendule à seconde entièrement corrigée = 50999,11 parties.

Le résultat de cette seconde expérience ne diffère de celui de la première que d'environ un 80 millième; ce qui ne donnerait dans la longueur du pendule qu'une différence d'un 180e de ligne

TROISIÈME EXPÉRIENCE

DU 18 JUIN MATIN.

Les heures des concours et la grandeur des arcs décrits ont été observés comme il suit :

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	′
8. 4.52........	»	63
9.16.20........	71.18	32
10.29.12........	72.52	18
11.40.50........	71.38	10
12.53.19........	72.29	6 ½

Distance depuis le point de suspension jusqu'au dessous de la

boule, 203951,8 parties, le thermomètre métallique marquant alors 185 parties.

Température moyenne de la caisse pendant l'expérience..	17°,3
Et lorsque la longueur a été mesurée	17°,7
Différence en plus	0°,4

Hauteur du baromètre, 27 pouces 10,9 lignes.

La marche de l'horloge, d'après plusieurs observations faites le 15, le 18 et le 23, a été trouvée avancer de 13ˢ,1 par jour sur les fixes; d'où il suit que la lentille faisait en un jour solaire, temps moyen, 86649,7 oscillations.

Calcul de l'expérience.

On trouvera d'abord pour le nombre des oscillations du pendule les résultats suivans :

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction par l'amplitude des arcs.	Nombres corrigés.
43304,64..........	0,51	43305,13
43305,02..........	0,14	43305,16
43304,67..........	0,08	43304,75
43304,91..........	0,02	43304,93
	Terme moyen........	43304,99

	Parties.
Distance depuis le point de suspension jusqu'au dessous de la boule..................................	203951,80
Alongement de la règle par la suspension...........	0,30
	203952,10
La température de la caisse du pendule, prise à la fin de l'expérience, excédait de 0,4 la température moyenne pendant les observations; il faudra donc retrancher de la longueur trouvée 2,33 parties multipliées par 0,4, ou..............................	0,93
Et il restera........................	203951,17
On retranchera ensuite pour le rayon de la boule, moins la distance du centre de figure au centre d'oscillation, et pour les corrections relatives au poids du fil et de la calotte, ainsi que dans les expériences précédentes	986,35
Il restera la longueur du pendule d'expérience	202964,82

Multipliant cette longueur par le carré du nombre d'oscillations du pendule trouvé ci-dessus 43304,99, et divisant par le carré de 86400, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air = 50988,38 parties, et ajoutant pour la pesanteur de l'air la correction qui convient à l'état du baromètre et du thermomètre qu'on trouvera = 3,03 parties, on aura la longueur du pendule à seconde dans le vide = 50991,41 parties.

Il reste maintenant à réduire cette mesure à ce qu'elle serait si la règle avait été au terme de la glace. Notre thermomètre métallique marquait 185 parties lorsqu'on a mesuré le pendule, c'est-à-dire qu'il marquait 34 parties de plus qu'au terme de la glace, lequel répond à 151 parties. Multipliant 34 par la longueur trouvée du pendule à seconde, et divisant le produit par 216000, on aura pour correction 8,03 parties qu'on ajoutera à 50991,41: on aura la longueur du pendule entièrement corrigée = 50999,44 parties.

On voit que ce troisième résultat se rapproche du premier encore plus que le second; la différence n'est que d'un 160 millième.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE

DU 18 JUIN AU SOIR.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	°
1.27.57........	»	59 ½
2.38.55........	70.58	30 ½
3.50.15........	71.10	17
5. 1.10........	70.55	10

	Parties.
Longueur mesurée	203952,5
Thermomètre métallique............................	184,7
Température moyenne de la caisse..................	18°
A la fin de l'expérience............................	18°

Marche de l'horloge, comme le matin.

Hauteur du baromètre, 27 pouces 10,7 lignes.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,50..........	0,45	43304,95
43304,57..........	0,13	43304,70
43304,48..........	0,04	43304,52
	Terme moyen........	43304.72

	Parties
Longueur mesurée	203952,50
Ajoutant 0,3 partie pour l'alongement produit par la suspension, et retranchant pour les autres corrections communes aux expériences précédentes 986,35 parties, ou, ce qui est la même chose, retranchant....................................	986,05
On aura la longueur du pendule d'expérience........	202966,45

Multipliant cette quantité par le carré de $\left(\frac{43304,72}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air = 50987,91 parties, et ajoutant la correction pour la pesanteur de l'air, 3,05 parties, on aura la longueur du pendule dans le vide = 50990,96 parties.

Enfin, le thermomètre métallique ayant marqué 184,7 parties, c'est-à-dire 33,7 parties plus qu'au terme de la glace, la correction pour réduire la mesure à cette température sera = 7,95 parties ; ce qui, étant ajouté à la longueur ci-dessus 50990,96 parties, donnera pour la longueur entièrement corrigée du pendule à seconde 50998,91 parties.

Ce résultat diffère du premier d'un 60 millième à peu près; mais si on le compare au résultat moyen des quatre expériences, la différence n'est plus que d'un 130 millième.

CINQUIÈME EXPÉRIENCE

DU 25 JUIN AU MATIN.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	
8.51.23........	»	67
10. 3.25........	72. 2	34
11.16.45........	73.20	19
12.30. 0........	73.15	11
13.44.39........	74.39	6

	Parties.
Longueur mesurée	203951,3
Le thermomètre métallique marquait	181,0
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience	16°,4
Température à la fin de l'expérience	16°,3
Différence en plus	0°,1

Hauteur du baromètre, 28 pouces 2 lignes.

L'horloge avançait par jour de 13^s,3 sur les fixes, et par conséquent la lentille faisait 86650 oscillations en un jour solaire temps moyen.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,95	0,55	43305,50
43305,31	0,15	43305,46
43305,28	0,05	43305,33
43305,64	0,02	43305,66
	Terme moyen	43305,49

	Parties.
Longueur mesurée du pendule	203951,30
Correction pour la température de la caisse soustractive	0,23
	203951,07
Autres corrections communes aux précédentes expériences soustractives	986,05
Longueur du pendule d'expérience	202965,02

Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43305,49}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air = 50989,36 parties, et ajoutant pour la correction de la pesanteur de l'air 3,10 parties, on aura la longueur du pendule à seconde dans le vide = 50992,46 parties.

Enfin le thermomètre métallique ayant marqué 181 parties lorsqu'on a mesuré le pendule, on trouvera que la correction pour la réduction au terme de la glace est de 7,08 parties qui, étant ajoutées à 50992,46, donneront pour la longueur du pendule à seconde entièrement corrigée 50999,54 parties.

Ce résultat de la cinquième expérience s'accorde, à un 260 mil-

lième près, avec le résultat moyen des cinq expériences prises ensemble.

SIXIÈME EXPÉRIENCE

DU 27 JUIN AU MATIN.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	'
8.43. 9........	»	71
9.55.10........	72. 1	34 ½
11. 8. 0........	72.50	19
12.21. 2........	73. 2	11
13.34.11........	73. 9	7

	Parties
Longueur mesurée..................................	203952,0
Thermomètre métallique............................	181,8
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience.	16°,0
Et à la fin de l'expérience...........................	16°,4
Différence en plus.....................	0°,4

Hauteur du baromètre, 28 pouces 2,5 lignes.

L'horloge avançait de 13ˢ,4 par jour sur les fixes, et faisait 86650 oscillations en un jour solaire, temps moyen.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,94..........	0,60	43305,54
43305,17..........	0,15	43305,32
43305,23..........	0,05	43305,28
43305,25..........	0,02	43305,27
	Terme moyen........	43305,35

	Parties.
Longueur mesurée du pendule.....................	203952,00
Correction pour la température de la caisse à soustraire	0,93
	203951,07
Corrections communes aux expériences précédentes à soustraire..................................	986,05
Longueur du pendule d'expérience	202965,02

Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43305,35}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air	50989,05
Ajoutant pour la pesanteur de l'air	3,01
Et pour la réduction au terme de la glace	7,27
On aura pour la longueur entière corrigée	50999,33

Les expériences que nous venons de rapporter ont été faites la boule étant suspendue par un même point de la surface; dans les suivantes, nous l'avons suspendue par le point diamétralement opposé, afin de pouvoir corriger les erreurs provenant des petites irrégularités de la figure de la boule ou de l'inégale densité de ses parties.

SEPTIÈME EXPÉRIENCE

DU 28 JUIN AU MATIN.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	
7.57.48........	»	67
9. 9. 0........	71.12	34
10.21.40........	72.40	19
11.34.35........	72.55	11
12.47. 0........	72.25	7

	Parties.
Longueur mesurée	203953,75
Thermomètre métallique..........................	185,0
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience.	17°,5
Température à la fin de l'expérience...............	18°,1
Différence en plus....................	0°,6

Hauteur du baromètre, 28 pouces 2 lignes.

Avance de l'horloge sur les fixes, $13^s,2$, et par conséquent la lentille faisait 86649,8 oscillations en un jour.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,62..........	0,55	43305,17
43305,02..........	0,15	43305,17
43305,09..........	0,05	43305,14
43304,96..........	0,02	43304,98
Terme moyen........		43305,12

	Parties.
Longueur mesurée	203953,75
Correction pour la température de la caisse	1,40
	203952,35
Corrections communes aux autres expériences	986,05
Longueur du pendule d'expérience	202966,30
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43305,12}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air	50988,00
Correction pour la pesanteur de l'air	3,08
Et pour la réduction au terme de la glace	8,03
Longueur du pendule entièrement corrigée	50999,91

HUITIÈME EXPÉRIENCE

DU 28 JUIN AU SOIR.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	′
3.23.24	»	61′
4.34.34	71.10	31 $\frac{1}{2}$
5.46.16	71.42	18
6.57.30	71.14	10
8. 9.14	71.44	6

	Parties.
Longueur mesurée	203954,5
Thermomètre métallique	186,5
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience.	18°,6
Température à la fin de l'expérience	18°,8
Différence en plus	0°,2

Hauteur du baromètre, 28 pouces 1,7 ligne.

L'avance de l'horloge la même que le matin du même jour.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,61	0,47	43305,08
43304,76	0,14	43304,90
43304,63	0,04	43304,67
43304,77	0,02	43304,79
	Terme moyen	43304,86

	Parties.
Longueur mesurée	203954,50
Correction pour la température de la caisse	0,47
	203954,03
Corrections communes aux expériences précédentes..	986,05
	202967,98
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43304,88}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air	50988,64
Correction pour la pesanteur de l'air	3,06
Et pour la réduction au terme de la glace	8,38
Longueur du pendule entièrement corrigée....	51000,08

NEUVIÈME EXPÉRIENCE

DU 28 JUIN AU MATIN.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	
7.58.32	»	68
9. 9. 8	70.36	$34\frac{1}{2}$
10.20.32	70.24	$19\frac{1}{2}$
11.31.38	71. 6	$11\frac{1}{2}$
12.42.58	71.20	7

	Parties.
Longueur mesurée	203955,8
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience	19°,4
Température à la fin de l'expérience	19°,7
Différence en plus	0°,3

Baromètre, 28 pouces 0,9 ligne.

L'horloge avance de 13^s,0 par jour sur les fixes, et par conséquent elle fait 86649,6 oscillations en un jour.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,34	0,57	43304,87
43304,58	0,16	43304,74
43304,49	0,05	43304,54
43304,56	0,02	43304,58
	Terme moyen.....	43304,68

	Parties.
Longueur mesurée	203955,80
Correction pour la température de la caisse	0,70
	203955,10
Corrections communes aux expériences précédentes	986,05
Longueur du pendule d'expérience	202969,05
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43304,68}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air	50988,48
Correction pour le poids de l'air	3,06
Et pour la réduction au terme de la glace	8,57
Longueur du pendule entièrement corrigée	51000,11

Le fil du pendule ayant été rompu par accident lorsqu'on se préparait à faire une nouvelle expérience, on a ajusté un nouveau fil qui a été pesé avec le même soin que le premier et dont on a trouvé le poids égal à 14,80 grains; on a vérifié aussi la régularité de ce fil en le partageant en deux parties égales qu'on a pesées séparément, et la différence s'est trouvée pour ainsi dire nulle.

Mais, avant de rapporter les nouvelles expériences, nous allons comparer les résultats des six premières avec ceux des trois dernières qui ont été faites, la boule étant suspendue par des points diamètralement opposés, afin d'y appliquer, s'il y a lieu, la correction dont nous avons parlé page 21.

	Premières expériences.	Deuxièmes expériences. (La boule suspendue par un point opposé.)
	Parties.	Parties.
1	50999,75	
2	50999,11	
3	50999,44	50999,91
4	50999,91	51000,08
5	50999,54	51000,11
6	50999,33	
Terme moyen	50999,35	Terme moyen... 51000,03

Quoique les termes moyens de ces deux suites d'expériences ne diffèrent entre eux que d'un 75 millième seulement, et qu'on puisse attribuer du moins en partie cette différence aux défauts des observations, néanmoins, comme les résultats de la seconde suite s'accordent très bien entre eux, et que chacun est supérieur au

plus fort résultat de la première, on peut supposer que la différence est due au changement du point de suspension de la boule, par conséquent aux petites irrégularités de sa figure ou à l'inégale densité de ses parties. D'après cela, nous corrigerons les résultats en ajoutant à ceux de la première suite et retranchant à ceux de la seconde la moitié de la différence qui se trouve entre les résultats moyens des deux suites; ce qui nous donnera les expériences corrigées comme on le voit ci-après :

1	51000,09
2	50999,45
3	50999,78
4	50999,25
5	50999,88
6	50999,67
7	50999,57
8	50999,74
9	50999,77
Terme moyen	50999,69

Comparant ces résultats entre eux, on trouve que celui qui s'écarte le plus du terme moyen n'en diffère cependant que d'un 116000e environ; ce qui ne donnerait qu'un 263e de ligne sur la longueur du pendule à seconde.

DIXIÈME EXPÉRIENCE

DU 3 JUILLET AU MATIN.

Dans cette expérience et dans les trois suivantes, la boule a été suspendue par un point placé à 90 degrés du premier : le rayon de la boule correspondant à ce point s'est trouvé de 937 parties comme ci-devant.

On a calculé la correction pour le poids du nouveau fil, qui était, comme nous l'avons dit, de 14,80 grains, et on a trouvé pour cette correction, jointe à celle du poids de la calotte, 54,55 parties

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	'
7.44. 6	»	57½
8.58.20	74.14	30
10.12.30	74.10	17
11.27.40	75.10	10
12.41.50	74.10	6

	Parties.
Longueur mesurée..............................	203946,75
Thermomètre métallique.........................	185,00
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience..	18°,0
Température lorsqu'on a mesuré le pendule..........	18°,3
Différence en plus......................	0°,3

Hauteur du baromètre, 27 pouces 10 lignes ½.

L'horloge avançait par jour de 13ˢ,5 sur les fixes; ainsi la lentille faisait en un jour 86 650,1 oscillations.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43305,60.........	0,43	43306,03
43305,58.........	0,13	43305,71
43305,85.........	0,04	43305,89
43305,58.........	0,02	43305,81
	Terme moyen.....	43305,81

		Parties
Longueur mesurée..............................		203946,75
Correction pour la température de la caisse.........		0,70
		203946,05
Correction pour le poids du fil et de la calotte, à soustraire..................	54,55	989,52
Rayon de la boule moins la distance (du centre) de figure au centre d'oscillation, qu'il faut également soustraire.........	935,27	
Alongement de la règle par l'effet de la suspension, à ajouter.................	0,30	
Longueur du pendule d'expérience...........		202956,53
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43305,81}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air..................................		50987,88
Correction pour le poids de l'air....................		3,04
Et pour la réduction au terme de la glace..........		8,03
Longueur du pendule entièrement corrigée....		50999,05

ONZIÈME EXPÉRIENCE

DU 4 JUILLET.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	
9.28.18........	»	65'
10.41.20........	73. 2	33½
11.55.30........	74.10	18½
13.10.15........	74.45	11
14.24.30........	74.15	6½

	Parties.
Longueur mesurée..............................	203947,0
Thermomètre métallique...........................	183,5
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience..	18°,2
Température lorsqu'on a mesuré le pendule..........	18°,0
Différence en moins..................	0°,2

L'horloge avance de 13ˢ,5 par jour sur les fixes, comme dans l'expérience précédente.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43305,28.........	0,53	43305,81
43305,57.........	0,15	43305,72
43305,73.........	0,05	43305,78
43305,60...	0,02	43305,62
	Terme moyen.....	43305,73

	Parties
Longueur mesurée..............................	203947,00
Correction pour la température de la caisse, additive.	0,47
	203947,00
Corrections communes à l'expérience précédente.....	989,53
Longueur du pendule d'expérience............	202957,93
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43305,73}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air..................................	50988,14
Correction pour le poids de l'air....................	3,05
Et pour la réduction au terme de la glace...........	7,65
Longueur du pendule entièrement corrigée.. .	50998,80

DOUZIÈME EXPÉRIENCE

DU 9 JUILLET MATIN.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	′
10. 0.53........	»	$59\frac{1}{2}$
11.12.39........	72. 4	31
12.24.57........	72.18	17
13.37.23........	72.26	10
14.48.57...... ..	72.34	6

	Parties.
Longueur mesurée..............................	203950,2
Thermomètre métallique...	189,5
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience..	20°,0
Température lorsqu'on a mesuré le pendule.........	20°,3
Différence en plus...................	0°,3

Hauteur du baromètre 27 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$.

L'horloge avance de 13^s,4 par jour sur les fixes. Nombre d'oscillations de la lentille en un jour, 86650.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,96.........	0,45	43305,41
43305,03.........	0,13	43305,16
43305,06.........	0,04	43305,10
43304,82.........	0,01	43304,83
	Terme moyen... .	43305,12

	Parties.
Longueur mesurée................................	203950,20
Correction pour la température de la caisse.........	0,70
	203949,50
Corrections communes aux expériences précédentes..	989,52
Longueur du pendule d'expérience............	202959,98
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43305,12}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air......................................	50987,23
Correction pour le poids de l'air....................	3,03
Et pour la réduction au terme de la glace...........	9,09
Longueur du pendule à seconde corrigée......	50999,35

TREIZIÈME EXPÉRIENCE

DU 9 JUILLET AU SOIR.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	
4.23.18.........	»	63'
5.34.25.........	71. 7	32
6.46.30.........	72. 5	18
7.59.20.........	72.50	11
8.10.45.........	71.25	6

	Parties.
Longueur mesurée................................	203950,2
Thermomètre métallique..........................	190,2
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience..	20°,8
Température lorsqu'on a mesuré le pendule...........	20°,9
Différence en plus....................	0°,1

Hauteur du baromètre 27 pouces 11 lignes.

L'avance de l'horloge comme dans l'expérience précédente.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,70.........	0,51	43305,21
43304,97.........	0,14	43305,11
43305,17.........	0,04	43305,22
43304,78.........	0,02	43305,80
	Terme moyen.....	43305,08

	Parties.
Longueur mesurée..............................	203950,2
Correction pour la température de la caisse.........	0,25
	203949,95
Corrections communes aux expériences précédentes..	989,52
Longueur du pendule d'expérience...........	202960,43

Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43305,08}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air.. 50987,25

Correction pour le poids de l'air...................	3,00
Et pour la réduction au terme de la glace...........	9,30
Longueur du pendule à seconde corrigée......	50999,55

QUATORZIÈME EXPÉRIENCE

DU 10 JUILLET MATIN.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	′
7.45. 8........	»	$64\frac{1}{2}$
8.56.45........	71.37	$32\frac{1}{2}$
10. 8.55........	72.10	$17\frac{1}{2}$
11.22. 6........	73.11	10
12.34. 0........	71.54	6

	Parties.
Longueur mesurée	203950,2
Thermomètre métallique..........................	191,0
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience..	20°,6
Température lorsqu'on a mesuré le pendule.........	20°,9
Différence en plus	0°,3

L'horloge avance de 13ˢ,4 par jour sur les fixes; la lentille fait donc 86 650 oscillations en un jour.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,84.........	0,51	43305,35
43305,00.........	0,14	43305,14
43305,27.........	0,04	43305,31
43304,92.........	0,02	43304,94
	Terme moyen.....	43305,18

	Parties.
Longueur mesurée	203950,2
Correction pour la température de la caisse.........	0,70
	203949,50
Corrections communes aux expériences précédentes.	289,52
Longueur du pendule d'expérience	202959,98
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43305,18}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air...	50987,37
Correction pour le poids de l'air..................	3,02
Et pour la réduction au terme de la glace..........	9,44
Longueur du pendule entièrement corrigée....	50999,83

QUINZIÈME EXPÉRIENCE

DU 10 JUILLET SOIR.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	
4.14.18.........	»	61
5.25.20.........	71. 2	$31\frac{1}{2}$
6.37.20.........	72. 0	17
7.49.45.........	72.25	10
9. 0.28.........	72.43	6

	Parties.
Longueur mesurée..................................	203950,0
Thermomètre métallique..........................	190,0
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience..	21°,0
Température lorsqu'on a mesuré le pendule..........	21°,0

Hauteur du baromètre, 27 pouces 10,9 lignes.

L'horloge avance de $13^s,4$ par jour sur les fixes.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,68..........	0,47	43305,15
43304,95..........	0,13	43305,08
43305,06..........	0,04	43305,10
43305,14..........	0,02	43305,16
	Terme moyen........	43305,12

	Parties.
Longueur mesurée..............................	203950,00
Corrections communes aux expériences précédentes..	989,52
Longueur du pendule d'expérience............	202960,48
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43305.12}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air...	50987,36
Correction pour le poids de l'air..................	3,01
Et pour la réduction au terme de la glace...........	9,21
Longueur du pendule entièrement corrigée.....	50999,58

SEIZIÈME EXPÉRIENCE

DU 11 JUILLET MATIN.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	′
9.58. 2........	»	62
11. 8.59........	70.57	31 ½
12.21. 0........	72. 1	17
13.33.40........	72.40	10
14.45.50........	72.10	6

	Parties.
Longueur mesurée..............................	203950,7
Thermomètre métallique..........................	191,75
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience....................................	21°,0
Température lorsqu'on a mesuré le pendule.........	21°,6
Différence en plus.......................	0°,6

Hauteur du baromètre, 27 pouces 9 lignes ½.

L'horloge avance de 13ˢ,4 par jour sur les fixes.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,64..........	0,49	43305,13
43304,95..........	0,13	43305,08
43305,12..........	0,04	43305,16
43305,00..........	0,02	43305,02
	Terme moyen........	43305,10

	Parties.
Longueur mesurée..............................	203950,7
Correction pour la température de la caisse..........	1,4
Longueur du pendule d'expériences...........	203949,30
Corrections communes aux expériences précédentes.	989,52
	202959,78
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43305,10}{86400}\right)$, on trouvera la longueur du pendule à seconde dans l'air..................................	50987,13
Correction pour la pesanteur de l'air...............	2,99
Et pour la réduction au terme de la glace...........	9,62
Longueur du pendule entièrement corrigée.....	50999,74

DIX-SEPTIÈME EXPÉRIENCE

DU 11 JUILLET SOIR.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	
2.19.23........	»	63°
3.29.53........	70.30	32
4.41.43........	71.50	17 ½
5.53.28........	71.45	10
7. 5.12........	71.44	6

	Parties
Longueur mesurée................................	203951,7
Thermomètre métallique........................	192,0
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience..	21°,6
Température lorsqu'on a mesuré le pendule.........	21°,6
Hauteur du baromètre, 27 pouces 8 lignes.	

L'horloge avance de 13ˢ,4 par jour sur les fixes.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43304,52..........	0,51	43305,03
43304,90..........	0,14	43305,04
43304,88..........	0,04	43304,92
43304,87..........	0,02	43304,89
	Terme moyen........	43304,97

	Parties
Longueur mesurée................................	203951,70
Corrections communes aux expériences précédentes..	989,52
Longueur du pendule d'expérience.............	202962,18
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43304,97}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air................................	50987,44
Correction pour la pesanteur de l'air..............	2,97
Et pour la réduction au terme de la glace..........	9,68
Longueur du pendule entièrement corrigée.....	51000,09

Dans les trois dernières expériences qui suivent et qui seront

les dernières, nous avons employé un nouveau fil qui ne pesait que 10 grains $\frac{41}{100}$; nous lui avons donné un peu plus de longueur qu'aux premiers, afin que les intervalles entre les concours fussent plus courts. Le point de suspension était le même que dans les dixième, onzième, douzième et treizième expériences.

DIX-HUITIÈME EXPÉRIENCE

DU 28 JUILLET.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	'
2.30.30........	»	55 $\frac{1}{2}$
3.22.49........	52.19	35
4.15. 5........	52.16	23
5. 7.31........	52.26	16
5.59.57........	52.26	10 $\frac{1}{2}$
6.52.27........	52.30	7 $\frac{1}{2}$
7.45.15........	52.48	5

	Parties.
Longueur mesurée..................................	204008,70
Thermomètre métallique..........................	183,8
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience..	18°,2
Température lorsqu'on a mesuré le pendule.........	18°,2

Hauteur du baromètre, 28 pouces 2 lignes.

L'horloge avance par jour sur les fixes de 13^s,6; ainsi la lentille faisait 86650,2 oscillations en un jour.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43297,50..........	0,45	43297,95
43297,48..........	0,19	43297,67
43297,56..........	0,09	43297,65
43297,56..........	0,04	43297,60
43297,60..........	0,02	43297,62
43297,75..........	0,01	43297,76
	Terme moyen........	43297,71

		Parties.
Longueur du pendule		204008,70
Correction pour le poids du fil et de la calotte, calculée d'après le poids du nouveau fil qui est de 10,41 grains	39,59	
Rayon de la boule, moins la distance depuis le centre de figure jusqu'au centre d'oscillation	935,27	
	974,77	
A soustraire l'alongement de la règle par l'effet de la suspension	0,30	974,47
Longueur du pendule d'expérience		203034,23
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43297,71}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air		50988,43
Correction pour le poids de l'air		3,08
Et pour la réduction au terme de la glace		7,74
Longueur du pendule entièrement corrigée		50999,25

DIX-NEUVIÈME EXPÉRIENCE

DU 31 JUILLET.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	′
11.35.34	»	79
12.26.50	51.16	47
13.19.26	52.36	30
14.12. 4	52.38	20
15. 4.38	52.34	14
15.56.58	52.20	$9\frac{1}{2}$
16.49.28	52,30	$6\frac{1}{2}$

	Parties.
Longueur mesurée	204008,50
Thermomètre métallique	183,0
Température moyenne de la caisse pendant l'expérience	17°,1
Température lorsqu'on a mesuré le pendule	17°,4
Différence	0°,3

Hauteur du baromètre, 28 pouces 2 lignes.

L'horloge avance de 13^s,7 par jour sur les fixes. Nombre d'oscillations de la lentille en un jour, 86650,3.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43296,99	0,85	43297,84
43297,70	0,33	43298,03
43297,72	0,14	43297,86
43297,68	0,06	43297,74
43297,55	0,08	43297,55
43297,64	0,02	43297,66
	Terme moyen	43297,78

	Parties.
Longueur mesurée	204008,50
Correction pour la température de la caisse	0,70
	204007,80
Correction commune à l'expérience précédente	974,47
Longueur du pendule d'expérience	203033,33
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43297,78}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air	50988,35
Correction pour le poids de l'air	3,10
Réduction au terme de la glace	7,56
Longueur du pendule entièrement corrigée	50999,01

VINGTIÈME EXPÉRIENCE

DU 4 AOUT.

Heures des concours.	Intervalles entre les concours.	Arcs décrits.
h m s	m s	
11.23.42	»	110
12.11.52	48.10	64 ½
13. 2.38	50.46	40
13.53.26	50.48	26
14.40.20	50.54	18
15.35.18	50.58	12
16.25.58	50.40	8 ½

	Parties.
Longueur mesurée	204013,15
Thermomètre métallique	192,0
Température moyenne de la caisse	21°,6
Température lorsqu'on a mesuré le pendule	21°.1
Différence en plus	0°,5

Hauteur du baromètre, 27 pouces 11 lignes.

L'horloge avance de 13^s,2 par jour sur les fixes, et par conséquent la lentille fait en un jour 86649,8 oscillations.

Calcul de l'expérience.

Nombre d'oscillations en un jour.	Correction des arcs.	Nombres corrigés.
43294,92..........	1,71	43296,63
43296,45..........	0,60	43297,05
43296,47..........	0,24	43296,71
43296,53.	0,11	43296,64
43296,57..........	0,05	43296,62
43296,40..........	0,02	43296,42
	Terme moyen........	43296,68

L'amplitude de l'arc décrit dans l'intervalle des deux premiers concours étant de 110′, on pourrait appliquer à ce premier intervalle la correction de l'extensibilité du fil dont on a parlé page 39: mais il n'en résulterait qu'une différence de 0,02 partie, et comme elle serait beaucoup plus petite pour les intervalles suivants, nous n'y aurons point égard.

	Parties.
Longueur mesurée................................	204013,50
Correction de la température de la caisse...........	1,17
	204012,33
Corrections communes aux expériences précédentes..	974,47
Longueur du pendule d'expérience...	203037,86
Multipliant cette longueur par le carré de la fraction $\left(\frac{43296,68}{86400}\right)$, on aura la longueur du pendule à seconde dans l'air..	50986,93
Correction pour le poids de l'air....................	3,01
Et pour la réduction au terme de la glace..........	9,68
Longueur du pendule entièrement corrigée.....	50999,62

Nous allons maintenant appliquer à ces trois dernières suites d'expériences la correction des inégalités de la boule, comme nous l'avons fait, page 47, pour les deux premières, en observant de réunir ensemble les résultats de la troisième et de la cinquième suite, dans lesquelles la boule était suspendue par le même point, pour les comparer à ceux de la quatrième, dans la

quelle le point de suspension était diamétralement opposé au premier.

Résultats de la troisième et de la cinquième suite.

Troisième suite....	50999,05
	50999,86
	50999,35
	50999,53
Cinquième suite...	50999,25
	50999,01
	50999,62
Terme moyen...	50999,24

Résultats de la quatrième suite.

Quatrième suite ...	50999,83
	50999,48
	50999,74
	50999,09
Terme moyen...	50999,81

Les deux résultats moyens diffèrent entre eux de 0,57 partie; la moitié de cette différence, c'est-à-dire 0,28 partie, pourra être regardée comme la correction des inégalités de la boule. On ajoutera donc cette quantité aux expériences de la troisième et de la cinquième suite, et on la retranchera de celles de la quatrième suite; ce qui donnera les résultats ci-après :

Longueur corrigée.

Troisième suite..........	50999,33
	50999,14
	50999,63
	50999,81
Quatrième suite.........	50999,55
	50999,30
	50999,46
	50999,81
Cinquième suite.........	50999,53
	50999,29
	50999,90
Terme moyen......	50999,52

Si l'on compare chacun de ces résultats corrigés avec leur résultat moyen, on trouvera que la plus grande différence n'est que d'un 134 millième du total; ce qui ne répondrait qu'à un 300ᵉ de ligne sur la longueur conclue du pendule à seconde, et si l'on

compare le résultat moyen avec celui que nous avons eu ci-dessus pour les neuf premières expériences, on trouvera que la différence n'est que d'un 300 millième.

On voit par ces comparaisons que nos vingt expériences s'accordent singulièrement bien entre elles; d'après cela nous avons cru qu'il était inutile de les multiplier davantage, et nous pensons que leur résultat général déterminera avec beaucoup de précision la longueur du pendule à seconde.

Nous avons réuni ces expériences dans le Tableau suivant, dont la première et la deuxième colonne marquent l'état du thermomètre et la durée des comparaisons; la troisième colonne donne les longueurs corrigées du pendule, et la quatrième contient les différences entre chaque résultat et le résultat moyen

Tableau des vingt expériences.

	Durée des comparaisons.	État des thermomètres.	Longueurs du pendule.	Différ. avec le résultat moyen.
	h m	o	Parties.	Parties.
Première suite	4.53	16,1	51000,09	[illegible]
	3.36	16,6	50999,45	[illegible]
	4.48	17,3	50999,78	[illegible]
	3.33	18,0	50999,25	[illegible]
	4.53	16,4	50999,88	[illegible]
	4.51	16,0	50999,67	[illegible]
Seconde suite, la boule suspendue par un point diamétralement opposé au premier	4.49	17,5	50999,57	[illegible]
	4.46	18,6	50999,74	[illegible]
	4.44	19,4	50999,77	[illegible]
Troisième suite, la boule suspendue par un point placé à 90° des premières	4.48	18,0	50999,33	[illegible]
	4.56	18,2	50999,14	[illegible]
	4.48	20,0	50999,63	[illegible]
	4.47	20,8	50999,81	[illegible]
Quatrième suite, la boule suspendue par un point diamétralement opposé au précédent	4.49	20,6	50999,55	[illegible]
	4.46	21,0	50999,30	[illegible]
	4.48	21,0	50999,46	[illegible]
	4.46	21,6	50999,81	[illegible]
Cinquième suite, le point de suspension étant le même que dans la troisième suite	5.14	18,2	50999,53	[illegible]
	5.14	17,1	50999,29	[illegible]
	5. 2	21,6	50999,90	[illegible]
Résultat moyen			50999,60	

Examinant les différences entre chaque résultat et le résultat moyen, portées dans la quatrième colonne, on voit que la plus grande de ces différences ne va qu'à un 104 millième environ du total; d'où on doit présumer que le résultat moyen approche beaucoup de la vraie longueur du pendule à seconde. Nous établirons en conséquence que la longueur du pendule qui bat les secondes à l'observatoire de Paris est égale à 50999,6 parties de notre règle, chaque partie étant un 200 millième de cette règle.

Il reste maintenant à connaître le rapport de notre règle avec celles qui doivent servir à déterminer la grandeur du méridien terrestre, afin que dans la suite, lorsque cette grandeur du méridien sera bien connue, on puisse exprimer la longueur du pendule en parties du méridien.

Ce rapport a déjà été donné dans le Mémoire concernant les quatre règles de platine qui sont destinées à la mesure des bases de l'arc terrestre (1). Celle de ces quatre règles qui est numérotée 1, et à laquelle on a rapporté les trois autres, a été comparée avec soin à la règle employée aux observations du pendule. La comparaison a été faite à l'eau mise à la température de la glace fondante, et l'on a trouvé que 204000 parties de la règle du pendule répondaient à 203995,1 parties de la règle n° 1; d'où il suit que les 50999,6 parties de la première, qui expriment la longueur du pendule à seconde, sont égales à 50998,38 parties de la seconde, et comme ces parties sont des 200 millièmes, on en conclura que la longueur du pendule est égale à la fraction 0,2549919 de la règle n° 1, supposée à la température de la glace.

Nous pouvons encore, d'après les comparaisons rapportées dans le Mémoire sur la mesure des bases (2), exprimer la longueur du pendule à seconde en parties de la toise (3) qui a servi à déterminer la grandeur des degrés du méridien qui traverse la France.

Il paraît que les savants qui ont exécuté cette opération avaient rapporté leur mesure à cette toise prise à la température de 13° du thermomètre de Réaumur. Or, dans le Mémoire cité, on trouve

(1) Voir *Base du Système métrique*, t. III, p. 332.
(2) *Ibidem*, p. 335.
(3) Toise du Pérou, ou de l'Académie.

que la longueur de cette toise supposée à la température de 13° est à la longueur de la règle n° 1, supposée à la température de la glace fondante, comme 100015,15 est à 200000. Cela posé, multipliant le rapport $\frac{200000}{100015,15}$ par la fraction trouvée ci-dessus 0,2549919, et multipliant encore le résultat par 864 (nombre de lignes contenues dans la toise), on trouvera que la longueur du pendule à seconde est égale à 440,5593 lignes.

MÉTHODE POUR DÉTERMINER

LA

LONGUEUR DU PENDULE SIMPLE

QUI BAT LES SECONDES

ET POUR TROUVER, EN GÉNÉRAL, LES POSITIONS DES CENTRES DE GRAVITÉ
ET D'OSCILLATION
ET LE MOMENT D'INERTIE D'UN CORPS DE FORME QUELCONQUE;

PAR M. DE PRONY.

[Mémoire présenté à la *Première Classe de l'Institut* dans la séance du 11 vendémiaire, an IX (¹).]

Je présentai à l'Académie des Sciences, au mois d'avril 1792, une méthode pour déterminer la longueur du pendule simple qui bat les secondes, par des expériences faites sur un corps solide de figure et de pesanteur quelconques.

Ma méthode consistait à faire osciller le corps sur trois axes horizontaux différents, situés dans le même plan qui renferme le centre de gravité du corps et de position fixe sur ce corps, et à tenir compte, à chaque expérience, des nombres d'oscillations obtenus dans des temps égaux. Ces nombres, introduits dans les formules que j'avais données dans mon Mémoire, faisaient connaître la position du centre de gravité du corps, la valeur de son moment d'inertie par rapport à un axe parallèle à ceux de suspension et passant par son centre de gravité, et enfin les posi-

(¹) Ce Mémoire inédit a été retrouvé, par M. le capitaine Defforges, dans les papiers de M. de Prony, déposés aux Archives de l'École des Ponts et Chaussées. L'existence en est signalée dans les *Procès-verbaux* de l'Institut.

tions des trois centres d'oscillation par rapport à chacun des axes de suspension [1].

J'avais joint à la solution analytique du problème les dessins très détaillés d'un instrument propre à faire les expériences, en observant qu'on pouvait simplifier les opérations et les calculs, en plaçant l'axe de suspension moyen à distances égales des axes extrêmes.

Ma méthode fut jugée digne de l'attention des savants; elle avait, sur toutes celles employées jusqu'alors, de très grands avantages dont les principaux étaient :

1° De dispenser absolument d'avoir égard à la forme du corps;

2° De pouvoir employer une masse d'un assez grand poids pour qu'elle oscillât, sans interruption, pendant tout le temps qui s'écoulerait entre deux passages consécutifs d'une étoile par le même vertical;

3° Enfin, de faire les expériences avec un corps de forme invariable, de la plus grande solidité, dont la conservation indéfinie et le transport n'offrent aucune difficulté, et sur lequel on peut répéter, à une époque quelconque et dans des lieux différents, des expériences parfaitement comparables et des mesures absolument identiques avec celles qui ont servi à une détermination primitive.

La méthode ordinaire ne présente aucun de ces avantages, car elle exige des attentions très délicates pour avoir égard à la forme

---

[1] Soient, en effet, n, n', n'' les nombres d'oscillations infiniment petites exécutées dans le même temps T autour de trois axes; a la distance du premier axe au deuxième; c sa distance au troisième; x la distance du premier axe au centre de gravité du corps oscillant et k le rayon de giration de ce corps; on aura

$$\frac{T^2 g}{n^2\pi^2} = x + \frac{k^2}{x},$$

$$\frac{T^2 g}{n'^2\pi^2} = x - a + \frac{k^2}{x-a},$$

$$\frac{T^2 g}{n''^2\pi^2} = x - c + \frac{k^2}{x-c}.$$

Ces équations ne contiennent que trois inconnues, g, x et k^2, qui seront déterminées dès qu'on aura mesuré les nombres n, n', n'' et les distances des couteaux. (*Voir* les *Leçons de Mécanique analytique* de Prony, t. II, p. 340, où ce problème est traité complètement.) (C. W.)

des corps ; elle ne donne que des oscillations d'une heure ou deux, tout au plus, et, enfin, lorsque l'appareil est démonté, il est impossible de répéter les expériences avec des circonstances parfaitement identiques.

J'aurais désiré vivement, d'après ces considérations, pouvoir faire un essai de ma méthode ; mais mes occupations multipliées ne m'en laissant pas le loisir, je l'avais entièrement perdue de vue, lorsqu'un de mes amis ([1]), il y a quelques jours, me demanda communication de mon travail, en me faisant part du projet qu'il avait d'exécuter l'instrument. Cette ouverture m'engagea à faire un nouvel examen de mes premières idées, qui m'a conduit à l'invention d'une méthode et d'un instrument beaucoup plus simples que les précédents et préférables à tous égards.

En conservant, comme précédemment, les avantages de la grandeur de la masse, de l'invariabilité de sa forme, de sa solidité, de sa durée indéfinie, etc., j'obtiens une disposition telle que les données fournies par l'expérience, non seulement dispensent d'avoir égard à la forme du corps, mais donnent, de plus, la position du centre d'oscillation, visible et fixée sur ce corps, de manière qu'on peut mesurer sa distance à la suspension avec la précision la plus rigoureuse et par le même procédé qu'on emploie pour vérifier la longueur d'un étalon de mesure.

Ma nouvelle théorie est fondée sur les propriétés suivantes :

1° Si l'on fait passer une ligne par le centre de gravité, sur laquelle on prenne, de part et d'autre de ce centre, deux points qui en soient également distants, le nombre des oscillations sera

---

([1]) « Le célèbre horloger Bréguet, membre de l'Académie royale des Sciences et du Bureau des Longitudes, qui avait fort goûté l'idée du pendule à suspension triple ou double, proposa, en 1798, à M. de Prony, avec qui il était particulièrement lié, de construire cet instrument et de le placer dans une maison de campagne, près de Paris, où M. de Prony, qui en était propriétaire, avait construit un observatoire muni d'une lunette méridienne très bien établie et d'autres instruments astronomiques. On fabriqua d'abord un modèle de pendule à suspension double et réciproque pour diriger le travail des ouvriers ; la distance des couteaux devait être de 2m. Mais les missions longues et lointaines qui avaient tenu M. de Prony éloigné de Paris, pendant la plus grande partie du temps écoulé entre 1799 et 1812, et ensuite la destruction de son observatoire, à l'époque de l'occupation militaire de sa maison, ont fait échouer le projet d'expériences qu'il avait conçu avec son ami Bréguet. » (Extrait d'une Note manuscrite de de Prony, sans date, mais postérieure à 1818.)

le même, dans des temps égaux, *sur l'un et l'autre point considérés comme points de suspension.*

2° Si, après avoir fait osciller un corps sur un axe quelconque de suspension auquel correspond un centre d'oscillation déterminé, on fait osciller le corps sur ce centre d'oscillation considéré comme point de suspension, les nombres d'oscillations pendant des temps égaux seront les mêmes dans les deux cas.

Il faut bien observer que, quand on dit faire osciller sur des points, on n'entend pas par là que le sens des oscillations est arbitraire, mais qu'elles ont lieu autour d'axes perpendiculaires aux lignes droites menées de ces points au centre de gravité, parallèles entre eux et mis dans une situation horizontale.

Ainsi, un point de suspension étant donné, il y a toujours sur la ligne menée de ce point au centre de gravité quatre points qui considérés comme points de suspension, donnent des oscillations identiques, savoir le point dont il s'agit, celui qui est à égale distance et du côté opposé par rapport au centre de gravité et les deux centres d'oscillation de ces deux points.

Toutes ces propositions peuvent se démontrer immédiatement avec la plus grande facilité, mais je vais les déduire de mes formules, parce que la même analyse qui me les donnera me fera découvrir d'autres propriétés nécessaires à l'objet que j'ai en vue.

Supposant donc que les oscillations sur B et D soient les mêmes et que le point B se trouve sur le milieu de AD, on aura les deux systèmes de valeurs

$$x = \frac{3}{2} m, \qquad x = \frac{2k}{3k-1} m,$$

$$q = \frac{3}{4} \frac{3k-1}{3-k} m^2, \qquad q = \frac{2(2k-1)(1-k)}{(3k-1)^2} m^2,$$

$$\varepsilon = \frac{4k}{3-k} m, \qquad \varepsilon = m,$$

$$\varepsilon_1 = \frac{4}{3-k} m, \qquad \varepsilon_1 = \frac{m}{k}.$$

[Dans ces formules, m est la distance BD = AB; x celle de l'axe A au centre de gravité du pendule; q est la quantité par laquelle il faut multiplier la masse pour avoir son moment d'inertie par rapport à un axe, parallèle aux axes de suspension, passant par le centre de gravité : c'est le carré du rayon de gyration. ε, ε_1 et ε_2 sont les distances des axes D, B et A aux centres d'oscillation correspondants. Enfin, k est le rapport des carrés des nombres d'oscillations isoch-

ment petites (ou de même amplitude) exécutés dans le même temps sur l'axe A et sur l'axe B ou D, rapport qui est égal à l'inverse de celui des longueurs ε et ε_1 ou ε_2. Ces formules se déduisent des quatre équations

$$\varepsilon = x + \frac{q}{x},$$

$$\varepsilon_1 = x - m + \frac{q}{x-m},$$

$$\varepsilon_2 = 2m - x + \frac{q}{2m-x},$$

$$k = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}.$$

De l'équation $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, on déduit d'abord

$$x - m = 2m - x \quad \text{ou} \quad x = \tfrac{3}{2} m,$$

d'où le premier système des valeurs de q, ε, ε_1.

On en déduit aussi

$$q = (x-m)(2m-x),$$

valeur qui, substituée dans $k = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$, donne le deuxième système.] (C. W.)

L'équation $x = \frac{3}{2} m$ du premier système de valeurs fait voir qu'il y aura identité entre les oscillations sur B et sur D, lorsque le centre de gravité C du corps sera au milieu de la ligne BD; et l'équation $\varepsilon = m$ du second système nous apprend que la même identité aura lieu lorsque B et D seront réciproquement centres d'oscillation l'un de l'autre.

Mais voici d'autres conséquences de cette analyse qui compléteront les recherches théoriques sur lesquelles se fonde l'application de ma méthode.

Le rapport k demeurant indéterminé dans les valeurs de x, q, ..., on voit qu'il y aura une infinité de formes de corps qui peuvent satisfaire aux hypothèses d'après lesquelles les deux systèmes précédents d'équations ont été établis, et que, de plus, on peut déterminer ce rapport de manière à satisfaire à des conditions particulières. Mais, avant d'introduire la valeur numérique de k, qui résultera de cette détermination, il faut avoir une relation générale entre les variations de q et de k qui sera, comme on le verra bientôt, une formule de correction pour parvenir à obtenir rigoureusement les conditions dont je parle.

Différentiant l'équation $q = \frac{3}{4}\frac{3k-1}{3-k} m^2$ en différences finies

par rapport aux variables q et k, on a

$$\Delta q = 6m^2\left[\frac{\Delta k}{(3-k)^2}+\frac{(\Delta k)^2}{(3-k)^3}+\frac{(\Delta k)^3}{(3-k)^4}+\dots\right],$$

valeur qui sera presque toujours donnée, avec une exactitude suffisante, par le premier terme de la série.

Maintenant je cherche une valeur de k, telle que les conditions qui établissent la propriété $\varepsilon = m$ donnée par le second système d'équations ci-dessus coïncident avec celle $x = \frac{3}{2}m$ donnée par le premier système, au moyen de quoi B et D seront respectivement centres d'oscillation l'un de l'autre, le centre de gravité C du corps demeurant au milieu de BD. Cette valeur est donnée par l'équation

$$q = \frac{1}{4}m^2 \qquad \text{ou} \qquad \frac{2(2k-1)(1-k)}{(3k-1)^2} = \frac{1}{4}.$$

Ainsi l'équation

$$8(2k-1)(1-k)-(3k-1)^2 = 0$$

donnerait la valeur de k propre à vérifier la coexistence de ces diverses propriétés, et l'équation de correction

$$\Delta q = 6m^2\left[\frac{\Delta k}{(3-k)^2}+\frac{(\Delta k)^2}{(3-k)^3}+\dots\right]$$

fournirait, en y substituant pour k la valeur numérique donnée par l'équation ci-dessus, le moyen d'obtenir bientôt cette coexistence de propriétés avec beaucoup de précision.

Mais ce procédé, quoique très praticable et très exact, n'est pas encore ce qu'on peut faire de plus simple et de plus précis et voici définitivement les propriétés d'après lesquelles il faut établir la construction de l'instrument, pour qu'il remplisse son objet aussi complètement qu'on peut le désirer. Ces conditions sont qu'on ait, comme précédemment (le centre de gravité du corps étant en C),

$$AB = BD = 2BC,$$

et que A et D soient respectivement centres d'oscillation l'un de l'autre; d'où il résultera que les oscillations sur A, B et D seront identiques. Voici comment on fera les expériences :

ABCD est une règle d'égale épaisseur depuis A jusqu'en B et élargie dans la partie BCD, de manière qu'on peut la considérer comme composée de deux prismes juxtaposés dont les hauteurs

(égales à l'épaisseur de la règle) sont égales et dont les bases (qui sont des parallélogrammes rectangles ayant leurs axes sur une même droite) sont inégales; on combine d'abord les rapports de ces bases (en faisant entrer en considération les masses des couteaux A, B, C, D de leurs attaches, etc.), de manière que le centre de gravité de tout le système soit en C, à la moitié de DB et au quart de DA, que le centre d'oscillation de A soit en D, et que A, B, C et D, soient sur une même ligne droite.

Ces dispositions préliminaires sont très aisées à obtenir, vu la régularité de tous les corps qui composent le système, en sorte que, si la matière était parfaitement homogène et que les mesures déjà faites de la longueur du pendule fussent très exactes, les oscillations sur A, B et D seraient identiques.

On ne peut guère espérer que la première condition soit rigoureusement remplie, et les mesures déjà faites sont précisément ce qu'on veut vérifier; mais, en employant du fer doux ou de l'acier, C sera peu distant du centre de gravité. Je pense même qu'au moyen du couteau C, qui n'a d'autre objet que de vérifier la position de ce centre, lorsque le corps restera immobile dans toutes les positions autour de l'arête de ce couteau, on parviendra à placer très exactement le centre de gravité au point C. Quant aux expériences sur le pendule, elles sont assez exactes pour qu'on puisse regarder la durée des oscillations sur A, B et D comme égales, à peu de chose près. L'équidistance de A, B et D, de B, C et D et leur position dans la même ligne droite passant par le centre de gravité du corps peuvent s'obtenir dans la construction de l'instrument avec la plus grande exactitude.

La méthode que je vais proposer n'a donc plus pour objet que la correction des petites anomalies sur la position du centre de gravité C et sur la réciprocité des centres d'oscillations A et D.

Pour obtenir cette correction, je place sur les faces opposées de la règle deux lames métalliques semblables et d'un poids égal, dont les centres de gravité se trouvent de part et d'autre et à égale distance du centre de gravité de la règle (il est bien entendu que ces lames font partie de la construction primitive et entrent dans le calcul d'après lequel on détermine la forme de la règle).

L'instrument ainsi exécuté, on commencera par le faire osciller sur B et D, et, si l'on trouve une différence entre les nombres des

oscillations faites pendant des temps égaux, on usera à la lime ou à l'émeri l'extrémité d'une des lames métalliques, et on la replacera de manière que les extrémités des deux lames qui sont du côté du point C se trouvent toujours à égale distance de ce point.

La position du centre de gravité vérifiée par ce moyen, on passera à celle de la réciprocité des centres d'oscillation A et D; on fera donc osciller le corps sur A, et, si le nombre des oscillations n'est pas le même que celui sur B et D, la différence, divisée par ce dernier nombre, donnera la quantité Δk, au moyen de laquelle on déterminera le changement Δq à faire au moment d'inertie pour obtenir l'égalité qu'on demande et Δq se calculera par l'équation

$$\Delta q = 6m^2\left[\frac{\Delta k}{4} + \frac{(\Delta k)^2}{8} + \frac{(\Delta k)^2}{16} + \ldots\right].$$

Cette correction se fera en usant également les lames par celles de leurs extrémités qui sont du côté du centre de gravité C, de manière à ne point changer la position de ce centre de gravité.

CONSTRUCTION DE L'INSTRUMENT.

Quand on fait osciller le corps sur l'axe RDS, on a, en désignant généralement par x la distance du centre de gravité à ce point D,

$$\varepsilon = x + \frac{q}{x}.$$

Supposons

$$q = (n-1)x^2,$$

on aura

$$\varepsilon = nx.$$

Or, dans la construction que j'ai adoptée, il faut que $\varepsilon = 4x$; on a donc

$$q = 3x^2 = \tfrac{3}{4}m^2,$$

et il s'agit de déterminer la forme du corps, de manière que le centre de gravité étant au quart de DA, le coefficient de la masse dans la valeur du moment d'inertie, soit

$$\frac{3}{4}\left(\frac{\text{DA}}{2}\right)^2 = \frac{3}{16}\,\overline{\text{DA}}^2.$$

Le problème, en général indéterminé, cesse de l'être en suppo-

sant que EFef et GHLK sont deux parallélogrammes, et l'on a, pour satisfaire à la première condition,

$$(m-z)zy-(2m-z)\lambda(m+z)+\frac{2\omega}{\pi\mu}=0,$$

pour satisfaire à la deuxième condition

$$\begin{aligned}&zy[z^2+y^2+\tfrac{1}{4}(m-z)^2]\\&\quad+\lambda(2m-z)[\lambda^2+(2m-z)^2+\tfrac{1}{4}(m+z)^2]+\frac{12\Omega}{\pi\mu}\\&\quad=9m^2[zy+\lambda(2m-z)].\end{aligned}$$

[Dans ces formules, z est la longueur GK de la partie élargie de la règle; y est la plus grande largeur KL; $\lambda=$ EF la plus petite largeur; $\mu=ab$ l'épaisseur de la règle; π le poids spécifique du métal; ω la somme des moments des masses des couteaux et des pièces qui les attachent, par rapport à l'axe MCN passant par le centre de gravité, et Ω le coefficient de la masse dans le moment d'inertie des mêmes pièces par rapport au même axe (1).]

Il n'est pas nécessaire de chercher les valeurs littérales de z et y qui pourraient être compliquées; mais, comme ces inconnues doivent être calculées en nombres, et une fois pour toutes, on fera $m=1$, et l'on substituera pour Ω, ω, π, μ et λ leurs valeurs numériques, ce qui rendra toujours possible le calcul de z et y.

On aura donc un corps dans lequel A et D seront réciproquement centres d'oscillation l'un de l'autre, avec la condition que B et D sont à la même distance du centre de gravité C. Ainsi les oscillations sur A, B et D seront identiques.

CORRECTIONS DE L'INSTRUMENT.

1° *Centre de gravité.* — L'instrument a oscillé sur B et D, et les nombres d'oscillations, au lieu d'être égaux, sont $\omega_{\prime\prime}$ et $\omega_{\prime\prime\prime}$, respectivement; d'où il résulte que le centre de gravité, au lieu d'être en C, est en γ; on a donc, en nommant $\varepsilon_{\prime\prime}$ et $\varepsilon_{\prime\prime\prime}$ les longueurs des

(1) Toutes les pièces auxquelles se rapportent Ω et ω étant de formes et de poids déterminés *a priori*, et ayant des places fixes sur la ligne ABCD, Ω et ω ne renferment point z ni y et sont des nombres donnés.

pendules simples respectivement rapportées à B et D, et ξ la distance $C\gamma$,

$$\varepsilon_{\prime\prime} : \varepsilon_{\prime\prime\prime} :: \omega_{\prime\prime\prime}^2 : \omega_{\prime\prime}^2,$$

$$\varepsilon_{\prime\prime} = \tfrac{1}{2} m - \xi + \frac{q}{\frac{1}{2} m - \xi},$$

$$\varepsilon_{\prime\prime\prime} = \frac{\omega_{\prime\prime}^2}{\omega_{\prime\prime\prime}^2} \varepsilon_{\prime\prime} = \tfrac{1}{2} m + \xi + \frac{q}{\frac{1}{2} m + \xi},$$

d'où l'on déduit

$$\xi = \frac{m(\varepsilon_{\prime\prime\prime} - \varepsilon_{\prime\prime})}{4m - 2(\varepsilon_{\prime\prime\prime} + \varepsilon_{\prime\prime})},$$

$\varepsilon_{\prime\prime}$ et $\varepsilon_{\prime\prime\prime}$ peuvent, pour l'objet qu'on a ici en vue, se calculer d'après les nombres absolus $\omega_{\prime\prime}$ et $\omega_{\prime\prime\prime}$ et la longueur du pendule à secondes déterminée par les anciennes expériences; et il faut bien observer que, quand même cette longueur serait un peu fautive, l'erreur affecterait également et dans le même sens $\varepsilon_{\prime\prime\prime}$ et $\varepsilon_{\prime\prime}$ et qu'ainsi la différence $\varepsilon_{\prime\prime\prime} - \varepsilon_{\prime\prime}$ serait sensiblement exacte.

ξ déterminé, pour trouver la longueur s qu'il faut retrancher de la lame, afin de ramener le centre de gravité de γ en C, on a l'équation

$$s^2 - 2as + \frac{P}{p} 2\xi = 0,$$

équation dans laquelle on pourra négliger, si l'on veut, s^2.

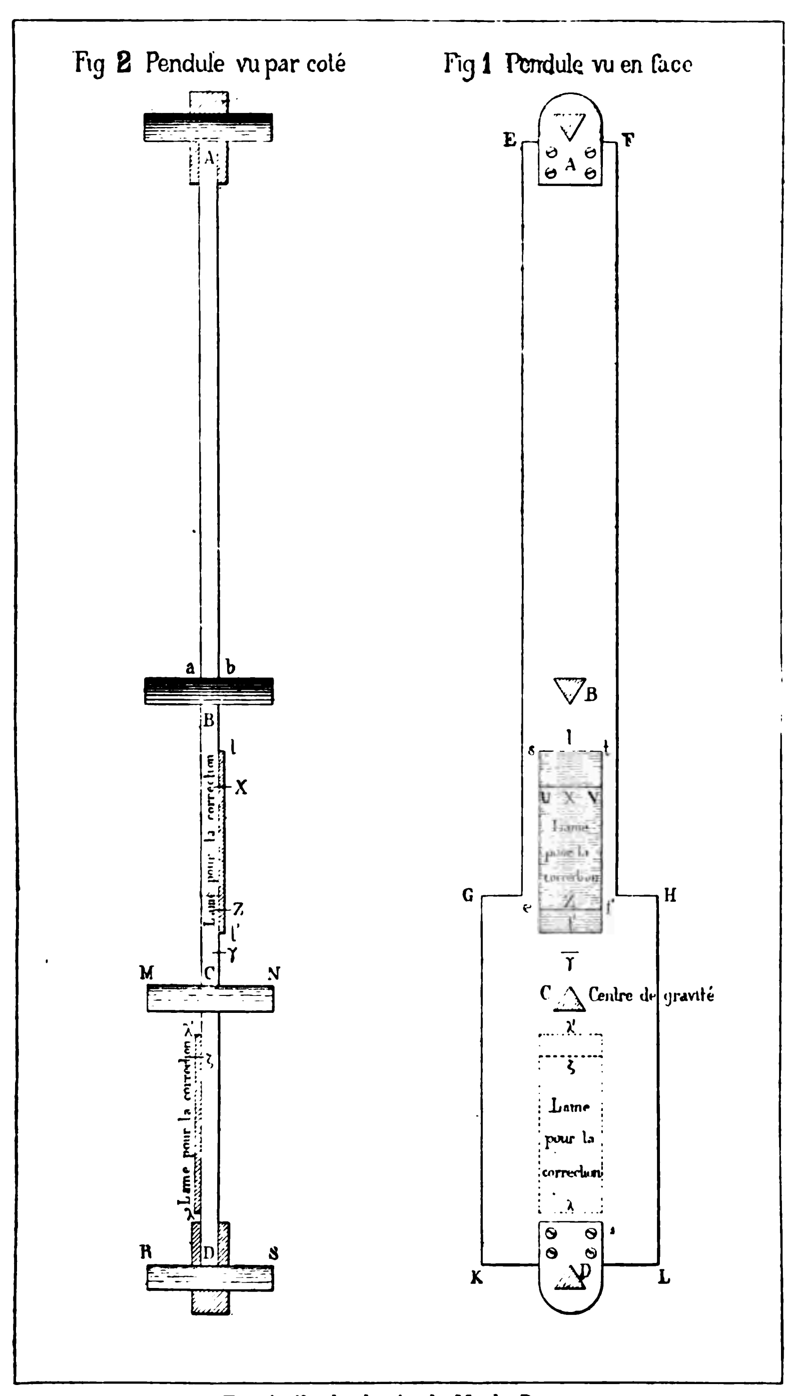
[$a = Cl = C\lambda$, P est le poids total de la règle et p le poids de l'unité de longueur de chaque lame.]

2° *Moment d'inertie.* — Ayant trouvé Δk au moyen des oscillations sur A, B et D, et en ayant déduit Δq par la formule donnée dans mon Mémoire, on trouvera la longueur ρ à retrancher de chaque lame, de manière à ne point changer la place du centre de gravité, par la formule

$$\rho[\rho^2 + \tfrac{3}{2} b\rho + \tfrac{3}{2}(b^2 + \sigma^2)] = \frac{4.\Delta q}{\pi\sigma\tau}$$

[où $b = C\lambda' = Cl'$, σ est la largeur des lames de correction et leur largeur], équation dans laquelle on négligera les puissances de ρ lorsque la différence Δq sera petite; on pourra dans un premier calcul négliger ρ^3 et voir ensuite si la valeur trouvée vérifie l'équation assez exactement.

Observation. — Je pense qu'au lieu de fixer les couteaux de



Fac-simile du dessin de M. de Prony.

suspension au pendule, il vaudrait mieux les en séparer et pratiquer à la règle des ouvertures parallélogrammatiques dont les bases poseraient successivement sur une arête ou angle de diamant. La construction serait plus simple et aurait encore d'autres avantages; mais ceci ne change absolument rien à ma théorie, et je discuterai l'un et l'autre moyen dans mon Mémoire [1].

---

(1) Ce Mémoire, que Prony se proposait sans doute d'écrire après les premières expériences, n'existe pas dans les papiers retrouvés par M. le capitaine Desforges et très probablement n'a jamais été composé.

RELATION DES EXPÉRIENCES

FAITES POUR DÉTERMINER LA

LONGUEUR DU PENDULE A SECONDES

A LA LATITUDE DE LONDRES,

PAR LE CAPITAINE HENRY KATER,
Membre de la Société Royale.

(Mémoire lu à la Société Royale le 29 janvier 1818).

La détermination de la distance comprise entre le point de suspension et le centre d'oscillation d'un pendule battant la seconde, à une latitude donnée a été longtemps un désidératum de la Science. Beaucoup d'expériences ont été entreprises dans ce but, mais l'attention de tous ceux qui se sont occupés de cette recherche, à l'exception de Whitehurst, paraît avoir été dirigée vers la découverte du centre d'oscillation. Comme la solution de ce problème suppose l'homogénéité du corps employé et la connaissance de sa forme, conditions très difficiles, sinon impossibles à assurer dans la pratique, il n'est pas surprenant que les expériences faites par divers observateurs aient donné des résultats très différents.

Lorsque j'eus l'honneur d'être nommé membre du Comité de la Société Royale chargé des recherches sur ce sujet intéressant ([1]), je crus que le procédé le moins sujet à erreur serait d'employer une

([1]) Cette Commission était chargée « d'examiner jusqu'à quel point il était praticable et convenable d'établir un système plus uniforme de poids et mesures ». Elle devait en particulier comparer l'étalon du yard, de Sir G. Shuckburgh Evelyn (1798), à la longueur du pendule à secondes. Elle se composait de Sir Joseph Banks, Sir George Clerck, Mr. Davies Gilbert, Dr W.-H. Wollaston, Dr Thomas Young et Captain H. Kater. (C. W.)

tige tirée à la filière, dans laquelle, en lui supposant partout la même densité et le même diamètre, le centre d'oscillation, d'après un théorème connu, serait à très peu près à une distance du point de suspension égale aux deux tiers de la longueur de la tige; et je proposai de retourner la tige et de prendre la moyenne des résultats obtenus dans les deux positions, pour éliminer toute erreur provenant d'un défaut d'uniformité dans la densité ou dans la figure. Mais, après de nombreux essais et autant d'insuccès, je me convainquis enfin de l'impossibilité d'obtenir une tige suffisamment uniforme, et je remarquai en outre que, dans certaines circonstances, il pourrait résulter de cette cause des erreurs qu'aucune méthode ne permettrait de découvrir.

Ainsi édifié sur l'impossibilité de faire usage d'une tige cylindrique, je me suis efforcé de découvrir quelque propriété du pendule sur laquelle je pusse m'appuyer avec chance de succès, et j'ai été assez heureux pour en trouver une qui promettait un résultat infaillible. On sait que les centres d'oscillation et de suspension sont réciproques, en d'autres termes, que si l'on suspend un corps par son centre d'oscillation, son point primitif de suspension devient le centre d'oscillation, et les oscillations dans les deux positions se font dans des temps égaux. Or, la distance du centre d'oscillation au point de suspension dépendant de la figure du corps employé, si l'arrangement de ses particules vient à changer, la position du centre d'oscillation change également. Supposons donc qu'un corps soit pourvu d'un point de suspension, et qu'un autre point autour duquel il puisse osciller soit fixé aussi exactement que possible, au centre même d'oscillation et en ligne avec le point de suspension et le centre de gravité. Si les oscillations dans les deux positions ne sont pas égales en temps égaux, il est facile d'obtenir cette égalité en faisant glisser un poids mobile dont le corps doit être pourvu, suivant la ligne qui joint les centres de suspension et d'oscillation; la mesure de la distance comprise entre les deux points autour desquels ont eu lieu les oscillations fera connaître la longueur du pendule simple oscillant dans le même temps, indépendamment de toute irrégularité de la densité ou de la forme ([1]).

([1]) On trouve dans la *Connaissance des Temps* pour 1820 un article a

Après avoir ainsi adopté un principe infaillible pour la construction du pendule, il devenait d'une importance capitale de choisir un mode de suspension également à l'abri de toute objection. Je pensai successivement à des pointes de diamant, à des sphères et à une arête de couteau; mais, ayant trouvé des difficultés à me procurer des pointes de diamant assez bien travaillées et ayant reconnu, par plusieurs essais avec des sphères, qu'il n'y avait aucun fond à faire sur leur emploi, je m'arrêtai à l'usage des couteaux.

On sait que, lorsque deux surfaces courbes sont rodées l'une sur l'autre dans tous les sens, toutes deux deviennent des portions de sphère et qu'ainsi on peut obtenir une sphère parfaite en rodant une boule dans un bassin hémisphérique. Si l'on fait osciller un pendule autour d'une telle sphère jouant dans une ouverture conique, il est évident que le centre de la sphère sera exactement sur l'axe d'oscillation. Mais, en essayant ce procédé, on trouva que

---

M. de Prony sur une nouvelle méthode pour régler les horloges. A la suite de cet article est une courte note, dans laquelle l'auteur ajoute : « J'ai proposé en 1790 à l'Académie des Sciences un moyen de déterminer la longueur du pendule en faisant osciller un pendule composé sur *deux* ou trois axes attachés à ce corps. (*Voyez* mes *Leçons de Mécanique,* art. 1107 et suivants.) Il paraît qu'on a fait ou qu'on va faire usage de ce *moyen* en Angleterre. » En me reportant aux *Leçons de Mécanique,* je ne puis trouver aucune indication quelconque de la possibilité de déterminer la longueur du pendule à secondes, à l'aide d'un pendule composé oscillant sur *deux axes;* on voit au contraire que la méthode de Prony consiste à employer un pendule composé ayant *trois* axes fixes de suspension; connaissant les distances de ces axes, les durées des oscillations autour de chacun d'eux, des formules données par de Prony permettent de calculer la longueur de trois pendules simples équivalents. Il est vrai que l'auteur propose d'employer le théorème de Huygens, sur lequel je me suis appuyé moi-même, de la réciprocité de l'axe de suspension et de l'axe d'oscillation, comme *un des moyens* de simplifier ses formules, et il dit : « J'ai indiqué les moyens de concilier, avec la condition à laquelle se rapportent *ces formules,* celle de rendre l'axe moyen le réciproque de l'un des axes extrêmes; j'emploie pour les ajustements qu'exigent *ces diverses conditions* un poids curseur dont j'ai exposé les propriétés dans un Mémoire publié avec la *Connaissance des Temps* de 1817. » Il semble évident, d'après ce passage, que M. de Prony ne visait le théorème d'Huygens que dans le but de simplifier ses formules; car, s'il avait vu qu'il en pouvait déduire tout d'un coup la longueur du pendule sans autre calcul, la conclusion inévitable en serait ressortie instantanément que son troisième axe et ses formules étaient entièrement inutiles.

[*Voir*, au sujet de la réclamation de Prony, l'article que j'y ai consacré dans la *Bibliographie,* 1800, Art. DE PRONY]. (C. W.)

le frottement était tellement considérable qu'il ramenait le pendule au repos après un très petit nombre d'oscillations; et, si l'on réduisait suffisamment ce frottement par une invention qu'il est inutile de décrire, la force *latérale* du pendule, oscillant dans un arc de 2° 30′, était assez puissante pour chasser entièrement la boule en dehors de sa crapaudine. Il ressortait évidemment de là que, même lorsque l'oscillation n'était point assez étendue pour produire cet effet, elle faisait néanmoins monter la boule sur les parois inclinées de l'ouverture conique, et cette considération m'amena à abandonner entièrement un mode de suspension que j'aurais considéré sans cela comme le meilleur que l'on pût employer.

Les principales objections que l'on pouvait soulever contre l'emploi d'un couteau semblaient être d'abord la difficulté de lui donner une arête parfaitement rectiligne, puis la possibilité d'un changement de forme de cette arête par l'usure pendant les expériences, ce qui pouvait introduire une erreur difficile à découvrir. J'ai trouvé que la première de ces objections est absolument sans fondement, et qu'on peut obtenir un couteau dont l'arête ne dévie pas sensiblement de la ligne droite. La seconde objection aurait eu de la valeur si l'on avait mis en pratique la méthode usuelle pour déterminer la durée de l'oscillation, en comparant le pendule avec une horloge à des intervalles distants de vingt-quatre heures. Mais on verra plus tard que le changement de forme du couteau, en supposant qu'il ait lieu, devrait devenir sensible après chaque intervalle de neuf minutes. De plus, je me proposai de mesurer la distance des arêtes des deux couteaux, avant et après les expériences, ce qui devait mettre en évidence tout changement qui aurait pu se produire.

Description du pendule.

Le pendule, construit d'après ces principes, est formé d'une barre plate de laiton, de $1\frac{1}{2}$ pouce de large et de $\frac{1}{8}$ de pouce d'épaisseur (¹). Cette barre était percée de deux trous triangulaires à la distance de 39,4 pouces l'un de l'autre, pour recevoir les couteaux. Quatre fortes équerres de laiton martelé, de même largeur

(¹) Toutes les mesures sont données en pouce anglais (inch), qui vaut 2,539954 centimètres.

que la barre et de $\frac{3}{4}$ de pouce d'épaisseur, sont solidement vissées par paire à chaque extrémité de la barre, de façon que, lorsque les couteaux sont entrés dans les ouvertures triangulaires, leurs dos portent fermement contre les surfaces parfaitement planes des équerres de laiton, qui sont, aussi exactement que possible, à angle droit avec la barre. La barre est coupée à une longueur telle que ses extrémités sont à 2 pouces environ en dedans de celles des équerres.

Deux lames de sapin, de 17 pouces de long et de même épaisseur que la barre, sont introduites dans les espaces ainsi laissés entre les équerres et assujetties invariablement par des chevilles et des vis. Ces lames de sapin n'ont que la moitié de la largeur de la barre; elles sont peintes en noir, et à l'extrémité de chacune d'elles est insérée une pointe de baleine pour marquer l'étendue de l'arc d'oscillation.

Un poids cylindrique de laiton, de 3 $\frac{1}{2}$ pouces de diamètre sur 1 $\frac{1}{4}$ pouce d'épaisseur, et pesant environ 2 livres 7 onces ([1]), est percé d'une ouverture rectangulaire suivant un diamètre, pour laisser passer les parties longitudinales des équerres de l'un des bouts du pendule. Ce poids étant chassé sur le pendule, il est fixé en place par une clavette conique ajustée dans une ouverture qui traverse le poids et les équerres, de manière à rendre impossible tout changement de position. Un second poids, d'à peu près 7 $\frac{1}{2}$ onces, peut glisser le long de la barre dans le voisinage du couteau de l'autre extrémité, et ce poids peut être fixé en un point quelconque de la barre par deux vis dont il est muni.

Un troisième poids, ou plutôt un curseur pesant 4 onces seulement, est mobile le long de la barre et peut être ajusté avec précision à l'aide d'une vis fixée à une pince dont le poids est compris dans celui du curseur. Ce curseur est destiné à se mouvoir au voisinage du centre de la barre. Il est percé d'une ouverture à travers laquelle on peut voir des divisions gravées sur la barre; chacune de ces divisions est de $\frac{1}{20}$ de pouce, et sur le bord de l'ouverture est tracée une ligne destinée à servir d'index pour déterminer la distance du curseur au milieu de la barre.

([1]) La livre troy vaut 373,2419 grammes; l'once (12e de livre) vaut 31,1035 grammes.

Nous arrivons maintenant à la partie la plus importante, les deux couteaux. Ils sont faits de cette espèce d'acier qu'on prépare dans les Indes et qu'on appelle *acier wootz*. Leur forme est celle d'un triangle, et leur longueur est de 1 $\frac{3}{4}$ pouce. M. Stodard a eu l'obligeance de les forger pour moi; ils ont été trempés d'abord aussi dur que possible et on les a fait revenir en les plongeant simplement dans de l'eau bouillante.

Les couteaux furent rodés sur un outil plan, ce qui assurait forcément la rectitude de leur arête. On la constata en amenant le tranchant de l'un en contact avec la face plane de l'autre: si aucune lumière ne s'aperçoit entre eux dans aucune position, on peut en conclure que l'arête est une ligne droite. Ils furent ensuite finis sur une pierre verte bien plane, en donnant à leurs faces une inclinaison telle que l'angle sur lequel se font les oscillations fût d'environ 120°.

Avant la trempe, chacun des couteaux avait été percé à mi-épaisseur, vers les extrémités, de deux trous pour recevoir deux vis qui, passant à travers les branches des équerres, amenaient le dos du couteau en contact parfait avec elles; les deux surfaces avaient été auparavant rodées l'une sur l'autre pour éviter toute tension qui aurait altéré la forme des couteaux. Le pendule est figuré en plan dans la *Pl. IV, fig.* 1.

Description du support et des autres appareils.

Le support du pendule est représenté dans la *Pl. IV, fig.* 2. Il consiste en une pièce de métal des cloches de 6 pouces de long, large de 3 pouces et épaisse de $\frac{3}{8}$ de pouce. Une ouverture longitudinale qui occupe la moitié de la longueur de la pièce permet le passage du pendule; les deux bords de cette ouverture sont renforcés par deux élévations rectangulaires venues à la fonte avec la pièce, et qui en occupent toute la longueur. Sur ces parties surélevées furent cimentées deux plaques d'agate (¹), dans des lits qui leur avaient été préparés, de façon que leurs surfaces fussent dans le même plan que celle de la pièce de métal. Le tout fut rodé ensuite parfaitement plan. Un cadre de laiton, représenté *fig.* 3, est attaché par deux

(¹) On avait essayé d'abord des plaques d'acier trempé, mais on s'aperçut qu'elles se laissaient entamer par les tranchants des couteaux.

vis opposées, faisant fonction de centres, aux joues latérales de la partie surélevée du support; en élevant ou abaissant l'une des extrémités de ce cadre au moyen de la vis A, après que le pendule a été mis en place, l'arête du couteau reposant dans deux encoches en Y taillées à l'autre extrémité du cadre, on peut soulever entièrement le pendule au-dessus des agates, ou l'y reposer doucement jusqu'à ce que le tranchant de son couteau soit en parfait contact avec elles. De cette manière, on est sûr que l'arête du couteau porte toujours exactement sur la même partie des plans d'agate; il suffit pour cela d'élever les encoches en Y au-dessus de ces plans, d'y placer l'arête du couteau, puis d'abaisser doucement le tout au moyen de la vis, jusqu'à ce que l'arête ait entièrement quitté les encoches. Ce support était solidement vissé sur un madrier qui sera décrit plus loin.

C'est à la bienveillance de Henry Browne, Esq., membre de la Société Royale, que je suis essentiellement redevable du succès des expériences qui font le sujet de ce Mémoire. Il mit très obligeamment à ma disposition sa maison, ses excellents garde-temps (*time-pieces*) et son instrument des passages, me prêtant en outre avec un zèle infatigable l'assistance de ses observations journalières très soignées pour les comparaisons et la détermination de la marche de la pendule. La maison est solidement bâtie, dans une partie de Portland-Place qui n'est pas sujette à de fréquents dérangements par le passage des voitures. La salle dans laquelle les expériences ont été faites est la dernière de deux chambres du rez-de-chaussée communiquant l'une avec l'autre et faisant face au nord. La température y est par suite fort constante et, quand il est nécessaire, peut être élevée à un degré donné en faisant du feu dans la première chambre. L'horloge à laquelle le pendule a été comparé est d'Arnold; outre la compensation à gril pour la température, le balancier est supporté par un ressort dont la force a été réglée de telle façon que les oscillations se fassent toujours dans le même temps, quelle qu'en soit l'amplitude. Cette horloge est solidement fixée au mur par des vis, dans un enfoncement opposé à la fenêtre. Près de celle-ci, contre le mur qui est perpendiculaire à l'enfoncement, est fixé un autre garde-temps de Cumming, qui était autrefois la propriété de feu le général Roy, et qui est regardé par M. Browne comme le meilleur de ceux qu'il

possède. Relativement à cette horloge, il suffira de remarquer que, du 22 février, commencement des observations, au 31 juillet, la plus grande variation de sa marche diurne n'a été que de $\frac{3}{10}$ de seconde; et par conséquent que l'écart de sa marche moyenne pendant cette période n'a pas dépassé $0^s,15$ par jour. Cette horloge a été employée comme étalon pour les comparaisons, le temps étant déterminé à l'aide de l'instrument des passages et d'un chronomètre d'Arnold. On avouera qu'avec de si précieux avantages il n'y a que bien peu de chances d'erreur provenant de la marche de la pendule.

Un madrier d'acajou bien sec, large de 2 pieds et épais de 3 pouces, fut enfoncé de force entre les murs formant les parois de l'enfoncement, jusqu'à ce qu'il fût tout proche du sommet de la boîte de l'horloge. Sur ce madrier fut solidement vissé le support du pendule précédemment décrit, bien nivelé et dans une position telle que les oscillations du pendule se faisaient aussi près que possible de l'horloge sans la toucher. Le pendule étant au repos, un observateur, placé devant l'horloge, le voyait se projeter sur le centre du cadran, son extrémité inférieure descendant un peu plus bas que le centre de la lentille du balancier. Au-dessous, fixé à la boîte de l'horloge, était un arc divisé en degrés et dixièmes de degré, pour déterminer l'étendue des oscillations. Le madrier était entaillé de la quantité nécessaire pour permettre de placer le pendule sur son support. Un disque circulaire blanc était collé sur un morceau de papier noir, qui était attaché à la lentille du balancier de l'horloge; et le diamètre de ce disque était tel que, lorsque le pendule et le balancier étaient au repos, il était entièrement caché pour un observateur placé à l'autre bout de la chambre, par une des planchettes de sapin qui formaient les extrémités du pendule de laiton.

Quoiqu'il n'y eût guère lieu de s'imaginer que les oscillations du pendule pussent communiquer quelque mouvement à un support aussi ferme que celui qui vient d'être décrit, il était cependant d'une importance capitale de vérifier ce fait par une expérience directe. Dans ce but, j'ai eu recours à un instrument simple et délicat, inventé par M. Hardy, horloger, et dont la sensibilité est telle que si le plus petit mouvement avait eu lieu dans le support, il eût été immédiatement découvert. Ce petit instrument est repré-

senté dans la *Pl. IV, fig. 4*. Il est composé d'un fil d'acier, dont la partie inférieure, fixée à la pièce de cuivre qui lui sert de support, est aplatie et forme un ressort très délicat. Sur ce fil glisse un petit poids, au moyen duquel il peut être amené à vibrer dans le même temps que le pendule auquel il est appliqué comme moyen d'épreuve. On le place ainsi réglé sur le madrier auquel le pendule est suspendu; et, si ce madrier n'est pas absolument inébranlable, son mouvement se communique au fil qui, au bout de quelque temps, se met à suivre les oscillations du pendule. Cette ingénieuse invention a paru tout à fait appropriée au but pour lequel on l'a employée, et elle a donné une démonstration entièrement satisfaisante de la stabilité du point de suspension.

Un pied triangulaire en bois, très solide, de même hauteur que la lentille du balancier, était vissé sur le parquet à la distance de 9 pieds, vis-à-vis de l'horloge. Il servait de support à une petite lunette, grossissant environ quatre fois, qui pouvait recevoir un mouvement horizontal sur son axe, un mouvement vertical, et enfin un mouvement à angle droit avec la ligne de visée. Au foyer de l'oculaire était un diaphragme percé d'une ouverture verticale, dont les bords parallèles pouvaient être éloignés ou rapprochés l'un de l'autre. Les deux lèvres de ce diaphragme étaient ajustées de manière à être tangentes aux extrémités du diamètre horizontal du disque blanc, et à coïncider, par conséquent, avec les bords de la planchette de sapin. Lors donc que les deux pendules étaient au repos, rien ne se voyait dans la lunette, si ce n'est l'arc divisé servant à déterminer l'étendue des oscillations, que l'on apercevait à travers une ouverture horizontale faite à dessein dans la partie supérieure du diaphragme.

Méthode pour déterminer le nombre des oscillations faites par le pendule en vingt-quatre heures.

Si les deux pendules sont maintenant mis en mouvement, le pendule de laiton un peu en avance sur le balancier de l'horloge, voici les apparences successives que l'on observera. La planchette de sapin traversera le champ de vue à chaque oscillation et sera suivie par le disque blanc. Mais la distance entre les centres d'oscillation et de suspension du pendule de laiton étant un peu plus grande que dans le balancier de l'horloge, ce dernier gagnera peu

à peu sur l'autre, le disque blanc se rapprochera graduellement de la planchette de sapin et, enfin, à une certaine oscillation, sera entièrement caché par elle. On notera la minute et la seconde à laquelle sera observée cette disparition totale. On verra alors les deux pendules se séparer, puis, après un temps, se rapprocher de nouveau l'un de l'autre, et les mêmes phénomènes se reproduiront. L'*intervalle de temps* écoulé entre les deux coïncidences, exprimé en secondes, donnera le nombre d'oscillations exécutées par le balancier de l'horloge; or le nombre d'oscillations du pendule de laiton dans le même intervalle est connu, si l'on remarque que ce dernier a dû faire deux oscillations de moins que le balancier de l'horloge. De là, par simple proportion, le nombre des oscillations du balancier de l'horloge est au nombre des oscillations du pendule de laiton comme les oscillations du balancier en vingt-quatre heures sont au nombre des oscillations du pendule pendant la même période (¹).

On a fait de nombreuses expériences pour choisir une distance des couteaux telle qu'elle puisse donner un intervalle qui permît une détermination de l'époque de la coïncidence sans erreur d'une seule seconde (²), et qui pût toujours fournir cependant un nombre convenable d'intervalles avant qu'il fût nécessaire de renouveler l'impulsion du pendule. A la première coïncidence, la vitesse du pendule de laiton, au bas de l'arc, ne doit pas excéder celle du balancier de l'horloge; sans quoi le disque disparaîtrait pendant un temps imperceptible et réapparaîtrait aussitôt; cette condition limite l'étendue de l'arc d'oscillation.

D'autre part, les observations ne peuvent pas être continuées après que l'arc d'oscillation est réduit à une certaine valeur, autrement l'*espace* que le balancier de l'horloge doit gagner en une oscillation sur le pendule de laiton devient si petit, qu'il rend quelque peu incertaine l'observation du moment de la coïncidence.

(¹) Afin de rendre le calcul plus aisé, on a toujours supposé que l'horloge gardait le temps moyen ou faisait 86400 oscillations en vingt-quatre heures, et la différence entre le nombre réel et celui-ci, ou la marche de la pendule, qui est toujours un nombre très petit, a été appliquée ensuite comme une correction.

(²) Le *principe* sur lequel est fondée cette méthode des coïncidences a été employé par le Dr Wollaston, en mai 1808, dans quelques expériences qu'il avait entreprises; mais le moment de la coïncidence était déterminé par le son au lieu de l'être par la vue.

et, si cet *espace* était assez diminué pour devenir moindre que l'erreur ou la déviation de la ligne droite, qui peut avoir lieu dans l'ajustement des deux côtés du diaphragme, de l'extrémité du pendule et du disque, les résultats seraient erronés, puisque l'intervalle irait en croissant jusqu'à ce que le pendule arrivât à l'état de repos.

L'intervalle qui remplissait le mieux ces conditions était de 530 secondes environ. Il permettait d'observer cinq coïncidences (comprenant quatre intervalles), avant que l'arc devînt trop petit pour qu'on pût continuer les observations avec sécurité. Avec cet intervalle, une erreur d'une seconde sur le moment de la coïncidence ne produirait qu'une erreur de 0,63 sur le nombre d'oscillations en vingt-quatre heures.

Il doit être ici évident qu'aucune altération sensible du tranchant du couteau ne pourrait se produire pendant les expériences sans devenir perceptible à chaque coïncidence, puisque tout changement dans la forme de ce tranchant entraînerait une variation dans le nombre des oscillations en vingt-quatre heures déduit de chacun des intervalles.

Voici quelle était la méthode suivie dans la manière de faire les observations. Le petit poids, ou curseur, étant placé avec son index à une certaine distance, soit $1\frac{1}{2}$ pouce, du milieu du pendule du côté du gros poids, et le second poids à environ 5 pouces de l'arête du couteau, on élevait le support en Y; on y plaçait le couteau, le gros poids au-dessus, et l'on abaissait doucement le cadre jusqu'à ce que le couteau fût déposé sur la surface des agates. Après avoir fait l'ajustement de la lunette, on mettait le pendule en mouvement; on lui donnait une amplitude de 1° et $\frac{4}{10}$ au plus, afin que sa vitesse ne dépassât pas celle du balancier de l'horloge.

On notait alors avec soin la minute et la seconde où le disque devenait invisible; on lisait en même temps et l'on inscrivait l'arc décrit, la hauteur du baromètre et la température marquée par un thermomètre suspendu contre la boîte de l'horloge à la hauteur du milieu du pendule de laiton. On observait ainsi cinq coïncidences successives et l'on en déduisait, de la manière décrite précédemment, le nombre d'oscillations en vingt-quatre heures. Mais les oscillations ainsi observées correspondant à des amplitudes différentes, il était nécessaire d'appliquer une correction pour dé-

terminer ce qu'elles eussent été pour une amplitude infiniment petite. J'aurais pu faire usage pour cette correction de la formule fondée sur le décroissement des arcs en progression géométrique quand les temps croissent en progression arithmétique; mais comme il y a sur l'observation des arcs une incertitude qui s'élève à $\frac{1}{100}$ ou $\frac{2}{100}$ de degré, cette méthode, quoique plus parfaite en théorie, n'aurait été dans la pratique qu'un raffinement inutile.

L'erreur qui provient de l'accroissement d'amplitude de l'oscillation dans un arc de cercle étant approximativement proportionnelle au carré de l'arc, si l'on prend la moyenne des arcs observés au commencement et à la fin de chaque intervalle on aura la correction cherchée en multipliant le carré de cette moyenne par 1,635, différence entre le nombre des oscillations faites par le pendule en vingt-quatre heures dans l'arc de cycloïde et dans l'arc de 1°. C'est cette correction qu'on ajoutera aux nombres d'oscillations qu'on vient de calculer.

En prenant la moyenne de ces derniers résultats et aussi la moyenne des températures observées à la première et à la dernière coïncidence, on aura le nombre d'oscillations d'amplitude infiniment petite exécutées en vingt-quatre heures à une certaine température, à une altitude et sous une pression barométrique connues, le gros poids étant à la partie supérieure.

On soulevait alors le cadre du support, on retournait le pendule, on le plaçait sur les encoches en Y, le gros poids en bas; puis on abaissait doucement le couteau sur les plans d'agate et l'on répétait la série des observations qu'on vient de décrire. Si la température moyenne différait de celle des observations faites dans la première position du pendule, on appliquait à la moyenne la correction résultant de cette différence de température, la dilatation du pendule étant connue par des expériences qui seront détaillées ci-après, ce qui permet de calculer les gains ou les pertes en vingt-quatre heures pour un changement donné de température.

Le nombre moyen des oscillations ainsi déterminé différait de celui qu'on avait obtenu dans la première position du pendule. On déplaçait le second poids, on déterminait de nouveau le nombre des oscillations dans l'une et l'autre position et l'on répétait cette manœuvre jusqu'à ce que les nombres des oscillations en vingt-quatre heures, dans les deux positions, fussent aussi voisins

de l'égalité qu'on pouvait l'obtenir à l'aide du déplacement de ce poids; on le fixait alors invariablement dans cette position.

Quel que soit le changement fait dans l'arrangement des poids, l'effet de ce changement sur les oscillations est le même dans les deux positions du pendule, sauf dans un cas particulier; il en accroît ou en diminue le nombre dans les deux cas, quoique dans une proportion différente. L'effet produit par ce changement sur le nombre des oscillations est le plus petit quand le gros poids est en bas, et par conséquent le nombre qui correspond à cette position est le plus voisin de la vérité. Il ne peut donc y avoir de doute sur le sens de la correction à faire. Le nombre d'oscillations, après que l'ajustement du pendule au moyen du second poids a été effectué, doit être laissé en erreur *par défaut* pour un motif qui va être mis immédiatement en lumière.

Il existe dans le pendule un point où l'effet du curseur pour augmenter le nombre des vibrations est maximum, et il résulte des recherches du D[r] Young que ce point n'est pas le même dans les deux positions du pendule. *Très près* de l'un ou l'autre de ces points, le pendule étant dans la position correspondante, le mouvement du curseur produit à peine un changement dans le nombre des oscillations; mais le curseur étant alors plus distant du point du maximum qui appartient à l'autre position du pendule, l'accroissement correspondant du nombre des oscillations qui provient de ce déplacement du curseur sera très sensible dans cette autre position.

Dans le cas actuel, le point du maximum dans l'une ou l'autre position du pendule est à environ $\frac{4}{10}$ de pouce au-dessous du milieu et, par suite, la distance des deux points l'un à l'autre est d'environ $\frac{8}{10}$ de pouce. Le curseur qui, pendant l'ajustement du second poids, était resté stationnaire à environ $1\frac{1}{2}$ pouce du milieu du pendule du côté du gros poids, doit être alors déplacé, soit d'un pouce, vers le milieu du pendule, afin d'augmenter le nombre des oscillations qui, on se le rappelle, avait été laissé *en défaut,* de façon qu'il soit maintenant *en excès.* Il est clair qu'on obtiendra le vrai nombre des oscillations quand le curseur sera quelque part entre sa première et sa deuxième position. Plaçons maintenant le curseur à mi-chemin entre ces deux points. Si le nombre des oscilla-

tions dans cette troisième position est encore en excès, la position vraie est entre la première et la troisième. En bissectant ainsi successivement avec le curseur la distance des deux derniers points trouvés, le nombre des oscillations, quand le gros poids est en bas, approchera rapidement de la vérité, étant alternativement en défaut et en excès. Quand enfin l'approximation est telle que la différence, dans les deux positions du pendule, devient très petite, le nombre des oscillations, le gros poids en bas, peut être pris comme l'expression de la vérité. On obtient donc ainsi le nombre d'oscillations effectuées en vingt-quatre heures par un pendule dont la longueur est égale à la distance des couteaux, à une température déterminée et sous une pression barométrique connue. La disposition générale de l'appareil est représentée dans la *Pl. V*.

Appareils et méthodes employés pour la mesure de la distance des couteaux, et pour la comparaison des étalons les plus autorisés des mesures anglaises.

Les microscopes employés pour ces déterminations ont été construits par Mr Thomas Jones, Cockspur street. Ils sont tous deux munis de croisées de fils d'araignée, et d'un fil unique pour la bissection d'un point quand cela est nécessaire; ils sont d'ailleurs en tout point de même construction que ceux qui ont été décrits par Sir George Shuckburgh Evelyn, dans les *Transactions philosophiques de* 1798, mais sont plus puissants, et le micromètre peut donner une beaucoup plus grande précision.

L'objectif du microscope micrométrique a 1 pouce de foyer, la distance de cet objectif au plan des fils d'araignée est de 3,2 pouces; le foyer de l'oculaire composé est un peu moindre qu'un pouce, le grossissement est de 18 fois. Dans l'autre microscope, que j'appellerai *microscope fixe,* l'objectif a $\frac{3}{4}$ de pouce de foyer et le grossissement est par suite plus considérable. Le tambour du micromètre est divisé en 100 parties.

Chacun des microscopes glisse dans un tube fixé à une plaque de cuivre qui fait partie de son support; et cette plaque se meut dans une coulisse, qui permet d'amener le microscope au-dessus de l'objet à viser; on le fixe dans cette position à l'aide d'une vis.

Une pièce d'acajou bien sec, de 4 $\frac{3}{4}$ pouces sur 3 pouces, for-

mait un *banc* sur lequel étaient vissés les supports des microscopes; leurs axes à 39,4 pouces l'un de l'autre.

Deux vis à tête molletée supportaient les extrémités du banc par devant, et une pièce s'avançant perpendiculairement en arrière sur le milieu du banc formait un troisième pied. Au moyen des vis, on pouvait mettre aisément les microscopes au point, sans risquer d'altérer leur distance.

Mon premier soin fut de déterminer le degré de précision auquel on pouvait atteindre dans les visées à l'aide des microscopes. Dans ce but, un trait fin fut tracé sur une plaque de laiton polie; le microscope fut exactement ajusté de manière à éviter toute parallaxe; pour cela, on amenait l'image du trait à bissecter les angles formés par les fils d'araignée et l'on voyait si l'image éprouvait quelque changement de position par le déplacement de l'œil à droite et à gauche; si cela était, on faisait varier la distance du microscope à l'objet, jusqu'à ce que le trait parût fixe. On tournait alors la vis du microscope en arrière, et l'on ramenait ensuite la croisée des fils jusqu'à ce que l'angle des fils fût de nouveau exactement bissecté par le trait. On notait alors la division du micromètre; l'opération répétée plusieurs fois donna entre les résultats une différence à peine sensible. C'est ainsi que je m'assurai qu'aucune erreur appréciable n'était à craindre par suite de l'imperfection de la vision.

Il fallait ensuite déterminer la valeur d'une division du tambour du micromètre.

Grâce à la bienveillante obligeance de Sir Joseph Banks, j'eus le bonheur de pouvoir faire usage de l'étalon divisé, qui appartenait à feu Sir George Shuckburgh Evelyn, et qui est décrit dans les *Transactions Philosophiques de* 1798. Cette échelle divisée, œuvre de Troughton, est d'une précision au moins égale à celle de toutes les autres échelles existant dans le Royaume, et elle est trop connue pour qu'il soit nécessaire d'ajouter aucune remarque. Le microscope étant ajusté avec soin pour éliminer toute parallaxe, on mesura successivement les dixièmes de pouce compris dans le 39ᵉ pouce, et l'on prit la moyenne des résultats pour la valeur du dixième de pouce. On répéta dix fois la mesure de ce même pouce à diverses époques, les microscopes étant chaque fois réglés à nouveau pour la parallaxe. Voici les résultats moyens de toutes ces mesures :

Valeur d'un dixième de pouce en divisions du micromètre.

2335,00	2336,90
2333,75	2335,75
2337,55	2338,30
2337,32	2335,85
2334,50	2337,85
Moyenne...	2336,277

La valeur d'une partie du micromètre est donc $\frac{1}{23363}$ de pouce.

Dans le cours de ces mesures, il se présenta des différences dont je ne pouvais me rendre compte ; à la fin, il me parut qu'elles devaient être attribuées à un reste de parallaxe ; car, quelque soin que l'on apporte au réglage du microscope, il est à peu près impossible d'amener l'image de l'objet rigoureusement dans le plan des fils, et l'image, par suite, a des dimensions variables avec sa distance à ce plan. A moins donc d'apporter l'attention la plus grande à l'élimination de la parallaxe, l'erreur qui peut provenir de cette cause sera considérable; et je puis dire ici que je considère la difficulté d'amener l'image dans le plan des fils comme la source des erreurs de beaucoup les plus sérieuses auxquelles sont sujettes les mesures faites à l'aide du microscope.

J'avais maintenant à examiner l'égalité des filets de la vis micrométrique. Dans ce but, on traça deux lignes fines parallèles sur une plaque de laiton et, le micromètre étant amené à l'origine de sa course, on mesura avec soin la distance de ces traits, puis on reprit la même mesure tout le long de la vis, en ayant soin d'avancer le micromètre d'un tour avant chaque mesure successive. Le résultat de cette épreuve sévère ressort bien de la considération des nombres eux-mêmes.

Valeur de l'intervalle des traits en divisions du micromètre.

502,0	502,5
501,5	501,0
501,0	501,5
502,0	502,0
501,5	501,0
502,0	502,5
502,0	501,0
502,5	500,0
502,0	500,0
502,0	500,5
Moyenne...	501,5

La moyenne est 501,5, et la plus grande différence à la moyenne n'est que d'une division, ou $\frac{1}{23363}$ de pouce, degré de précision vraiment surprenant, si l'on considère que cette minime quantité comprend toutes les erreurs d'observation.

Comparaison des différents étalons.

Les microscopes étant placés à la distance de 39,4 pouces, on les fit avancer, par dixième de pouce, de 2 pouces à partir du zéro de l'échelle; et la moyenne de ces vingt mesures ainsi obtenues, comparée à la distance du zéro à 39,4 pouces, fit voir que cette dernière était en défaut de 1,2 division du micromètre. Comme c'est là la portion de l'échelle qui a été employée à vérifier la distance des couteaux, cette différence doit, en définitive, être retranchée pour obtenir la distance des couteaux en fonction de la valeur moyenne des parties de l'échelle (1).

En raison de la haute importance qui s'attache à l'échelle du général Roy, puisqu'elle a été la base de la triangulation du Royaume, j'étais particulièrement désireux de la comparer à celle de Sir George Shuckburgh, afin de pouvoir donner la longueur du pendule en parties de l'étalon qui constitue le fondement d'une des opérations scientifiques les plus importantes qui aient été exécutées dans ce pays. Fort heureusement, cette règle avait été achetée, à la vente des effets du général Roy, par M. Browne, qui voulut bien me la confier. D'après la moyenne d'un grand nombre de comparaisons, j'ai trouvé la distance du zéro à la division 39,4 de la règle du général Roy égale à 39,40144 divisions de l'étalon de Sir G. Shuckburgh (2).

---

(1) D'un examen de la graduation de cette règle, fait par Sir George Shuckburgh, il résulte que la plus grande erreur possible n'est que 0,00033 de pouce ou, d'après la correction de M. Troughton, 0,000165 de pouce, les chances qu'une pareille erreur n'existe pas étant de 9 contre 1.

(2) La différence considérable entre ce résultat et celui qui a été donné par Sir George Shuckburgh, dans les *Transactions philosophiques de* 1798, m'oblige à entrer ici dans quelques détails sur la manière dont j'ai fait ces comparaisons. Les deux règles furent placées en contact et restèrent ainsi pendant vingt-quatre heures; après quoi on fit seize comparaisons dans le cours de la journée; mais les résultats en furent rejetés, parce que la température avait monté de 6° pendant l'opération. Les règles étant restées ensemble pendant quarante-huit heures, seize autres comparaisons furent faites durant les deux jours suivants, le ther-

Mesure du pendule.

Le pendule fut placé de champ dans un lit creusé dans une forte pièce d'acajou, à une profondeur telle que les arêtes des couteaux se trouvaient à un dixième de pouce environ au-dessus de la surface du bois. A l'une des extrémités du pendule, on attacha par son anneau, un peson à ressort ordinaire et, au moyen d'une corde passée dans l'anneau et venant se fixer à une pièce de bois en saillie vissée à l'extrémité de la boîte d'acajou, on exerça sur le pendule une traction un peu supérieure à son propre poids, environ 10 livres; par suite, aucune erreur ne pouvait provenir, s'il était possible qu'il en existât une, d'une différence de longueur du pendule dans la position verticale et dans la position horizontale.

Les couteaux avaient été fixés, aussi exactement qu'on peut le faire par des moyens mécaniques, perpendiculairement à la tige du pendule. Mais, en raison de la flexibilité de cette tige, ils ne restaient très probablement pas parallèles l'un à l'autre lorsque le pendule était ainsi étiré, et il fallait les régler. Dans ce but, on fit traverser les parois de la boîte d'acajou par deux vis opposées, qui pouvaient agir transversalement sur l'extrémité du pendule la plus voisine du peson ([1]); en amenant les microscopes au-dessus des

mometre restant stationnaire à 70°. La plus grande différence entre l'un des résultats et la moyenne n'atteignait pas quatre parties du micromètre. La moyenne de la première série d'observations excédait de 0,00017 de pouce celle de la dernière série. Dans la pensée que la différence entre le résultat obtenu par Sir George Shuckburgh et le mien pouvait provenir d'une erreur dans les divisions extrêmes de la portion de la règle du général Roy que j'avais employée, je comparai cette portion avec plusieurs autres, sans trouver de différence plus grande que celle qu'on peut attribuer à l'imperfection inévitable de la graduation. Il y a donc à présumer que l'erreur dans laquelle Sir George Shuckburgh paraît être tombé provient de ce que les deux règles n'étaient pas à la même température au moment où il les compara, d'autant plus que celle de Sir George Shuckburgh est de beaucoup la plus massive des deux. Je puis encore ajouter que, l'hiver dernier, voulant savoir si la dilatation des deux règles était la même, je les comparai provisoirement l'une à l'autre, à la température de 33°, et je trouvai que 42 pouces de la règle du général Roy valaient 42,001 pouces de l'étalon de Sir George Shuckburgh.

[*Voir* l'histoire de la règle du général Roy, dans les *Philosophical Transactions,* t. CXI, 1821, p. 75. (C. W.)]

([1]) Dans la *fig.* 5, ces vis sont placées de manière à agir sur l'autre extrémité du pendule. (C. W.)

extrémités des couteaux, alternativement de chaque côté de la tige, on obtenait aisément ce parallélisme à l'aide des deux vis, la rainure creusée dans la pièce d'acajou laissant assez de jeu pour le très petit mouvement de l'extrémité du pendule que nécessitait ce réglage. Cette disposition est représentée dans la *Pl. IV, fig.* 5.

Deux méthodes différentes ont été employées pour la détermination de la distance des couteaux. Pour la première, on fit préparer quatre pièces rectangulaires en laiton, d'environ $\frac{1}{2}$ pouce carré. Très près du bord parfaitement dressé de chacune d'elles, on traça un trait fin, que l'on devait viser avec le microscope; deux autres traits à angle droit sur le premier limitaient la portion de celui-ci sur laquelle devaient porter les mesures. Ces pièces étaient marquées A, *a* et B, *b*.

Les pièces A et *a* étant placées leurs bords dressés en contact, et ce contact étant assuré à l'aide d'un ressort, on mesura exactement avec le micromètre la distance des deux premiers traits; la moyenne de huit observations donna pour la distance des deux traits 329,09 parties, la plus grande différence entre les valeurs obtenues ne dépassant pas une partie.

On fit la même chose avec les pièces B, *b*, pour lesquelles la distance des traits fut trouvée de 366,96 parties, par la moyenne de seize observations.

Après avoir réglé le parallélisme des couteaux aussi rigoureusement que possible, on plaçait les pièces A, *a* et B, *b*, de part et d'autre de la tige, en contact avec les portions de chaque arête sur lesquelles s'exécutaient les oscillations, et on les maintenait en place par la pression de légers ressorts fixés à la pièce d'acajou.

On amenait alors de nouveau les microscopes au-dessus des pièces A et *a*, de manière que les croisées des fils fussent bissectées par les deux traits dont on vient de parler, et l'on notait la division du micromètre.

On faisait la même opération avec les pièces B et *b*, et l'on inscrivait également la division du micromètre.

Le pendule était alors enlevé et remplacé sous les microscopes par la règle étalon ([1]), et le zéro de celle-ci bissectant la croisée

([1]) La règle à laquelle se rapportent toutes les mesures est l'étalon de Sir George Shuckburgh.

des fils du microscope fixe, la croisée des fils du microscope micrométrique était amenée sur la division 39,4 de la règle; on notait les tours et les parties du micromètre.

Avec ces données, et les valeurs des distances des traits marqués sur A et *a* et sur B et *b*, lorsque les pièces étaient en contact, on obtenait aisément la distance des arêtes des couteaux des deux côtés de la tige; la moyenne des deux nombres donnait la distance corrigée de l'erreur due au défaut de parallélisme des arêtes.

On croit généralement que les mesures prises à partir de l'arête d'un couteau, ou de la ligne qui termine une surface, sont sujettes à une grande incertitude en raison de ce qu'on a appelé l'*irradiation,* ou le défaut de netteté de l'image. En fait, il n'en est rien; car, si l'on écarte toute réflexion de la lumière sur le couteau et si on le regarde sur un fond blanc, on peut faire que l'arête bissecte la croisée des fils avec une précision à peu près égale à celle qu'on a en visant un trait. Cependant il existe une correction qu'il faut appliquer dans ce cas et je vais maintenant décrire la méthode qui m'a servi à en déterminer la valeur.

Une bande étroite de papier à écrire fut collée sur le fond de la boîte en acajou, au-dessous de chacun des couteaux, qu'elle dépassait d'environ $\frac{1}{10}$ de pouce, et tout contre était un morceau de papier noir pour éviter la réflexion de la lumière sur le couteau par les objets environnants. Le couteau apparaissait alors dans le microscope comme un objet noir nettement défini sur un fond blanc.

On avait tracé des marques sur le papier tout contre les arêtes à égale distance de chaque côté de la tige du pendule. Elles servaient à indiquer les parties des arêtes, également distantes du milieu, à partir desquelles il fallait prendre les mesures.

Le parallélisme des arêtes étant bien réglé de la manière qui a été indiquée, on amenait successivement les microscopes au-dessus des marques faites sur le papier à égale distance de la tige et la moyenne de chaque couple d'observations, rapportée à la règle graduée, donnait la distance des couteaux débarrassée de l'erreur qui pouvait résulter d'un défaut de parallélisme.

Pendant que les arêtes des couteaux bissectaient la croisée des fils des microscopes, on glissa au-dessous des morceaux de papier

noir : immédiatement les couteaux semblèrent s'élancer l'un vers l'autre, les images restant parfaitement nettes et bien définies.

La distance des couteaux paraissait donc être maintenant considérablement moindre que précédemment; et il restait à déterminer la différence, pour en appliquer la moitié comme correction à la distance d'abord obtenue (¹).

Dans ce but, on prenait la lecture du micromètre lorsque les couteaux étaient vus en noir sur fond blanc, et lorsqu'ils étaient vus comme des objets brillants sur fond noir. La différence de ces lectures donne évidemment le double de la correction cherchée. Le Tableau suivant contient les résultats des mesures :

Divisions du micromètre,		
le fond étant blanc.	le fond étant noir.	Différence.
32,0	44,0	12,00
19,5	30,0	10,50
17,5	28,0	10,50
16,5	27,7	11,20
12,5	25,0	12,50
12,5	22,0	9,50
12,0	23,0	11,00
10,0	21,0	11,00
9,7	18,0	8,30
5,5	19,0	13,50
5,7	16,5	10,80
5,0	16,5	11,50
	Moyenne.......	11,03

Il semble donc qu'il faut retrancher 5,51 divisions, ou 0,000236 pouce, de la distance obtenue lorsque les couteaux sont vus comme des objets noirs sur fond blanc; et que, au contraire, il faut augmenter la distance de la même quantité, quand ils apparaissent brillants sur fond obscur.

D'après le peu d'expériences que j'ai faites, cette correction reste la même, quelle que soit l'illumination relative de l'objet et du fond, tant que la différence du caractère est conservée. Je ne puis d'ailleurs hasarder aucune conjecture sur la cause de ce fait extraordinaire et il reste comme un sujet intéressant pour de futures recherches.

(¹) Sur ce curieux phénomène, qui a beaucoup occupé les observateurs, voir, dans l'*Introduction*, l'explication donnée par M. le capitaine Defforges.

Dilatation du pendule.

La composition du laiton est si variable, qu'il n'est pas probablement deux échantillons de ce métal qui possèdent la même dilatation. Il était donc nécessaire de déterminer la dilatation du pendule par une expérience directe, plutôt que d'adopter les valeurs données par d'autres, et dans ce but j'ai employé la méthode suivante. Je fis faire une auge en bois de longueur suffisante pour recevoir la barre qui forme le pendule, et j'y plaçai cette barre de champ, en la maintenant à un de ses bouts par des cales placées latéralement. La barre reposait sur des bouts de tubes de verre servant de rouleaux pour éviter le frottement, et la profondeur de l'auge était la même que la largeur de la barre.

On avait tracé deux traits transversaux sur la tranche de la barre près des extrémités, à la distance de 49,5 pouces l'un de l'autre, et plus tard on en traça un troisième à 1 pouce au delà. Les microscopes furent amenés au-dessus de ces lignes, et l'on abandonna le tout avec un thermomètre pendant vingt heures avant la première expérience.

La température ayant été lue et inscrite, et les microscopes amenés à la position où les traits bissectaient les croisées des fils, on remplit l'auge d'eau chaude jusqu'au niveau de la tranche supérieure de la barre, et l'on y plaça deux thermomètres, l'un juste au-dessous de la surface de l'eau, l'autre au fond du bain. La barre se dilata rapidement, et l'on suivit le trait avec le micromètre jusqu'à ce qu'il parût stationnaire. On acheva alors la bissection et l'on inscrivit la moyenne des températures marquées par les deux thermomètres, ainsi que le nombre de tours et fractions de tour du micromètre. On attendit que la température se fût abaissée de quelques degrés, on mesura la contraction de la barre occasionnée par ce décroissement de température, et l'on répéta un certain nombre de fois ces opérations. Les résultats en sont donnés dans le Tableau suivant :

Distance des deux traits 49,5 *pouces.*

Température maxima.	Température minima.	Différence des températures.	Divisions du micromètre.	Dilatation pour un degré en fraction de la longueur
96°	43°	53°	620	0,000010116
93	43	50	580	0,000010030

Distance des deux traits 50,5 pouces.

Température maxima.	Température minima.	Différence des températures.	Divisions du micromètre.	Dilatation pour un degré en fraction de la longueur.
91°	43°	48°	600	0,000010616
89	84	5	70	11890
83	75	8	89	09448
75	61	14	149	09038
80	44	36	400	09436
80	60	20	215	09129
73	60	13	152	0,000009930
		Moyenne générale........		0,000009959

On peut prendre cette moyenne 0,000009959 pour la dilatation du pendule en fraction de sa longueur, due à une variation de température d'un degré dn thermomètre.

Méthode employée pour déduire la longueur du pendule qui bat la seconde.

La distance des arêtes des couteaux était prise, le pendule et la règle graduée étant tous deux à la même température; et, comme cette température ne différait pas beaucoup de 62°, la différence des dilatations du pendule et de la règle, si elle existe, peut être négligée comme absolument insensible; on prendra 62° pour la température des mesures.

Le nombre d'oscillations faites par le pendule en vingt-quatre heures ayant été déterminé à une température différente, la longueur du pendule sera moindre ou plus grande suivant que la température des observations sera au-dessous ou au-dessus de 62°; et en appliquant la dilatation due à cette différence de température et déduite des expériences décrites dans le précédent article, on aura la distance des couteaux ou la longueur du pendule pour la température à laquelle le nombre d'oscillations a été déterminé. On en déduira ensuite aisément la longueur du pendule qui bat la seconde, les longueurs des pendules étant entre elles en raison inverse des carrés des nombres d'oscillations en vingt-quatre heures.

Correction de la perte de poids dans l'air.

La longueur du pendule ainsi trouvée diffère de ce qu'elle aurait été si les oscillations avaient eu lieu dans le vide; il est nécessaire d'appliquer une correction pour la perte de poids dans l'air.

Il faut, pour déterminer cette correction, connaître le poids du pendule comparé à celui de l'air, au moment de l'observation.

Le pendule étant composé de diverses espèces de laiton, on a déterminé avec soin le poids spécifique de chacune de ses parties et l'on en a déduit le poids spécifique de toute la masse.

Partie du pendule.	Poids dans l'air.	Poids spécifique.
	liv	
Les trois poids (laiton fondu)	3,14	8,417
Les quatre pièces en équerre (laiton fondu).	3,13	7,816
La barre (laiton laminé)..................	3,30	8,531

On déduit de là 8,469 pour le poids spécifique du pendule; en d'autres termes, le poids du pendule est à celui de l'eau comme 8,469 est à 1.

D'après les déterminations de Sir George Shuckburgh (*Phil. Transactions for* 1777), l'eau est 836 fois plus pesante que l'air, le thermomètre étant à 53° et le baromètre à 29,27 pouces. Mais le poids spécifique de l'air varie directement comme la hauteur barométrique et en raison inverse de sa dilatation propre, qui est, comme on sait, de $\frac{1}{480}$ de son volume pour chaque degré Fahrenheit. En conséquence, pour tout autre état du baromètre et du thermomètre, le nombre 836 variera en raison inverse de la hauteur barométrique, et directement de la 480e partie de sa valeur pour chaque degré du thermomètre au-dessus de 53°.

On peut ainsi connaître le poids spécifique de l'eau comparé à celui de l'air, à la température et sous la pression barométrique du moment de l'observation; et en le multipliant par le poids spécifique du pendule, on aura le rapport du poids du pendule à celui de l'air.

Ce rapport représente la diminution de la force de la pesanteur

résultant de l'immersion du pendule dans l'air; et, pour que le nombre de vibrations dans le vide soit le même que dans l'air, il faut accroître la longueur du pendule dans la proportion de ce rapport à l'unité, les longueurs des pendules qui oscillent dans le même temps étant proportionnelles à l'intensité de la pesanteur.

Détails des expériences.

Dans les premières expériences qui furent faites avec le pendule, on a déjà fait remarquer que les couteaux reposaient sur des plaques d'acier trempé, mais que, à la fin des opérations, on avait trouvé que celles-ci s'étaient laissé entamer d'une façon très appréciable, ce qui avait conduit à les remplacer par des plans d'agate, et à rejeter comme douteux les résultats de ces premières expériences. Il peut cependant n'être pas hors de propos de remarquer que les distances des couteaux, obtenues par les deux méthodes qui ont été décrites précédemment, diffèrent à peine de $\frac{1}{10000}$ de pouce; et que, dans une nouvelle mesure faite après que les couteaux avaient été employés pendant un temps considérable, leur distance n'avait augmenté, par suite de l'usure, que de quatre divisions du micromètre ou pas tout à fait de $\frac{2}{10000}$ de pouce. La longueur du pendule à seconde déduite de ces premières expériences ne différait du résultat des opérations qui vont être détaillées que de $\frac{2}{10000}$ de pouce *par défaut*. Je pense néanmoins inutile de rapporter ces premières expériences, puisqu'on est en droit de regarder comme accidentelle cette coïncidence des résultats.

En réparant les couteaux après la terminaison de la première série d'expériences, l'un d'eux fut brisé, et, après qu'il eut été remplacé par un autre, la distance des arêtes se trouva accrue d'environ $\frac{1}{100}$ de pouce, circonstance qu'il n'y a pas lieu de regretter, puisqu'elle a donné l'occasion d'expérimenter sur un pendule différant en longueur du premier, qui a cependant donné à très peu près le même résultat.

Le 9 juin 1817, les arêtes des couteaux ayant été réglées bien parallèles l'une à l'autre, la règle divisée et le pendule étant restés côte à côte pendant les jours précédents, on a appliqué contre les couteaux les pièces A, *a* et B, *b*, de la manière décrite dans la

première Partie de ce Mémoire, et l'on a pris les mesures suivantes :

Distance de A à *a*..... 329,06 divisions,
» de B à *b*..... 366,97 »

Dates.	Lectures du micromètre de A à *a*.	de B à *b*.	Règle.	Divisions + 39,4 pouces.
Juin 9.....	27,0	62,0	653,0	956,51
»	21,0	52,0	642,7	954,21
»	13,0	52,0	642,5	958,01
»	12,0	48,0	638,5	956,51
»	18,0	50,0	643,0	957,01
»	18,0	50,0	642,0	956,01
	On échange les pièces.			
Juin 10....	65,5	112,7	698,0	956,91
»	64,0	112,5	696,0	955,76
»	61,0	106,2	693,2	957,61
»	64,5	108,0	693,5	955,26
»	65,0	106,2	694,5	956,91
»	67,2	107,0	696,0	956,91
		Moyenne générale.......		956,47

La distance des arêtes des couteaux est donc de 39,4 pouces + 956,47 divisions de micromètre.

Le 12 juin, le parallélisme des couteaux est réglé de nouveau et l'on obtient les mesures suivantes, les couteaux étant vus noirs sur *fond blanc*.

NOIRS SUR FOND BLANC.

Dates.	Lectures du micromètre près du bord de la tige.	plus loin du bord de la tige.	Moyenne.	Règle.	Divisions + 39,4 pouces
Juin 12....	50,0	50,0	50,00	1006,5	956,50
»	50,0	50,0	50,00	1006,5	956,50
»	50,0	50,0	50,00	1006,5	956,50
»	49,0	50,0	49,50	1006,5	956,[illegible]
Juin 12....	46,5	44,0	45,25	1001,0	955,[illegible]
»	44,5	44,5	44,50	1001,0	955,50
»	42,0	43,0	42,50	1003,0	960,50
»	43,0	43,0	43,00	1003,0	960,00

Dates.	Lectures du micromètre: près du bord de la tige.	Lectures du micromètre: plus loin du bord de la tige.	Moyenne.	Règle.	Divisions + 39,4 pouces.
Juin 13....	37,5	38,0	37,75	994,0	956,25
»	35,0	39,0	37,00	993,5	956,50
»	38,0	35,0	36,50	1001,0	964,50
»	38,0	38,0	38,00	1001,0	963,00
Juin 14....	25,5	27,5	26,50	987,0	960,50
»	25,0	26,5	25,75	987,5	961,75
»	24,0	25,2	24,60	987,5	962,90
»	25,0	25,7	25,35	987,5	962,25
Juin 14....	79,5	78,0	78,75	1042,0	963,25
»	76,0	75,0	75,50	1042,0	966,50
»	72,0	71,5	71,75	1035,2	963,45
»	74,0	73,5	73,75	1035,2	961,45
	Moyenne générale......................				960,00
	Correction d'irradiation (*voir* page 97)...				—5,51
					954,49

D'après ces mesures, la distance des arêtes des couteaux est de 39,4 pouces + 954,49 divisions.

Le pendule fut alors placé sur son support, et l'on fit les expériences suivantes pour amener à l'égalité les nombres d'oscillations.

Curseur à 18 divisions. L'horloge retarde de 0s,33 par jour sur le temps moyen.

Baromètre 29,7.

Le gros poids *en haut*.

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude: de l'oscillation.	Amplitude: Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
66,8	29.12	1,29	1,18	518	516	86066,40	2,28	86068,68
	37.50	1,07	1,00	520	518	86067,70	1,63	86069,33
66,8	46.30	0,93						
66,8						Moyenne...........		86069,00
						Horloge............		— 0,33
								86068,67

Le gros poids *en bas.*

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Osc...
	°	m s	°	°				s	
Juin 19.	66,6	5.59	1,25						
		14.32	1,13	1,19	513	511	86063,16	2,32	[illegible]
	66,7	23. 4	1,01	1,06	512	510	86062,50	1,84	[illegible]
	66,7						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
							Température.......		[illegible]
									[illegible]

Les oscillations étaient ici en excès; on plaça donc le curseur à 29 divisions, et le second poids fut rapproché de l'arête de son couteau.

Curseur à 29 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen 0^s,31.

Baromètre 29,7.

Le gros poids *en haut*. Le second poids a été déplacé.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Osc...
	°	m s	°	°				s	
Juin 19.	67,0	57.42	1,23						
		6. 8	1,04	1,13	506	504	86058,49	2,08	[illegible]
	66,9	14.37	0,88	0,96	509	507	86060,50	1,51	[illegible]
	66,9						Moyenne............		[illegible]
							Horloge.......		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas.*

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Osc...
	°	m s	°	°				s	
Juin 19.	67,1	24.39	1,14						
		33. 5	1,01	1,07	506	504	86058,49	1,87	[illegible]
	67,1	41.32	0,93	0,97	507	505	86059,16	1,51	[illegible]
	67,1						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
							Température.......		[illegible]
									[illegible]

Le nombre des oscillations étant encore en excès, on déplace de nouveau le second poids, sans toucher au curseur.

Curseur à 29 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen 0s,33.

Baromètre 29,7.

Le gros poids *en haut*. Le second poids a été déplacé.

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
67,3	51. 7	1,21						
	59.30	1,02	1,11	503	501	86056,47	2,02	86058,49
	7.54	0,88	0,95	504	502	86057,16	1,48	86058,64
	16.20	0,73	0,80	506	504	86058,49	1,05	86059,54
67,3	24.47	0,63	0,68	507	505	86059,16	0,75	86059,91
67,3						Moyenne...........		86059,14
						Horloge............		— 0,33
								86058,81

Le gros poids *en bas*.

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
67,4	30. 8	1,14						
	38.32	1,05	1,09	504	502	86057,16	1,94	86059,10
	46.56	0,94	0,99	504	502	86057,16	1,60	86058,76
	55.22	0,84	0,89	506	504	86058,49	1,30	86059,79
67,4	3.48	0,75	0,79	506	504	86058,49	1,02	86059,51
67,4						Moyenne...........		86059,29
						Horloge............		— 0,33
						Température.......		+ 0,04
								86059,00

Curseur à 29 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen 0s,26.

Baromètre 29,76.

Le gros poids *en haut*.

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
68,7	1.17	1,22						
	9.40	1,04	1,13	503	501	86056,47	2,08	86058,55
	18. 3	0,88	0,96	503	501	86056,47	1,51	86057,98
	26.28	0,73	0,80	505	503	86057,82	1,05	86058,87
68,7	34.52	0,63	0,68	504	502	86057,16	0,75	86057,91
68,7						Moyenne...........		86058,33
						Horloge............		— 0,26
								86058,07

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juin 20.	68,4	22. 4	1,19	1,13	504	502	86057,16	2,08	[illegible]
		30.28	1,07	1,00	504	502	86057,16	1,63	[illegible]
		38.52	0,94	0,90	504	502	86057,16	1,38	[illegible]
		47.16	0,86	0,82	505	503	86057,82	1,10	[illegible]
	68,5	55.41	0,78						
	68,5						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
							Température		[illegible]
									[illegible]

Le nombre d'oscillations étant maintenant à fort peu près le même dans les deux positions, et *en défaut*, on fixe le second poids à la position qu'il occupe.

SÉRIE A.

Curseur à 23 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen 0s,3[illegible]

Baromètre 29,76.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juin 20.	68,7	48.25	1,23	1,13	504	502	86057,16	2,08	[illegible]
		56.49	1,03	0,97	506	504	86058,49	1,54	[illegible]
		5.15	0,91	0,82	507	505	86059,16	1,10	[illegible]
		13.42	0,73	0,68	506	504	86058,49	0,75	[illegible]
	68,7	22. 8	0,64						
	68,7						Moyenne..........		[illegible]
							Horloge...........		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas.*

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
68,8	31.17	1,22	1,16	504	502	86057,16	2,20	86059,36
	39.41	1,10	1,04	505	503	86057,82	1,76	86059,58
	48. 6	0,99	0,94	506	504	86058,49	1,44	86059,93
	56.32	0,90	0,84	506	504	86058,49	1,15	86059,64
68,9	4.58	0,79						
68,9						Moyenne		86059,63
						Horloge		— 0,30
						Température		+ 0,09
								86059,42

SÉRIE B.

Curseur à 23 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen $0^s,20$.

Baromètre 29,86.

Le gros poids *en haut.*

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
71,2	54. 8	1,23	1,13	503	501	86056,47	2,08	86058,55
	2.31	1,03	0,96	502	500	86055,78	1,51	86057,29
	10.53	0,89	0,81	504	502	86057,16	1,07	86058,23
	19.17	0,73	0,68	504	502	86057,16	0,75	86057,91
71,3	27.41	0,63						
71,3						Moyenne		86057,99
						Horloge		— 0,20
								86057,79

Le gros poids *en bas.*

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
71,0	12.52	1,20	1,14	503	501	86056,47	2,12	86058,59
	21.15	1,08	1,02	503	501	86056,47	1,70	86058,17
	29.38	0,97	0,92	503	501	86056,47	1,38	86057,85
	31. 1	0,88	0,83	504	502	86057,16	1,13	86058,29
71,1	46.25	0,79						
71,1						Moyenne		86058,22
						Horloge		— 0,20
						Température........		— 0,09
								86057,93

SÉRIE C.

Curseur à 23 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen 0ˢ,[illegible]

Baromètre 29,86.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°						
Juin 21.	71,4	36. 6	1,22	°				s	
		44.28	1,03	1,12	502	500	86055,78	2,07	[illegible]
		52.51	0,87	0,95	503	501	86056,47	1,48	[illegible]
		1.14	0,73	0,80	503	501	86056,47	1,04	[illegible]
	71,4	9.40	0,62	0,67	506	504	86058,49	0,73	[illegible]
	71,4						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°						
Juin 21.	71,5	20.24	1,19	°				s	
		28.46	1,07	1,13	502	500	86055,78	2,08	[illegible]
		37. 9	0,94	1,00	503	501	86056,47	1,63	[illegible]
		45.32	0,85	0,89	503	501	86056,47	1,29	[illegible]
	71,6	53.55	0,78	0,81	503	501	86056,47	1,07	[illegible]
	71,6						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
							Température		[illegible]
									[illegible]

SÉRIE D.

Curseur à 23 divisions. Avance de l'horloge sur le temps moyen 0ˢ,3[illegible]

Baromètre 29,95.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
		m s	°						
Juin 23.	73,0	9. 8	1,22	°				s	
		17.28	1,02	1,12	500	498	86054,40	2,05	[illegible]
		25.49	0,87	0,94	501	499	86055,09	1,44	[illegible]
		34.10	0,74	0,80	501	499	86055,09	1,04	[illegible]
	73,1	42.31	0,63	0,68	501	499	86055,09	0,75	[illegible]
	73,1						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas*.

'empé- ature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
o	m s	o	o				s	
72,4	27.33	1,21						
			1,15	501	499	86055,09	2,16	86057,25
	35.54	1,09						
			1,04	501	499	86055,09	1,76	86056,85
	44.15	0,99						
			0,94	501	499	86055,09	1,44	86056,53
	52.36	0,89						
			0,84	502	500	86055,78	1,15	86056,93
72,8	0.58	0,79						
72,6						Moyenne		86056,89
						Horloge		+ 0,30
						Température.		— 0,22
								86056,97

Le pendule fut alors enlevé de son support et l'on reprit la mesure de la distance des arêtes des couteaux, afin de s'assurer si elles avaient ou non subi quelque altération.

Les pièces A, *a*, B et *b* étant appliquées comme précédemment, on obtint les mesures suivantes :

Distance de A à *a*...... 329,06 divisions,

» de B à *b*...... 366,97 »

Dates.	Lectures du micromètre de A à *a*.	de B à *b*.	Règle divisée.	Divisions + 39,4 pouces.
Juin 25....	9,7	39,0	630,0	953,66
»	7,0	37,3	630,0	955,86
»	10,0	36,5	630,7	955,46
	On échange les pièces.			
Juin 26....	59,0	87,0	680,0	955,01
»	59,0	84,0	680,3	956,81
»	51,0	75,0	671,0	955,51
»	43,0	67,7	664,5	957,16
»	41,5	68,0	662,5	955,76
		Moyenne générale.....		955,65

La distance des couteaux est, d'après cela, de 39,4 pouces + 955,65 divisions du micromètre.

Après m'être ainsi assuré qu'un usage modéré n'altérait en rien

les arêtes des couteaux, je suspendis de nouveau le pendule; à ma grande surprise, je trouvai un nombre d'oscillations différent de celui que j'avais obtenu avant cette nouvelle mesure de la longueur. La différence devint encore plus grande le jour suivant; il me vint enfin la pensée que l'humidité de l'atmosphère pouvait avoir changé, et qu'il en était résulté un changement dans le poids des extrémités en bois du pendule. En me reportant au registre des observations hygrométriques faites par M. Browne, je trouvai qu'en effet un changement considérable avait eu lieu soudainement de l'humidité à la sécheresse; et tel était le dérangement du pendule produit par une cause en apparence si insignifiante, qu'il devint nécessaire de déplacer le second poids. Après cette opération, on fit les expériences suivantes pour rétablir l'égalité du nombre des vibrations dans les deux positions.

Curseur à 29 divisions. L'horloge avance de $0^s,18$ sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

Le second a été déplacé.

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juill. 1.	69,1	10.31	1,21	1,11	501	499	86055,09	2,01	[illegible]
		18.52	1,01	0,92	502	500	86055,78	1,38	[illegible]
	69,1	27.14	0,83						
	69,1						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas*.

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juill. 1.	68,8	47.22	1,23	1,16	502	500	86055,78	2,20	[illegible]
		55.44	1,09	1,04	502	500	86055,78	1,76	[illegible]
	68,9	4. 6	0,99						
	68,9						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
							Température		[illegible]
									[illegible]

Le second poids est fixé invariablement.

Curseur à 19 divisions. L'horloge avance de 0s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut.*

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
69,3	0.52	1,21						
	9.17	1,00	1,10	505	503	86057,82	1,98	86059,80
69,2	17.42	0,86	0,93	505	503	86057,82	1,42	86059,24
69,3						Moyenne...........		86059,52
						Horloge............		+ 0,18
								86059,70

Le gros poids *en bas.*

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
69,3	22.57	1,25						
	31.21	1,13	1,19	504	502	86057,16	2,31	86059,47
69,3	39.45	1,00	1,06	504	502	86057,16	1,83	86058,99
69,3						Moyenne...........		86059,23
						Horloge............		+ 0,18
								86059,41

SÉRIE E.

Curseur à 21 divisions. L'horloge avance de 0s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut.*

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
69,3	28. 9	1,23						
	36.32	1,03	1,13	503	501	86056,47	2,08	86058,55
	44.56	0,89	0,96	504	502	86057,16	1,51	86058,67
69,3	53.21	0,74	0,81	505	503	86057,82	1,07	86058,89
						Moyenne...........		86058,70
						Horloge............		+ 0,18
								86058,88

les arêtes des couteaux, je suspendis de nouveau le pendule; à ma grande surprise, je trouvai un nombre d'oscillations différent de celui que j'avais obtenu avant cette nouvelle mesure de la longueur. La différence devint encore plus grande le jour suivant; il me vint enfin la pensée que l'humidité de l'atmosphère pouvait avoir changé, et qu'il en était résulté un changement dans le poids des extrémités en bois du pendule. En me reportant au registre des observations hygrométriques faites par M. Browne, je trouvai qu'en effet un changement considérable avait eu lieu soudainement de l'humidité à la sécheresse; et tel était le dérangement du pendule produit par une cause en apparence si insignifiante, qu'il devint nécessaire de déplacer le second poids. Après cette opération, on fit les expériences suivantes pour rétablir l'égalité du nombre des vibrations dans les deux positions.

Curseur à 29 divisions. L'horloge avance de 0s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut.*

Le second a été déplacé.

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	o	m s	o	o				s	
Juill. 1.	69,1	10.31	1,21						
		18.52	1,01	1,11	501	499	86055,09	2,01	[illegible]
	69,1	27.14	0,83	0,92	502	500	86055,78	1,38	[illegible]
	69,1						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas.*

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	o	m s	o	o				s	
Juill. 1.	68,8	47.22	1,23						
		55.44	1,09	1,16	502	500	86055,78	2,20	[illegible]
	68,9	4. 6	0,99	1,04	502	500	86055,78	1,76	[illegible]
	68,9						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
							Température		[illegible]
									[illegible]

Le second poids est fixé invariablement.

Curseur à 19 divisions. L'horloge avance de 0s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
69,3	0.52	1,21						
			1,10	505	503	86057,82	1,98	86059,80
	9.17	1,00						
			0,93	505	503	86057,82	1,42	86059,24
69,2	17.42	0,86						
69,3						Moyenne...........		86059,52
						Horloge............		+ 0,18
								86059,70

Le gros poids *en bas*.

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
69,3	22.57	1,25						
			1,19	504	502	86057,16	2,31	86059,47
	31.21	1,13						
			1,06	504	502	86057,16	1,83	86058,99
69,3	39.45	1,00						
69,3						Moyenne...........		86059,23
						Horloge............		+ 0,18
								86059,41

SÉRIE E.

Curseur à 21 divisions. L'horloge avance de 0s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
69,3	28. 9	1,23						
			1,13	503	501	86056,47	2,08	86058,55
	36.32	1,03						
			0,96	504	502	86057,16	1,51	86058,67
	44.56	0,89						
			0,81	505	503	86057,82	1,07	86058,89
69,3	53.21	0,74						
						Moyenne...........		86058,70
						Horloge............		+ 0,18
								86058,88

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
Juillet 1.	69°,3	49.ᵐ 6ˢ	1°,21	1°,15	503	501	86056,47	2ˢ,16	[illegible]
		57.29	1,09	1,03	504	502	86057,16	1,73	[illegible]
		5.53	0,98	0,93	504	502	86057,16	1,41	[illegible]
		14.17	0,88	0,83	505	503	86057,82	1,13	[illegible]
	69,3	22.42	0,74						
	69,3						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
									[illegible]

SÉRIE F.

Curseurs à 20 divisions. L'horloge avance de 0ˢ,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
Juillet 1.	69°,3	1.ᵐ46ˢ	1°,34	1°,23	502	500	86055,78	2ˢ,47	[illegible]
		10. 8	1,12	1,03	503	501	86056,47	1,73	[illegible]
		18.31	0,94	0,86	505	503	86057,82	1,21	[illegible]
		26.56	0,79	0,73	506	504	86058,49	0,87	[illegible]
	69,3	35.22	0,68						
	69,3						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
Juillet 1.	69°,3	40.ᵐ28ˢ	1°,23	1°,17	503	501	86056,47	2ˢ,23	[illegible]
		48.51	1,11	1,04	503	501	86056,47	1,77	[illegible]
		57.14	0,98	0,93	504	502	86057,16	1,41	[illegible]
		5.38	0,88	0,84	506	504	86058,49	1,15	[illegible]
	69,4	14. 4	0,80						
	69,4						Moyenne..........		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
							Température		[illegible]
									[illegible]

SÉRIE G.

Curseur à 20 divisions. L'horloge avance de 0ˢ,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
o	m s	o	o				s	
68,5	33. 7	1,41						
			1,29	502	500	86055,78	2,72	86058,50
	41.29	1,18						
			1,07	505	503	86057,82	1,87	86059,69
	49.54	0,97						
			0,89	504	502	86057,16	1,29	86058,45
	58.18	0,82						
			0,76	505	503	86057,82	0,94	86058,76
68,5	6.43	0,71						
68,5						Moyenne...........		86058,85
						Horloge............		+ 0,18
								86059,03

Le gros poids *en bas*.

Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
o	m s	o	o				s	
68,0	51.20	1,17						
			1,10	504	502	86057,16	1,98	86059,14
	59.44	1,04						
			0,94	506	504	86058,49	1,44	86059,93
	8.10	0,94						
			0,89	504	502	86057,16	1,29	86058,45
	16.34	0,84						
			0,79	506	504	86058,49	1,02	86059,51
68,0	25. 0	0,75						
68,0						Moyenne...........		86059,26
						Horloge............		+ 0,18
						Température		— 0,22
								86059,22

SÉRIE H.

Curseur à 18 divisions. L'horloge avance de 0ˢ,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
o	m s	o	o				s	
68,6	18.31	1,25						
			1,14	504	502	86057,16	2,12	86059,28
	26.55	1,04						
			0,96	504	502	86057,16	1,50	86058,66
	35.19	0,89						
			0,81	507	505	86059,16	1,07	86060,23
	43.46	0,74						
			0,68	505	503	86057,82	0,75	86058,57
68,7	52.11	0,63						
68,7						Moyenne...........		86059,18
						Horloge............		+ 0,18
								86059,36

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en se-condes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juin 19.	66,6	5.59	1,25						
		14.32	1,13	1,19	513	511	86063,16	2,32	[illegible]
	66,7	23. 4	1,01	1,06	512	510	86062,50	1,84	[illegible]
	66,7								
							Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		— [illegible]
							Température.......		— [illegible]
									[illegible]

Les oscillations étaient ici en excès; on plaça donc le curseur à 29 divisions, et le second poids fut rapproché de l'arête de son couteau.

Curseur à 29 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen 0s,33.

Baromètre 29,7.

Le gros poids *en haut*. Le second poids a été déplacé.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en se-condes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juin 19.	67,0	57.42	1,23						
		6. 8	1,04	1,13	506	504	86058,49	2,08	[illegible]
	66,9	14.37	0,88	0,96	509	507	86060,50	1,51	[illegible]
	66,9								
							Moyenne............		[illegible]
							Horloge.......		— [illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en se-condes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juin 19.	67,1	24.39	1,14						
		33. 5	1,01	1,07	506	504	86058,49	1,87	[illegible]
	67,1	41.32	0,93	0,97	507	505	86059,16	1,51	[illegible]
	67,1								
							Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		— [illegible]
							Température.......		— [illegible]
									[illegible]

Le nombre des oscillations étant encore en excès, on déplace de nouveau le second poids, sans toucher au curseur.

Curseur à 29 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen 0s,33.

Baromètre 29,7.

Le gros poids *en haut*. Le second poids a été déplacé.

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
67,3	51. 7	1,21	1,11	503	501	86056,47	2,02	86058,49
	59.30	1,02	0,95	504	502	86057,16	1,48	86058,64
	7.54	0,88	0,80	506	504	86058,49	1,05	86059,54
	16.20	0,73	0,68	507	505	86059,16	0,75	86059,91
67,3	24.47	0,63						
67,3						Moyenne		86059,14
						Horloge		— 0,33
								86058,81

Le gros poids *en bas*.

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
67,4	30. 8	1,14	1,09	504	502	86057,16	1,94	86059,10
	38.32	1,05	0,99	504	502	86057,16	1,60	86058,76
	46.56	0,94	0,89	506	504	86058,49	1,30	86059,79
	55.22	0,84	0,79	506	504	86058,49	1,02	86059,51
67,4	3.48	0,75						
67,4						Moyenne		86059,29
						Horloge		— 0,33
						Température		+ 0,04
								86059,00

Curseur à 29 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen 0s,26.

Baromètre 29,76.

Le gros poids *en haut*.

Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
68,7	1.17	1,22	1,13	503	501	86056,47	2,08	86058,55
	9.40	1,04	0,96	503	501	86056,47	1,51	86057,98
	18. 3	0,88	0,80	505	503	86057,82	1,05	86058,87
	26.28	0,73	0,68	504	502	86057,16	0,75	86057,91
68,7	34.52	0,63						
68,7						Moyenne		86058,33
						Horloge		— 0,26
								86058,07

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juin 20.	68,4	22. 4	1,19						
				1,13	504	502	86057,16	2,08	[illegible]
		30.28	1,07						
				1,00	504	502	86057,16	1,63	[illegible]
		38.52	0,94						
				0,90	504	502	86057,16	1,38	[illegible]
		47.16	0,86						
				0,82	505	503	86057,82	1,10	[illegible]
	68,5	55.41	0,78						
	68,5						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
							Température		[illegible]
									[illegible]

Le nombre d'oscillations étant maintenant à fort peu près le même dans les deux positions, et *en défaut,* on fixe le second poids à la position qu'il occupe.

SÉRIE A.

Curseur à 23 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen o',[illegible]

Baromètre 29,76.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 34 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juin 20.	68,7	48.25	1,23						
				1,13	504	502	86057,16	2,08	[illegible]
		56.49	1,03						
				0,97	506	504	86058,49	1,54	[illegible]
		5.15	0,91						
				0,82	507	505	86059,16	1,10	[illegible]
		13.42	0,73						
				0,68	506	504	86058,49	0,75	[illegible]
	68,7	22. 8	0,64						
	68,7						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas.*

Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en se-condes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
68,8	31.17	1,22	1,16	504	502	86057,16	2,20	86059,36
	39.41	1,10	1,04	505	503	86057,82	1,76	86059,58
	48. 6	0,99	0,94	506	504	86058,49	1,44	86059,93
	56.32	0,90	0,84	506	504	86058,49	1,15	86059,64
68,9	4.58	0,79						
68,9						Moyenne...........		86059,63
						Horloge............		— 0,30
						Température.......		+ 0,09
								86059,42

SÉRIE B.

Curseur à 23 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen 0^s,20.

Baromètre 29,86.

Le gros poids *en haut.*

Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en se-condes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
71,2	54. 8	1,23	1,13	503	501	86056,47	2,08	86058,55
	2.31	1,03	0,96	502	500	86055,78	1,51	86057,29
	10.53	0,89	0,81	504	502	86057,16	1,07	86058,23
	19.17	0,73	0,68	504	502	86057,16	0,75	86057,91
71,3	27.41	0,63						
71,3						Moyenne...........		86057,99
						Horloge............		— 0,20
								86057,79

Le gros poids *en bas.*

Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en se-condes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
71,0	12.52	1,20	1,14	503	501	86056,47	2,12	86058,59
	21.15	1,08	1,02	503	501	86056,47	1,70	86058,17
	29.38	0,97	0,92	503	501	86056,47	1,38	86057,85
	31. 1	0,88	0,83	504	502	86057,16	1,13	86058,29
71,1	46.25	0,79						
71,1						Moyenne...........		86058,22
						Horloge............		— 0,20
						Température........		— 0,09
								86057,93

SÉRIE C.

Curseur à 23 divisions. Retard de l'horloge sur le temps moyen 0ˢ,20.

Baromètre 29,86.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
Juin 21.	° 71,4	m s 36. 6	° 1,22						
		44.28	1,03	° 1,12	502	500	86055,78	s 2,05	[illegible]
		52.51	0,87	0,95	503	501	86056,47	1,48	[illegible]
		1.14	0,73	0,80	503	501	86056,47	1,04	[illegible]
	71,4	9.40	0,62	0,67	506	504	86058,49	0,73	[illegible]
	71,4						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
Juin 21.	° 71,5	m s 20.24	° 1,19						
		28.46	1,07	° 1,13	502	500	86055,78	s 2,08	[illegible]
		37. 9	0,94	1,00	503	501	86056,47	1,63	[illegible]
		45.32	0,85	0,89	503	501	86056,47	1,29	[illegible]
	71,6	53.55	0,78	0,81	503	501	86056,47	1,07	[illegible]
	71,6						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
							Température		[illegible]
									[illegible]

SÉRIE D.

Curseur à 23 divisions. Avance de l'horloge sur le temps moyen 0ˢ.30.

Baromètre 29,95.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
Juin 23.	73,0	m s 9. 8	° 1,22						
		17.28	1,02	° 1,12	500	498	86054,40	s 2,05	[illegible]
		25.49	0,87	0,94	501	499	86055,09	1,44	[illegible]
		34.10	0,74	0,80	501	499	86055,09	1,04	[illegible]
	73,1	42.31	0,63	0,68	501	499	86055,09	0,75	[illegible]
	73,1						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas.*

Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
°	m s	°	°				s	
72,4	27.33	1,21						
	35.54	1,09	1,15	501	499	86055,09	2,16	86057,25
	44.15	0,99	1,04	501	499	86055,09	1,76	86056,85
	52.36	0,89	0,94	501	499	86055,09	1,44	86056,53
72,8	0.58	0,79	0,84	502	500	86055,78	1,15	86056,93
72,6						Moyenne...........		86056,89
						Horloge............		+ 0,30
						Température.		— 0,22
								86056,97

Le pendule fut alors enlevé de son support et l'on reprit la mesure de la distance des arêtes des couteaux, afin de s'assurer si elles avaient ou non subi quelque altération.

Les pièces A, *a*, B et *b* étant appliquées comme précédemment, on obtint les mesures suivantes :

Distance de A à *a*...... 329,06 divisions,

» de B à *b*...... 366,97 »

Dates.	Lectures du micromètre de A à *a*.	de B à *b*.	Règle divisée.	Divisions + 39,4 pouces.
Juin 25....	9,7	39,0	630,0	953,66
»	7,0	37,3	630,0	955,86
»	10,0	36,5	630,7	955,46
	On échange les pièces.			
Juin 26....	59,0	87,0	680,0	955,01
»	59,0	84,0	680,3	956,81
»	51,0	75,0	671,0	955,51
»	43,0	67,7	664,5	957,16
»	41,5	68,0	662,5	955,76
			Moyenne générale.....	955,65

La distance des couteaux est, d'après cela, de 39,4 pouces + 955,65 divisions du micromètre.

Après m'être ainsi assuré qu'un usage modéré n'altérait en rien

les arêtes des couteaux, je suspendis de nouveau le pendule; à ma grande surprise, je trouvai un nombre d'oscillations différent de celui que j'avais obtenu avant cette nouvelle mesure de la longueur. La différence devint encore plus grande le jour suivant; il me vint enfin la pensée que l'humidité de l'atmosphère pourrait avoir changé, et qu'il en était résulté un changement dans le poids des extrémités en bois du pendule. En me reportant au registre des observations hygrométriques faites par M. Browne, je trouvai qu'en effet un changement considérable avait eu lieu soudainement de l'humidité à la sécheresse; et tel était le dérangement du pendule produit par une cause en apparence si insignifiante, qu'il devint nécessaire de déplacer le second poids. Après cette opération, on fit les expériences suivantes pour rétablir l'égalité du nombre des vibrations dans les deux positions.

Curseur à 29 divisions. L'horloge avance de 0s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

Le second a été déplacé.

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Osc[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juill. 1.	69,1	10.31	1,21	1,11	501	499	86055,09	2,01	[illegible]
		18.52	1,01	0,92	502	500	86055,78	1,38	[illegible]
	69,1	27.14	0,83						
	69,1						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		−[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas*.

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Osc[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juill. 1.	68,8	47.22	1,23	1,16	502	500	86055,78	2,20	[illegible]
		55.44	1,09	1,04	502	500	86055,78	1,76	[illegible]
	68,9	4. 6	0,99						
	68,9						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		−[illegible]
							Température.......		−[illegible]
									[illegible]

Le second poids est fixé invariablement.

Le gros poids *en bas.*

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
	o	m s	o	o				s	
Juin 23.	72,4	27.33	1,21						
				1,15	501	499	86055,09	2,16	86057,25
		35.54	1,09						
				1,04	501	499	86055,09	1,76	86056,85
		44.15	0,99						
				0,94	501	499	86055,09	1,44	86056,53
		52.36	0,89						
				0,84	502	500	86055,78	1,15	86056,93
	72,8	0.58	0,79						
	72,6						Moyenne...........		86056,89
							Horloge............		+ 0,30
							Température.......		— 0,22
									86056,97

Le pendule fut alors enlevé de son support et l'on reprit la mesure de la distance des arêtes des couteaux, afin de s'assurer si elles avaient ou non subi quelque altération.

Les pièces A, *a*, B et *b* étant appliquées comme précédemment, on obtint les mesures suivantes :

Distance de A à *a*...... 329,06 divisions,
» de B à *b*...... 366,97 »

Dates.	Lectures du micromètre de A à *a*.	de B à *b*.	Règle divisée.	Divisions + 39,4 pouces.
Juin 25....	9,7	39,0	630,0	953,66
»	7,0	37,3	630,0	955,86
»	10,0	36,5	630,7	955,46
	On échange les pièces.			
Juin 26....	59,0	87,0	680,0	955,01
»	59,0	84,0	680,3	956,81
»	51,0	75,0	671,0	955,51
»	43,0	67,7	664,5	957,16
»	41,5	68,0	662,5	955,76
		Moyenne générale.....		955,65

La distance des couteaux est, d'après cela, de 39,4 pouces + 955,65 divisions du micromètre.

Après m'être ainsi assuré qu'un usage modéré n'altérait en rien

les arêtes des couteaux, je suspendis de nouveau le pendule; à ma grande surprise, je trouvai un nombre d'oscillations différent de celui que j'avais obtenu avant cette nouvelle mesure de la longueur. La différence devint encore plus grande le jour suivant; il me vint enfin la pensée que l'humidité de l'atmosphère pouvait avoir changé, et qu'il en était résulté un changement dans le poids des extrémités en bois du pendule. En me reportant au registre des observations hygrométriques faites par M. Browne, je trouvai qu'en effet un changement considérable avait eu lieu soudainement de l'humidité à la sécheresse; et tel était le dérangement du pendule produit par une cause en apparence si insignifiante, qu'il devint nécessaire de déplacer le second poids. Après cette opération, on fit les expériences suivantes pour rétablir l'égalité du nombre des vibrations dans les deux positions.

Curseur à 29 divisions. L'horloge avance de $0^s,18$ sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

Le second a été déplacé.

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juill. 1.	69,1	10.31	1,21	1,11	501	499	86055,09	2,01	[illegible]
		18.52	1,01	0,92	502	500	86055,78	1,38	[illegible]
	69,1	27.14	0,83						
	69,1						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas*.

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	°	m s	°	°				s	
Juill. 1.	68,8	47.22	1,23	1,16	502	500	86055,78	2,20	[illegible]
		55.44	1,09	1,04	502	500	86055,78	1,76	[illegible]
	68,9	4. 6	0,99						
	68,9						Moyenne		[illegible]
							Horloge		[illegible]
							Température		[illegible]
									[illegible]

Le second poids est fixé invariablement.

Curseur à 19 divisions. L'horloge avance de 0s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut.*

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
	°	m s	°	°				s	
Juill. 1.	69,3	0.52	1,21						
		9.17	1,00	1,10	505	503	86057,82	1,98	86059,80
	69,2	17.42	0,86	0,93	505	503	86057,82	1,42	86059,24
	69,3						Moyenne...........		86059,52
							Horloge............		+ 0,18
									86059,70

Le gros poids *en bas.*

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
	°	m s	°	°				s	
Juill. 1.	69,3	22.57	1,25						
		31.21	1,13	1,19	504	502	86057,16	2,31	86059,47
	69,3	39.45	1,00	1,06	504	502	86057,16	1,83	86058,99
	69,3						Moyenne...........		86059,23
							Horloge............		+ 0,18
									86059,41

SÉRIE E.

Curseur à 21 divisions. L'horloge avance de 0s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut.*

	Température.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
	°	m s	°	°				s	
Juillet 1.	69,3	28. 9	1,23						
		36.32	1,03	1,13	503	501	86056,47	2,08	86058,55
		44.56	0,89	0,96	504	502	86057,16	1,51	86058,67
	69,3	53.21	0,74	0,81	505	503	86057,82	1,07	86058,89
							Moyenne...........		86058,70
							Horloge............		+ 0,18
									86058,88

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	o	m s	o	o				s	
Juillet 1.	69,3	49. 6	1,21	1,15	503	501	86056,47	2,16	[illegible]
		57.29	1,09	1,03	504	502	86057,16	1,73	[illegible]
		5.53	0,98	0,93	504	502	86057,16	1,41	[illegible]
		14.17	0,88	0,83	505	503	86057,82	1,13	[illegible]
	69,3	22.42	0,74						
	69,3						Moyenne..........		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
									[illegible]

SÉRIE F.

Curseurs à 20 divisions. L'horloge avance de 0^s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	o	m s	o	o				s	
Juillet 1.	69,3	1.46	1,34	1,23	502	500	86055,78	2,47	[illegible]
		10. 8	1,12	1,03	503	501	86056,47	1,73	[illegible]
		18.31	0,94	0,86	505	503	86057,82	1,21	[illegible]
		26.56	0,79	0,73	506	504	86058,49	0,87	[illegible]
	69,3	35.22	0,68						
	69,3						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	[illegible]
	o	m s	o	o				s	
Juillet 1.	69,3	40.28	1,23	1,17	503	501	86056,47	2,23	[illegible]
		48.51	1,11	1,04	503	501	86056,47	1,77	[illegible]
		57.14	0,98	0,93	504	502	86057,16	1,41	[illegible]
		5.38	0,88	0,84	506	504	86058,49	1,15	[illegible]
	69,4	14. 4	0,80						
	69,4						Moyenne..........		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
							Température.......		[illegible]
									[illegible]

SÉRIE G.

Curseur à 20 divisions. L'horloge avance de 0^s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
o	m s	o	o				s	
68,5	33. 7	1,41	1,29	502	500	86055,78	2,72	86058,50
	41.29	1,18	1,07	505	503	86057,82	1,87	86059,69
	49.54	0,97	0,89	504	502	86057,16	1,29	86058,45
	58.18	0,82	0,76	505	503	86057,82	0,94	86058,76
68,5	6.43	0,71						
68,5						Moyenne...........		86058,85
						Horloge............		+ 0,18
								86059,03

Le gros poids *en bas*.

Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
o	m s	o	o				s	
68,0	51.20	1,17	1,10	504	502	86057,16	1,98	86059,14
	59.44	1,04	0,94	506	504	86058,49	1,44	86059,93
	8.10	0,94	0,89	504	502	86057,16	1,29	86058,45
	16.34	0,84	0,79	506	504	86058,49	1,02	86059,51
68,0	25. 0	0,75						
68,0						Moyenne...........		86059,26
						Horloge............		+ 0,18
						Température		— 0,22
								86059,22

SÉRIE H.

Curseur à 18 divisions. L'horloge avance de 0^s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
o	m s	o	o				s	
68,6	18.31	1,25	1,14	504	502	86057,16	2,12	86059,28
	26.55	1,04	0,96	504	502	86057,16	1,50	86058,66
	35.19	0,89	0,81	507	505	86059,16	1,07	86060,23
	43.46	0,74	0,68	505	503	86057,82	0,75	86058,57
68,7	52.11	0,63						
68,7						Moyenne...........		86059,18
						Horloge............		+ 0,18
								86059,36

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en se-condes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	[illegible]
Juillet 2.	° 68,8	m s 57.41	° 1,23	° 1,16	503	501	86056,47	s 2,20	[illegible]
		6. 4	1,10	1,05	504	502	86057,16	1,80	[illegible]
		14.28	1,00	0,94	504	502	86057,16	1,44	[illegible]
		23.52	0,88	0,85	506	504	86058,49	1,18	[illegible]
	69,1	31.18	0,82						
	68,9						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
							Température.......		[illegible]
									[illegible]

SÉRIE I.

Curseur à 18 divisions. L'horloge avance de 0s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en se-condes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	[illegible]
Juillet 2.	° 69,4	m s 17.43	° 1,24	° 1,13	504	502	86057,16	s 2,08	[illegible]
		26. 7	1,03	0,95	504	502	86057,16	1,47	[illegible]
		34.31	0,88	0,81	504	502	86057,16	1,07	[illegible]
		42.55	0,74	0,69	507	505	86059,16	0,78	[illegible]
	69,3	51.22	0,64						
	69,3						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
									[illegible]

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en se-condes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	[illegible]
Juillet 2.	° 69,3	m s 38.22	° 1,20	° 1,14	502	500	86055,78	s 2,12	[illegible]
		46.44	1,08	1,03	505	503	86057,82	1,73	[illegible]
		55. 9	0,98	0,93	504	502	86057,16	1,42	[illegible]
		3.33	0,88	0,84	505	503	86057,82	1,15	[illegible]
	69,3	11.58	0,80						
	69,3						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
									[illegible]

SÉRIE K.

Curseur à 18 divisions. L'horloge avance de $0^s,18$ sur le temps moyen.

Baromètre 29,70.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
	°	m s	°	°				s	
Juillet 2.	69,3	53.29	1,31						
				1,19	503	501	86056,47	2,31	86058,78
		1.52	1,08						
				1,00	504	502	86057,16	1,63	86058,79
		10.16	0,92						
				0,84	506	504	86058,49	1,15	86059,64
		18.42	0,76						
				0,71	505	503	86057,82	0,82	86058,64
	69,3	26. 7	0,66						
	69,3						Moyenne...........		86058,96
							Horloge............		+ 0,18
									86059,14

Le gros poids *en bas*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
	°	m s	°	°				s	
Juillet 2.	69,3	32.18	1,24						
				1,17	502	500	86055,78	2,23	86058,01
		40.40	1,10						
				1,05	504	502	86057,16	1,80	86058,96
		49. 4	1,00						
				0,95	505	503	86057,82	1,47	86059,29
		57.29	0,90						
				0,85	504	502	86057,16	1,18	86058,34
	69,3	5.53	0,81						
	69,3						Moyenne...........		86058,65
							Horloge............		+ 0,18
									86058,83

SÉRIE L.

Curseur à 19 divisions. L'horloge avance de $0^s,18$ sur le temps moyen.

Baromètre 29,90.

Le gros poids *en haut*.

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'oscillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscillations.	Oscillations en 24 heures.	Correction d'ampl.	Oscillat. en 24 heures.
	°	m s	°	°				s	
Juillet 3.	68,0	2.18	1,28						
				1,17	504	502	86057,16	2,23	86059,39
		10.42	1,06						
				0,98	504	502	86057,16	1,57	86058,73
		19. 6	0,91						
				0,82	505	503	86057,82	1,10	86058,92
		27.31	0,74						
				0,69	506	504	86058,49	0,77	86059,26
	68,2	35.57	0,64						
	68,1						Moyenne...........		86059,08
							Horloge............		+ 0,18
									86059,26

Le gros poids *en bas.*

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscil-lation.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	[illegible]
Juillet 2.	67°,7	23m.52s	1°,29	1°,21	504	502	86057,16	2s,39	[illegible]
		33.16	1,14	1,07	504	502	86057,16	1,87	[illegible]
		40.40	1,01	0,97	504	502	86057,16	1,54	[illegible]
		49. 4	0,93	0,82	506	504	86058,49	1,10	[illegible]
	67,8	57.30	0,72						
	67,8						Moyenne...		[illegible]
							Horloge............		[illegible]
							Température		[illegible]

SÉRIE M.

Curseur à 19 divisions. L'horloge avance de 0s,18 sur le temps moyen.

Baromètre 29,90.

Le gros poids *en haut.*

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	[illegible]
Juillet 3.	68°,3	45m. 3s	1°,23	1°,13	504	502	86057,16	2s,08	[illegible]
		53.27	1,03	0,95	504	502	86057,16	1,47	[illegible]
		1.51	0,87	0,80	505	503	86057,82	1,04	[illegible]
		10.16	0,74	0,68	506	504	86058,49	0,75	[illegible]
	68,4	18.42	0,63						
	68,4						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge...........		[illegible]

Le gros poids *en bas.*

	Tempé-rature.	Époque de la coïncid.	Amplitude de l'os-cillation.	Amplitude Moy.	Intervalle en secondes.	Nombre d'oscil-lations.	Oscillations en 24 heures.	Correc-tion d'ampl.	[illegible]
Juillet 3.	68°,4	24m.31s	1°,24	1°,17	503	501	86056,47	2s,23	[illegible]
		32.54	1,11	1,05	504	502	86057,16	1,80	[illegible]
		41.18	0,99	0,94	504	502	86057,16	1,44	[illegible]
		49.42	0,90	0,86	506	504	86058,49	1,20	[illegible]
	68,5	58. 8	0,82						
	68,5						Moyenne...........		[illegible]
							Horloge...........		[illegible]
							Température........		[illegible]

Les résultats de celles des expériences précédentes qu'on peut employer pour calculer la longueur du pendule à seconde sont réunis dans le Tableau suivant :

tion :ur- ır.	Expérience.	Température.	Baromètre.	Nombre d'oscillations, gros poids en haut.	Différence.	Nombre d'oscillations, gros poids en bas.	Oscillations en défaut ou en excès.
[illegible]	A	68°,7	29,76	86059,39	0,03	86059,42	—
[illegible]	B	71,3	29,86	86057,79	0,14	86057,93	—
[illegible]	C	71,4	29,86	86057,93	0,23	86057,70	+
[illegible]	D	73,1	29,95	86056,54	0,43	86056,97	—
		On mesure de nouveau la longueur du pendule.					
	E	69,3	29,70	86058,88	0,06	86058,94	—
[illegible]	F	69,3	29,70	86058,89	0,12	86059,01	—
[illegible]	G	68,5	29,70	86059,03	0,19	86059,22	—
	H	68,7	29,70	86059,36	0,11	86059,25	+
	I	69,3	29,70	86059,19	0,16	86058,93	+
[illegible]	K	69,3	29,70	86059,14	0,31	86058,83	+
	L	68,1	29,90	86059,26	0,04	86059,22	+
	M	68,4	29,90	86059,17	0,04	86059,21	—
		Moyennes......		86058,71		86058,72	

Ce Tableau ne demande pas d'autre explication que celle-ci, savoir que la colonne intitulée *différence* contient la différence entre les nombres d'oscillations du pendule dans les deux positions, et que la dernière colonne indique par le signe + ou le signe — si le nombre d'oscillations est supérieur ou inférieur à la vérité; conclusion qui se déduit de la comparaison du nombre d'oscillations lorsque le gros poids est en haut, avec le nombre qui répond au cas où le gros poids est en bas. La moyenne des nombres d'oscillations inscrits dans la colonne portant en tête : *le gros poids en haut,* ne diffère pas sensiblement de la moyenne des nombres de la colonne intitulée : *le gros poids en bas;* ce qui prouve que le nombre d'oscillations peut être considéré comme étant le même dans les deux positions et, par conséquent, que, l'une des arêtes étant le point de suspension, l'autre doit être nécessairement au centre d'oscillation.

LONGUEUR DU PENDULE QUI BAT LA SECONDE.

La distance des arêtes des couteaux était

	pouces		div		pouces
D'après la première mesure.......	39,4	+	956,47	=	39,44091
D'après la deuxième »	39,4	+	954,49	=	39,44086
D'après la troisième »	39,4	+	955,65	=	39,44090
Moyenne......					39,44090
Correction pour l'erreur de division de l'échelle (p. 93)..................					− 0,00005
					39,44085

On peut donc prendre 39,44085 pouces comme étant la dis-tance des arêtes des couteaux à la température de 62°.

Si nous faisons usage des nombres d'oscillations quand le gros poids était en bas, comme étant plus voisins de la vérité que ceux qui correspondent à l'autre position du pendule, nous obtenons les résultats suivants :

Expé-rience.	Tem-pé-ture.	Baro-mètre.	Oscillations en 24 heures.	Longueur du pendule à seconde dans l'air.	Corr. pour la perte de poids dans l'air.	Longueur du pendule à seconde dans le vide.	[illegible]
A	68°,7	29,76	86059,42	39,13313	0,00544	39,13857	[illegible]
B	71,3	29,86	86057,93	39,13278	0,00544	39,13822	[illegible]
C	71,4	29,86	86057,70	39,13260	0,00544	39,13804	[illegible]
D	73,1	29,95	86056,97	39,13259	0,00544	39,13803	[illegible]
E	69,3	29,70	86058,94	39,13293	0,00544	39,13837	[illegible]
F	69,3	29,70	86059,01	39,13298	0,00544	39,13842	[illegible]
G	68,5	29,70	86059,22	39,13286	0,00545	39,13831	[illegible]
H	68,7	29,70	86059,25	39,13296	0,00544	39,13840	[illegible]
I	69,3	29,70	86058,93	39,13291	0,00544	39,13834	[illegible]
K	69,3	29,70	86058,83	39,13282	0,00544	39,13825	[illegible]
L	68,1	29,90	86059,22	39,13271	0,00548	39,13819	[illegible]
M	68,4	29,90	86059,21	39,13281	0,00548	39,13829	[illegible]
					Moyenne......	39,13829	

La longueur du pendule ainsi obtenue exige encore une autre correction pour la réduire à ce qu'elle serait au niveau de la mer. On sait que l'élévation des salons de la Société Royale à Somerset House, au-dessus du niveau de la basse mer, est de

81 pieds; et par quelques observations faites avec soin avec un excellent baromètre de montagne de Ramsden, j'ai trouvé que la salle de Portland-Place, où les expériences ont été faites, est à un niveau inférieur de deux pieds à celui des salons de la Société Royale. La hauteur du pendule au-dessus du parquet de la salle étant de 4 pieds, nous avons 83 pieds pour l'élévation du pendule au-dessus du niveau de la mer. Or la force de la pesanteur croissant en raison inverse du carré de la distance au centre de la Terre, la longueur du pendule doit être augmentée dans le même rapport, et si nous prenons le rayon de la Terre à la latitude de Portland-Place égal à 3954,583 milles, nous avons 39,1386 pouces pour la longueur du pendule qui bat la seconde au niveau de la mer.

On peut remarquer que la plus grande différence entre le résultat moyen et celui de l'une quelconque des douze séries d'expériences contenues dans le Tableau précédent est seulement de 0,00028 pouce, ou $\frac{1}{131959}$ de la longueur totale du pendule; et comme sept de ces séries n'ont avec la moyenne qu'une différence moindre qu'un dix-millième de pouce, on doit en conclure que la détermination ci-dessus ne peut pas être bien éloignée de la vérité.

La longueur ainsi obtenue est celle d'un pendule qui ferait une oscillation en $\frac{1}{86400}$ de jour solaire moyen, ce jour étant l'unité usuellement employée pour mesurer le temps. Mais je serais embarrassé de dire pourquoi on le préfère au jour sidéral, unité de temps qui marque une révolution complète de la Terre, et qu'on obtient aisément, puisque c'est l'intervalle entre deux retours consécutifs d'une étoile fixe au méridien.

Je vais maintenant passer à l'examen des sources d'erreur qu'on peut supposer affecter les résultats des expériences précédentes. On peut les classer sous les chefs suivants :

1° La mesure de la distance des couteaux;
2° Le nombre d'oscillations en vingt-quatre heures;
3° La température;
4° La forme des arêtes des couteaux.

Sur le premier point, il est à peine nécessaire de faire aucune remarque. Puisque les résultats moyens des trois séries de me-

sures sont à moins d'un dix-millième de pouce les uns des autres, et que la différence des méthodes employées exclut, on peut le croire, tout soupçon de coïncidence accidentelle, nous pouvons avec confiance en déduire que l'erreur sur la distance des couteaux ne peut pas s'élever à un dix-millième de pouce.

Entre les nombres d'oscillations en vingt-quatre heures, donnés par les diverses séries d'expériences, il y a des différences qui s'élèvent parfois à 1,6. Ces différences cependant ne peuvent affecter l'exactitude du résultat que d'une très petite quantité, dont je vais essayer d'expliquer la grandeur et l'origine.

Pour déterminer le nombre d'oscillations en vingt-quatre heures, il faut déterminer le nombre d'oscillations et la fraction d'oscillation exécutée par le pendule de laiton pendant un certain nombre de secondes entières. Mais le moment de l'observation étant limité à celui où le pendule de laiton est à la partie inférieure de sa course, le procédé est nécessairement inverse, et il faut observer un certain nombre de vibrations complètes, pendant un certain nombre de secondes et une fraction de seconde, qui constituent ce que j'ai appelé l'*intervalle*. La disparition du disque ne peut cependant être notée qu'à la seconde ronde, et le pendule peut arriver au point le plus bas de sa course soit précisément à cette seconde, ou à une fraction de la seconde qui précède. Cette circonstance peut donc introduire une erreur qui peut monter à 9 dixièmes de seconde, dont l'intervalle observé serait moindre que l'intervalle vrai, et, comme une erreur d'une seconde sur l'intervalle occasionne une différence de 0,63 dans le nombre d'oscillations en vingt-quatre heures, si nous divisons 0,55 (ou la partie proportionnelle de 0,63) par 4, nombre des intervalles qui composent chaque série d'expériences, nous avons 0,14 pour la plus grande erreur *par défaut* sur le nombre d'oscillations en vingt-quatre heures qui peut provenir de cette cause.

Au contraire, si la *seconde* coïncidence ou le retour du pendule au point le plus bas de sa course avait eu lieu 9 dixièmes de seconde avant la seconde à laquelle a été notée la disparition du disque, l'erreur sur le nombre d'oscillations en vingt-quatre heures s'élèverait à la même quantité, mais serait maintenant par excès.

Si la première et la troisième coïncidence avaient lieu exacte-

ment au moment de la disparition du disque, et si l'observation de la seconde coïncidence différait de 9 dixièmes de seconde du moment réel, il est clair que le nombre d'oscillations en vingt-quatre heures déduit de chacun des intervalles serait en erreur d'environ 0,56, mais l'un par excès et l'autre par défaut. La moyenne des deux donnerait un résultat exact, bien que la différence observée entre les deux s'élevât à la valeur considérable de 1,2.

La dernière coïncidence de chaque série a lieu lorsque l'arc d'oscillation est réduit à une très petite amplitude. Il n'est donc pas impossible qu'une erreur d'une seconde puisse se présenter parfois, quoique rarement, dans la détermination de l'instant de cette coïncidence. Il en résulterait une erreur d'environ 0,63 sur le nombre d'oscillations en vingt-quatre heures, laquelle divisée par 4, comme précédemment, influencerait le résultat moyen de 0,15 d'une oscillation.

Dans l'estimation de ces erreurs, j'ai pris un cas extrême, puisqu'il est probable qu'elles se compenseraient le plus souvent dans les intervalles successifs. Si l'on suppose néanmoins qu'elles s'ajoutent, le plus grand effet sur le résultat moyen d'une série quelconque d'expériences s'élèverait à 0,3 environ d'une oscillation en vingt-quatre heures, et la différence entre le nombre d'oscillations dans l'une ou l'autre position du pendule pourrait atteindre le double de cette quantité; et cependant, lorsque le grand poids est en bas, le résultat ne différerait pas de la vérité de plus de 0,3 d'une oscillation.

Il ressort de là que, si les expériences ont été conduites avec un soin suffisant, on ne devrait pas trouver, entre la moyenne et une quelconque des longueurs du pendule contenues dans le Tableau précédent, une différence plus grande que celle qui peut résulter d'une différence de 0,30 d'oscillation en vingt-quatre heures, c'est-à-dire environ 0,0003 de pouce.

En fait, en nous reportant à ce Tableau, nous voyons que les séries A et D, qui diffèrent le plus de la moyenne, donnent, la première 0,00029 de pouce par excès, et l'autre 0,00026 par défaut.

Dans l'examen des sources d'erreur, il peut n'être pas inutile de remarquer que, si la tige du pendule avait été faite trop épaisse

et si les arêtes des couteaux n'avaient pas été placées bien perpendiculaires à cette tige, il aurait pu résulter une erreur, quoique très minime, de l'effet de l'obliquité qui aurait diminué la distance du centre d'oscillation à l'axe. On s'est suffisamment mis en garde contre cette cause d'erreur, en faisant la tige de cuivre assez mince pour que son propre poids la rendît perpendiculaire à l'axe, quand même la position de l'arête du couteau eût été légèrement erronée; car, bien que la forme que prendrait la tige soit à proprement parler une courbe, elle peut sans erreur sensible être considérée comme une ligne droite.

En ce qui concerne la température, toutes les précautions ont été prises pour éviter toute erreur. Le thermomètre employé avait été construit par M. Troughton pour feu Sir George Shuckburgh. Il est divisé en demi-degrés, et la hauteur du mercure peut être estimée au dixième de degré. On a déjà fait remarquer dans la première Partie de ce Mémoire que l'observateur n'approchait du thermomètre qu'à la première et à la dernière coïncidence.

Les expériences elles-mêmes apportent une preuve suffisante, je le crois, de l'invariabilité de forme des arêtes des couteaux. On avait pris toutes les précautions pour leur donner d'abord une forme aussi parfaite que possible; et, après que l'on eut fait quatre séries d'expériences, on trouva, en mesurant de nouveau leur distance, qu'elles n'avaient subi aucune altération sensible; et il ressort évidemment de l'accord presque parfait des résultats que, pendant les expériences suivantes, elles n'ont pas souffert davantage; il est donc difficile de concevoir qu'aucune erreur ait pu provenir de cette cause.

Je dois faire remarquer ici que la méthode que j'ai employée pour déterminer la longueur du pendule possède encore d'autres avantages, en outre de celui d'écarter les erreurs qui peuvent provenir d'une inégalité de densité ou de figure; l'un d'eux, et non le moins considérable, est qu'après un petit nombre d'oscillations la vraie longueur du pendule est comprise entre certaines limites bien connues. Ainsi, dans les deux premières séries d'expériences, après la nouvelle mesure de la distance des couteaux, nous pourrons remarquer que, lorsque le curseur était à 29 divisions, le nombre des oscillations, le gros poids en bas, était de 86057,35 *en défaut;* et, lorsque le curseur était amené à 19 divisions, le

nombre des oscillations était 86059,41 et *en excès*. Le nombre vrai est évidemment compris entre les deux, et la plus grande valeur de l'erreur commise en prenant l'un ou l'autre de ces nombres doit être moindre que 1,73, leur différence lorsqu'ils sont ramenés à la même température. Mais, si l'on emploie leur moyenne dans le calcul, on verra que la longueur ainsi obtenue ne diffère que de 4 dix-millièmes de pouce du résultat moyen donné dans le Tableau précédent.

Il n'est peut-être pas inutile d'ajouter que toutes les expériences faites ont été conservées; je ne considère aucune d'entre elles comme méritant moins de confiance que les autres, sauf celles de la série A, et cela simplement parce que la marche de la pendule n'a pas été déterminée le jour même de l'expérience, mais a été prise la même que celle du jour suivant.

La longueur du pendule battant la seconde au niveau de la mer, mesurée à la température de 62° Fahrenheit, est donc :

	pouces
Par rapport à l'étalon de Sir G. Shuckburgh........	39,13860
Par rapport à la règle divisée du général Roy.......	39,13717
Par rapport à l'étalon du Parlement, de Bird........	39,13842

La latitude du lieu d'observation est 51°31′8″,4 nord (¹).

On pourrait faire à l'emploi des couteaux cette objection qu'étant formés d'une matière élastique ils peuvent peut-être subir une compression temporaire, et introduire ainsi une cause possible d'erreur. Afin de lever tout doute sur un point aussi important de mon travail, mon intention est de recommencer une série d'expériences avec un pendule de même construction que celui que je viens de décrire, mais oscillant sur des cylindres au lieu d'arêtes, et j'espère avoir bientôt l'honneur de soumettre les résultats de ces expériences à la Société Royale.

Londres, juillet 1817.

(¹) Cette latitude a été déduite des données contenues dans le *Trigonometrical Survey*, l'azimut de la maison de M. Browne, par rapport à Portland Chapel, étant de 74°38′50″ comptés du nord vers l'ouest, et la distanee des deux points 283 pieds anglais.

Elle ne diffère que de 0″,1 de la latitude déterminée par M. Browne d'après un grand nombre d'observations.

RECHERCHES

SUR LA

LONGUEUR DU PENDULE SIMPLE

QUI BAT LA SECONDE;

PAR F.-W. BESSEL.

(Extrait des *Mémoires de l'Académie de Berlin* pour 1826.)

PREMIÈRE PARTIE.

DÉTERMINATION DE LA LONGUEUR DU PENDULE SIMPLE QUI BAT LA SECONDE A L'OBSERVATOIRE DE KŒNIGSBERG.

1. La méthode que je vais exposer ici est fondée sur l'emploi d'un appareil dans la construction duquel j'ai eu en vue d'écarter toute incertitude possible sur la position du centre de mouvement du pendule, aussi bien que toute erreur dans la mesure de sa longueur. J'ai obtenu ce résultat en observant, non pas la durée d'oscillation et la longueur d'un pendule unique, mais les durées d'oscillation de deux pendules, dont la différence de longueur n'était pas, à proprement dire, mesurée, mais était rendue égale à la longueur totale de la *Toise du Pérou*.

La disposition de l'appareil est en substance la suivante : à une barre de fer verticale est fixé invariablement un plan horizontal, large de quelques lignes, sur lequel la Toise peut reposer verticalement par un de ses bouts; vient ensuite une pièce, à laquelle est suspendu le pendule formé d'une sphère attachée à un fil, et qui peut prendre son point d'appui, soit sur le plan fixe dont je viens de parler, soit sur le bout de la Toise lorsque celle-ci repose

elle-même sur le plan. De cette façon, il y a, dans les deux cas, entre les deux points de suspension du pendule, une différence de hauteur précisément égale à la longueur de la Toise. Enfin, à la partie inférieure de la barre de fer, est une vis micrométrique, au moyen de laquelle on pourra mesurer les petites variations qui se produisent dans la hauteur de la sphère du pendule. La détermination de la longueur du pendule est donc ramenée à l'observation des durées d'oscillation d'une sphère pesante, suspendue alternativement à deux fils dont la différence de longueur est si voisine d'une toise, que, les petites variations en hauteur de la position de la sphère formant les deux pendules, le *pendule court* quand le point de suspension est sur le plan fixe, et le *pendule long* quand le point de suspension est placé sur l'extrémité supérieure de la toise, peuvent être mesurées à l'aide de la vis micrométrique. Les durées d'oscillation de deux pendules dont les longueurs vraies sont inconnues, mais dont on connaît la *différence* de longueur, suffisent évidemment au calcul de la longueur du pendule simple battant la seconde.

Au commencement de l'année 1823, j'exposai à M. Repsold, de Hambourg, le principe fondamental de cette méthode et le procédé par lequel, dans ma pensée, on devait la mettre en œuvre, pour que la précision des résultats donnés par l'appareil ne dépendît que du soin et de l'application qu'apporteraient les observateurs chargés de faire et de répéter les expériences. Cet habile artiste eut la bonté d'entreprendre, sur mes indications, et de mener à bien la construction d'un appareil, qui dans toutes ses parties présente une perfection de travail digne du maître qui l'a réalisé. L'instrument, terminé dans les premiers mois de 1825, me fut livré, avant son départ pour Kœnigsberg, dans les ateliers mêmes de M. Repsold. A ce moment je reçus aussi une toise de M. Fortin, de Paris. M. Arago avait bien voulu se charger de cette commande, et ce grand physicien et astronome avait eu, de plus, la bonté de la comparer à l'étalon de la *Toise du Pérou*. Je lui en exprime ici toute ma reconnaissance, et je remercie également M. le lieutenant Zahrtmann, envoyé à Paris au sujet des grandes mesures de Schumacher. En août 1825, j'eus, à Kœnigsberg, tous les éléments de mon travail, et je commençai bientôt les expériences dont le compte rendu fait l'objet de ce Mémoire.

2. Je décrirai d'abord l'appareil employé. M. l'Inspecteur des travaux des ports Hagen a eu la bonté d'en exécuter un dessin perspectif et une coupe verticale; ces dessins accompagnent le présent Mémoire, et leur clarté est si grande que je ne doute pas d'être parfaitement compris du lecteur.

L'appareil est fixé à un bâti en acajou, *aaaa* (*Pl. VI*), placé dans la salle nord de l'Observatoire et scellé au mur de cloison qui la sépare de la salle sud. Un fort tenon de fer (invisible sur le dessin) est engagé dans cette muraille, à 7 pouces environ au-dessus du parquet, et c'est sur ce fer que repose la traverse inférieure du bâti de bois. Deux autres tenons de fer, *b*, *b*, placés à la partie supérieure et rabattus en avant en forme de crochets, servent aussi à assujettir solidement le bâti, dont on assure l'aplomb au moyen de coins introduits entre le bois et les tenons de fer. De cette façon, le bâti et l'appareil qu'il porte se trouvent isolés du parquet. Dans la traverse supérieure est placée une cheville *c* qui retient la barre de fer *dd*. Cette barre de fer a 10 pieds 2 pouces de long, 4 pouces de large et 4 lignes d'épaisseur. Pour la rendre verticale, on se sert du fil à plomb *ff* et des vis *gg*, *hh*, ainsi que de trois autres paires de vis, invisibles sur la figure, qui traversent le bâti en bois, et que l'on règle avec une clef par la face postérieure de ce bâti.

Contre la grande barre de fer *dd* est appliqué un cylindre vertical en acier *i*, terminé à ses extrémités par deux cônes. L'extrémité inférieure, dont la pointe a été arrondie, repose sur une pièce qui fait corps avec la barre de fer. La pointe de l'extrémité supérieure a été abattue par une section perpendiculaire à l'axe du cylindre et forme un plan circulaire, parfaitement poli, dont le diamètre est de 3 lignes. Par des procédés propres à M. Repsold, la perpendicularité de ce plan sur la face de la barre de fer a été réalisée avec la plus rigoureuse précision.

C'est sur ce petit plan d'acier qu'on peut placer la toise *kk*; elle est alors soutenue par deux faibles ressorts *m*, *m*. Cependant on a fixé un collier *n* au milieu même de la Toise, et ce collier est supporté par deux leviers, mobiles autour des points *o*, *o*. Aux bras opposés de ces leviers sont suspendus deux contrepoids, calculés de manière à faire exactement équilibre au poids de la Toise. On évite ainsi le raccourcissement de longueur de la Toise qui ne manque-

rait pas de se produire si l'on plaçait dans une position verticale cette Toise, primitivement horizontale lors de sa comparaison avec son étalon original, en la faisant reposer sur l'une de ses extrémités. Grâce à la disposition adoptée, la moitié supérieure de la Toise se raccourcit d'une quantité précisément égale à celle dont la moitié inférieure s'allonge.

La Toise est donc librement suspendue et ne prend une position stable sur le cylindre *i* que par l'action du poids additionnel qui la charge, lorsqu'on place l'appareil de suspension *p* du long pendule sur son extrémité supérieure. Ce petit appareil, que j'appellerai le *cadre de suspension* du pendule, est représenté agrandi (*Pl. VII, fig.* 1). Au côté droit de la barre de fer, à la hauteur des deux extrémités de la Toise, on a placé deux paires de coussinets *q*, *q*, analogues aux coussinets d'une lunette méridienne. Sur ces coussinets reposent des cylindres en acier trempé d'un pouce de diamètre, dont les axes sont perpendiculaires à la surface de la barre de fer, et dont l'horizontalité est obtenue à l'aide d'un niveau à bulle d'air et d'un mouvement de vis du coussinet antérieur. Lorsqu'on expérimente le pendule long, le cadre de suspension de ce pendule repose, par les coussinets renversés dont il est muni, sur le cylindre supérieur. Dans le cas du pendule court, ce cadre est placé sur le cylindre correspondant à l'extrémité inférieure de la Toise. Dans ce dernier cas, pour que le plan horizontal qui termine le cylindre *i* devienne libre, on relève la Toise d'un pouce environ : ceci peut se faire avec la plus grande facilité, puisque la Toise est équilibrée par ses deux contre-poids.

Le cadre de suspension se compose, comme l'indique la *Pl. VII, fig.* 1, d'un cadre ou châssis en fer, sous lequel, du côté opposé aux coussinets, on a fixé un cylindre en acier, représenté en grandeur naturelle dans la *fig.* 3 [1]. Du côté tourné vers la barre de fer, ce cylindre se termine par une sphère dont on a abattu deux calottes sphériques par des sections normales à l'axe même du cylindre. A l'extrémité antérieure, le cylindre en porte un second, beaucoup plus petit, de 0,996 ligne de diamètre, que j'appellerai le *cylindre de déroulement;* j'appliquerai aussi

(1) La planche jointe à ce Volume est une réduction phototypique de celle du Mémoire de Bessel, dans le rapport de 79 à 100. (C. W.)

cette dénomination à l'ensemble du cylindre et de la sphère dont le cylindre de déroulement proprement dit n'est, à dire vrai, qu'une partie. Le cadre de suspension porte encore une pièce métallique qui s'élève obliquement (*Pl. VII, fig.* 1) : c'est là qu'est fixé le fil du pendule, qui passe ensuite sur le cylindre de déroulement et se tend sous l'action de la masse pesante du pendule. Dès que cette masse est suspendue, son poids abaisse en avant le cadre de suspension, de sorte que la sphère qui termine en arrière le cylindre de déroulement presse, dans les expériences avec le long pendule, sur le milieu de l'extrémité supérieure de la Toise, et lui donne une position stable sur le plan horizontal du cylindre i; cet effet est encore aidé par le frottement des leviers sur leurs points d'appui o, o. Lorsqu'on expérimente, au contraire, avec le pendule court, cette sphère s'appuie sur le plan horizontal du cylindre i lui-même. Le contre-poids du cadre de suspension, représenté dans la *fig.* 1, est tel que la pression est d'environ 12 onces.

Quand on commence les expériences, on procède au nivellement des cylindres qui reposent sur les coussinets q, q. Lorsque ces cylindres sont horizontaux, l'axe du cylindre de déroulement est également horizontal, ou tout au moins cet axe fait avec le plan horizontal un angle constant dans les deux positions du cadre. Il résulte de là que la différence de hauteur verticale des points de suspension des deux pendules est égale à la longueur de la toise pour la température à laquelle l'expérience a été faite. Il est aisé de voir que la construction du cylindre de déroulement terminé en arrière par une sphère, rend inutile le soin de vérifier si la distance des coussinets q, q est exactement d'une toise. M. Repsold s'est préoccupé cependant de faire en sorte que l'axe du cylindre autour duquel tourne le cadre de suspension et l'axe du cylindre de déroulement soient dans un même plan horizontal, aussi bien lorsqu'on observe le pendule court que le pendule long. Cette condition dispense d'établir le parallélisme rigoureux de ces deux axes. Je signale ce détail, non parce que je crois la construction de l'appareil moins parfaite sur ce point que dans ses autres parties, mais pour faire remarquer qu'une vérification du parallélisme de ces deux axes était ici chose superflue.

Des pendules ainsi suspendus ne décrivent point des arcs de

cercle dans leurs oscillations, mais des courbes dont la développée est un cercle.

Pour mesurer la différence des hauteurs de la sphère du pendule dans deux expériences correspondantes, on a adapté à la partie inférieure de la grande barre de fer le mécanisme *r*. Il se compose d'un cylindre creux en métal de cloche, fixé à la barre et dans lequel un autre cylindre d'acier, de 7 lignes de diamètre, peut monter et descendre et tourner aussi autour de son axe. Sur la figure on aperçoit une petite partie de ce deuxième cylindre. Pour faire mouvoir ce cylindre en hauteur, on a placé au-dessous une vis *s*, qui l'élève ou l'abaisse, quand on la fait tourner, d'une quantité mesurée par la rotation du tambour divisé de la vis, dont le pas est connu d'autre part. La base supérieure du cylindre d'acier ne touche pas directement la sphère du pendule, mais elle porte un double levier de contact *t*, amplifiant 60 fois les mouvements. Au petit bras du levier est assujetti un plan horizontal en acier poli. On fait tourner la vis *s* jusqu'à ce que, le plan d'acier poli venant toucher la sphère du pendule, le grand bras du levier se relève à hauteur d'un index fixé à la paroi de la boîte. De cette façon, les mesures sont beaucoup plus précises que si l'on ne se servait pas de ce levier.

Comme il est essentiel d'éviter à l'appareil les brusques variations de température, on l'a enfermé dans une sorte d'armoire dont la cloison antérieure est faite de glaces, et la vis *s* ne se manœuvre pas directement, mais bien à l'aide d'une manette *u* qui passe à travers la paroi et agit sur un engrenage conique. De même, la mise en mouvement ou l'arrêt du pendule se font sans ouvrir l'armoire vitrée : pour cela, on l'écarte à volonté de la verticale avec la tige *v*, qui traverse la paroi et peut glisser en avant et en arrière. En *w* est placée une graduation qui sert à mesurer les amplitudes d'oscillation du pendule. Les boules des thermomètres e', e'', e''' sont encastrées dans la grande barre de fer; deux autres thermomètres l' et l''', librement suspendus dans l'armoire vitrée, donnent la température de l'air. Le premier, dont la boule est à la hauteur de la boule du pendule, reste constamment en place; l'autre, l''', doit avoir toujours son réservoir au niveau du point de suspension du pendule. Dans le cas du long pendule, il est donc placé comme l'indique la figure; dans le cas du pendule

court, on le descend de la quantité nécessaire. Pour plus de clarté, lorsqu'il occupera cette dernière position, je le désignerai par l.

J'ajouterai encore qu'en vue d'un transport plus commode, le bâti en bois d'acajou et la grande barre de fer sont construits de façon à pouvoir se démonter par le milieu. C'est à quoi servent pour le bâti les vis x, x, x, x visibles dans la figure; l'assemblage de la barre de fer est aussi ingénieux que sûr, mais on n'a pu le figurer ici sur le dessin.

3. J'ai évité, au cours de cette description rapide et afin d'en bien dégager une idée d'ensemble, de signaler toutes les particularités de détail, sur lesquelles je me réserve de revenir quand leur connaissance deviendra nécessaire. Je n'ai rien dit non plus de la perfection des diverses parties de l'appareil : ce serait une remarque superflue sur un travail de Repsold. Je ne puis pourtant ne pas dire qu'un examen minutieux de l'appareil nous a remplis, mon très honoré ami Schumacher et moi, de cette admiration qu'inspirent seules les œuvres vraiment parfaites.

Je ne puis non plus me dispenser d'ajouter quelques mots sur l'appareil micrométrique placé à la partie inférieure de l'instrument, car le degré de perfection de cet appareil influe directement sur la mesure des différences de hauteur. En particulier, le cylindre d'acier qui se meut dans un étui de métal de cloche remplit si exactement la capacité de cet étui que si, après avoir élevé le cylindre d'acier, on ferme hermétiquement l'ouverture inférieure du cylindre creux, le cylindre d'acier repose sur la couche d'air emprisonnée, et il a pourtant assez de jeu pour qu'un mouvement de rotation imprimé à ce cylindre (le levier de contact ayant été dévissé) puisse durer plusieurs minutes. De plus, le cylindre plein et le cylindre creux sont tous deux parfaitement secs, sans huile, de sorte que, dans les mesures du pendule, le mouvement du premier de ces cylindres, n'étant point gêné par la viscosité de l'huile, suit en réalité les plus petits mouvements de la vis. Cette égalité presque rigoureuse des diamètres du cylindre plein et du cylindre creux permet de réaliser une condition importante : l'observateur est sûr que le cylindre plein se meut toujours parallèlement à lui-même, et ce dernier point peut être mis en évidence si l'on place un niveau à bulle d'air sur le plan d'acier

du petit bras du levier de contact : que le cylindre s'élève ou s'abaisse, la bulle du niveau garde la même position. Il est vrai que si la température tombe à quelques degrés au-dessous de zéro, le métal de cloche se contractant plus que l'acier, le cylindre plein ne peut plus se mouvoir dans le cylindre creux; mais cette limitation de l'emploi de l'appareil est sans aucune importance.

Une autre condition, d'une influence immédiate sur les résultats, est la fixité du cadre de suspension pendant les oscillations pendulaires. Afin de vérifier cette immobilité, j'ai fait usage du petit appareil inventé par M. Hardy, et déjà appliqué de la même façon par M. Kater. Après l'avoir rendu synchrone des oscillations pendulaires, je l'ai placé sur le cadre de suspension et, aussi bien dans le cas du long pendule que dans celui du pendule court, je n'ai constaté aucun déplacement. Afin d'avoir une vérification plus directe encore, j'ai attaché le cadre, dans le voisinage du point où le fil du pendule vient se fixer et aussi solidement que possible, avec plusieurs fils fortement tendus, et j'ai fait osciller le pendule; j'ai supprimé ensuite les fils qui attachaient le cadre et j'ai continué d'observer les oscillations. Les deux séries de mesures, dans le cas du long pendule comme dans celui du pendule court, n'ont présenté aucune différence. Au reste, l'invariabilité du point de suspension était peut-être moins essentielle dans mon appareil que dans tout autre. En effet, l'influence d'un petit mouvement du support serait probablement la même sur les *longueurs* des deux pendules, et, par conséquent, disparaîtrait dans la différence des longueurs, qui seule intervient par la suite dans la résolution du problème.

4. Je vais passer maintenant à une description plus détaillée du pendule lui-même. Le fil d'acier qui porte la boule n'est pas lui-même en contact avec le cylindre de déroulement. Au cadre de suspension est solidement fixée une mince bande de laiton de 0,008 de ligne d'épaisseur environ et de 1,4 de ligne de largeur (1), qui repose sur le cylindre et porte, à quelques lignes

(1) Un pouce carré de cette feuille de laiton pèse 1,801 grain; une bande longue de 1 ligne et large d'un 1,4 de ligne pèse donc $0^{\text{grain}},01759$. (L'unité de poids employée par Bessel dans ses pesées est la livre de Prusse de 7680 grains, qui, d'après les déterminations d'Eytelwein, vaut 467,7112 grammes.) (C. W.)

au-dessous de ce cylindre, une pince de laiton dont le poids est de 20,77 grains de la livre de Prusse. Le fil du pendule est fixé, à ses deux bouts, dans deux petites pinces à vis, à peu près de même poids, qui pèsent chacune 19,72 grains. L'une d'elles est vissée dans un écrou taraudé dans la pince de la lame de laiton, l'autre se visse dans un écrou semblable pratiqué dans la boule. Cette disposition offre cet avantage, qu'il est facile de retourner le fil bout pour bout. Enfin, sur le fil est enfilé un cylindre de laiton, haut de 2 lignes et dont le diamètre est de 1,25 ligne, percé d'un trou suivant son axe. Ce cylindre pèse 3,81 grains dans le cas du long pendule, et 3,69 grains dans celui du pendule court. Il sert à l'observation précise des durées d'oscillation, ainsi qu'on le verra dans la description ultérieure du mode d'observation; je l'appellerai le *cylindre des coïncidences*. Dans la *Pl. VII*, la *fig.* 2 montre cette disposition à sa grandeur réelle; la *fig.* 1 indique le mode d'attache de la petite bande de laiton.

Si cette bande de laiton était parfaitement flexible, le centre de la sphère du pendule décrirait un arc de courbe, dont la développée serait le cercle de section droite du cylindre de déroulement (diamètre $0^l,966$). On montre aisément [*Appendice I* (¹)] que la durée d'une oscillation suivant cette courbe n'est pas sensiblement différente de la durée d'une oscillation effectuée par un pendule simple, dont la longueur serait égale à la longueur du pendule ci-dessus décrit dans la position de repos, c'est-à-dire à la longueur moyenne de ce pendule. Mais, si l'on tient compte de l'élasticité du fil, on voit clairement que ce fil ne forme pas rigoureusement une ligne droite depuis le cylindre de déroulement jusqu'à la sphère pesante; cette ligne est légèrement courbe dans le voisinage du cylindre, puis cette courbure diminue rapidement lorsque la distance au cylindre s'accroît et elle devient bientôt insensible. On ne peut douter que cette force élastique du fil n'ait une influence sur la durée des oscillations; mais, comme la courbure du fil n'est sensible qu'au voisinage immédiat du cylindre, on doit s'attendre à ne la voir modifier que la position du centre du mouvement, d'une quantité soit

(¹) Les Appendices au Mémoire de Bessel se trouvent au commencement du tome V.

constante, soit variable avec l'amplitude des oscillations, mais, en tout cas, indépendante de la longueur du pendule.

Or, la présente méthode ne repose pas sur la connaissance de la longueur d'un pendule, mais sur celle de la différence de longueur de deux pendules. Toute cause d'erreur qui affectera d'égale façon ces deux longueurs pourra donc être négligée, car elle n'aura aucune influence sur le résultat. Il n'y a donc pas lieu de se préoccuper de l'élasticité du fil, à condition qu'elle agisse exactement de même sur les fils des deux pendules, ou plutôt sur les portions de ces fils qui sont en contact avec le cylindre de déroulement et dans le voisinage immédiat de celui-ci, et à condition, de plus, que l'on n'observe pour les deux pendules que des oscillations d'égale amplitude angulaire. La première de ces conditions est réalisée par ce fait, que le mode de suspension demeure le même pour les deux pendules et assure ainsi, dans les deux cas, un égal développement de l'élasticité du fil; on remplit la seconde condition en s'astreignant à observer des angles d'oscillation égaux pour les deux pendules.

Les variations que l'élasticité du fil introduit dans les oscillations sont traitées par le calcul dans l'*Appendice II*, afin de voir leur relation avec la valeur de l'amplitude. Si, en effet, l'amplitude influe d'une façon sensible, et si l'on veut comprendre dans une seule formule toutes les coïncidences du pendule et de l'horloge observées dans une même expérience, afin d'en tirer le meilleur parti possible, l'influence de la force élastique du fil devra apparaître dans la formule de réduction aux amplitudes infiniment petites. En désignant par ρ la distance à laquelle, au repos et considérée comme un point, la sphère du pendule est suspendue au-dessous du cylindre de déroulement, j'ai trouvé que le pendule oscille dans le même temps qu'un pendule simple dont la longueur serait

$$= \rho + 11\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu}{4aa}}\right)\sqrt{\mu}\sin^2\frac{1}{2}u'.$$

Dans cette formule, μ représente la force élastique du fil, la force qui tend ce fil étant prise pour unité; a représente le demi-diamètre du cylindre de déroulement et u' l'amplitude de l'oscillation. Cette formule suppose l'emploi d'un fil très flexible, tel

qu'il s'applique exactement sur un arc de la courbure du cylindre. Si l'on suppose le fil plus rigide, de sorte qu'il n'ait qu'un point de contact avec le cylindre, la formule devient

$$= \rho + \frac{a}{2}\sin\frac{\omega'}{2} - \frac{\sqrt{\mu}}{2}\cos\frac{\omega'}{4}$$
$$+ \left[\frac{3}{16}a\sin\frac{\omega'}{2} + \sqrt{\mu}\left(11 - \frac{735}{64}\cos\frac{\omega'}{4}\right)\right]\sin^2\frac{1}{2}u',$$

où ω' désigne l'angle que fait avec la verticale la direction de la partie du fil qui passe sur le cylindre. Dans mon appareil $\omega' = 1°$ environ. Il y a encore un troisième cas possible, c'est celui où les deux précédents se transformeraient l'un dans l'autre pendant l'oscillation, mais je n'ai pas poussé le calcul jusque là.

La petite bande de laiton dont j'ai fait usage a si peu d'élasticité, que le premier cas se trouve réalisé dans mes expériences et qu'on ne constate pas de courbure au delà du point où la bande cesse d'être en contact avec le cylindre. J'avais l'intention de déduire la valeur de μ de la comparaison des coïncidences obtenues pour de grandes et de petites amplitudes, et d'en tenir compte dans la réduction, ainsi que de la correction résultant de l'extensibilité du fil, étudiée par MM. Paoli et Poisson, laquelle est aussi proportionnelle au carré de l'amplitude. Mais, d'une part, mes observations, lorsqu'on néglige ces corrections, s'accordent avec la formule ordinaire de réduction d'une manière si approchée que l'erreur qui en résulte se confond avec les erreurs accidentelles de l'observation; de sorte que, si l'on fait les corrections que je viens d'indiquer, la concordance d'une série de coïncidences observées n'en est pas sensiblement accrue. D'autre part, on a reconnu plus tard que l'air dans lequel le pendule oscille exerce également une influence sur la formule de réduction; si bien que les deux causes mélangent leurs effets, et que l'influence que les observations pourraient peut-être accuser ne peut être attribuée sûrement à l'une plutôt qu'à l'autre. L'exacte concordance des observations avec la formule de réduction habituelle, qui ne tient pas compte de ces effets, montre, du reste, qu'il ne faut pas se préoccuper outre mesure d'obtenir l'absolue égalité entre les amplitudes d'oscillation des deux pendules.

Malgré le résultat du calcul de l'*Appendice II,* ce mode de sus-

pension du pendule ne pourrait s'appliquer dans le cas où l'on chercherait la longueur absolue du pendule. Car, d'un côté, le calcul ne tient pas compte de l'épaisseur du fil, et, d'un autre côté, il serait difficile de prouver qu'il n'existe pas une petite adhérence entre le cylindre et le fil ou la petite lame de laiton. Mais, pour la détermination de la différence de longueur des deux pendules, tout ceci ne saurait avoir aucune influence; c'est pourquoi j'ai choisi ce mode de suspension comme étant le plus simple. Plus tard, le cadre de suspension a été modifié dans le but de faire des expériences avec des pendules suspendus d'autre façon. J'y reviendrai dans la suite de ce Mémoire.

5. La méthode des *coïncidences,* imaginée, à ce que je crois, par Borda, pour déterminer la durée d'oscillation d'un pendule, est tellement supérieure à toute autre que je ne pouvais pas ne pas l'employer. Je vais analyser la manière dont je l'ai appliquée.

Il fallait d'abord éviter l'influence réciproque du pendule d'expérience et du balancier de l'horloge, ainsi que M. Carlini l'avait déjà fait auparavant. J'ai eu soin de placer l'horloge non dans le voisinage du pendule, mais à une distance de 8 pieds et 6,65 pouces en avant de l'appareil. Entre les deux fut disposé un chercheur de comètes de Fraunhofer, de 24,36 pouces de foyer, dont l'oculaire avait été enlevé. L'objectif de ce chercheur étant à 39,77 pouces du pendule d'expérience, et à 62,88 pouces du pendule de l'horloge, l'image du premier se formait exactement sur le second, et tous deux pouvaient se voir très nettement à la fois dans une lunette de Fraunhofer de 30 pouces, placée à une distance de 15 pieds environ.

A l'échelle graduée w de l'appareil du pendule est fixée une bande horizontale noire, dont le milieu garde un espace blanc de 0,5 ligne de large. Cet espace blanc est exactement bissecté par le fil du pendule lorsque celui-ci est en repos, et, si l'on donne au cylindre des coïncidences la position qu'il doit occuper, ce cylindre masque complètement la tache blanche. A l'extrémité inférieure du pendule de l'horloge, juste en face, est adapté un morceau de papier noir, dans lequel on a pratiqué un trou de 0,3 ligne de large. Quand le pendule de l'horloge est au repos, ce trou du papier coïncide exactement avec l'image

de la tache blanche. Il en résulte que, dans l'état de repos des deux pendules, on voit à travers la lunette, par le trou du papier, le cylindre des coïncidences; mais celui-ci masque entièrement la portion blanche de la bande noire, et toute l'image est noire, ce cylindre étant lui-même noirci. Lorsque les deux pendules seront mis en mouvement, la tache blanche apparaîtra à chaque battement de l'horloge, excepté lorsque les deux pendules passeront en même temps par la verticale, auquel cas la tache sera cachée par le cylindre des coïncidences. Les largeurs de la tache blanche et du trou sont réglées de telle sorte qu'au début de l'expérience, quand la vitesse est maximum, la première est complètement invisible; aussi observe-t-on toujours les instants de la disparition et de la réapparition de la tache blanche, l'un dans le mouvement du pendule de droite à gauche, l'autre dans le mouvement en sens inverse. La moyenne de ces deux instants successifs, que l'on prend, dans le cas du pendule court, pour le moment de la coïncidence, ne tombera donc jamais sur une seconde ronde de l'horloge, mais sur une demi-seconde. L'image donnée par l'objectif du chercheur de comètes est si nette, et l'on voit dans la lunette cette image, ainsi que le pendule de l'horloge, avec une telle netteté, que l'observation des coïncidences est presque aussi précise pour les petites amplitudes que pour les grandes.

On pourrait observer de la même manière la durée d'oscillation du long pendule, si l'on disposait d'une horloge pour laquelle l'intervalle entre deux battements consécutifs fût à peu près égal à cette durée; mais le balancier d'une pareille horloge, construit à la manière ordinaire, serait long d'environ 10 pieds, ce qui deviendrait très incommode. J'essayai, en conséquence, de construire un balancier d'après un nouveau système, de manière que sa longueur ne dépassât pas la longueur habituelle. Il était composé de deux tiges, l'une de fer, l'autre de laiton, l'une placée au-dessus du point de suspension, l'autre au-dessous; leurs dimensions et leurs masses étaient telles qu'elles permettaient d'obtenir la durée d'oscillation demandée ($1^s,72$) et, de plus, étaient compensatrices des variations de température. Je fus cependant obligé de renoncer à l'emploi de ce balancier, parce que la marche de la pendule devint aussitôt trop irrégulière; j'attribuai cet inconvénient, en grande

partie du moins, à la différence de température des deux moitiés du pendule, différence à laquelle un semblable appareil est fort sensible. Du reste, il n'est réellement pas nécessaire de recourir à cet expédient ou à tout autre semblable; car le mode d'observation que j'ai décrit permet de noter le moment des coïncidences avec toute la netteté et la précision désirables, non seulement lorsque, les durées d'oscillation étant presque égales, elles se produisent par un rapprochement graduel des instants des passages par la verticale; mais aussi quand, les pendules ayant des mouvements tout à fait différents, elles surviennent brusquement sans que rien les ait fait pressentir. En conséquence, pour le pendule long comme pour le pendule court, il ne fut fait usage que d'une seule horloge pour l'observation des coïncidences.

On remarque cependant sans peine une différence essentielle dans l'application de la méthode à ces deux cas : dans le cas du pendule court, l'observateur note les deux limites de l'occultation de la tache blanche, et il place la vraie coïncidence au milieu de l'intervalle de temps qui les sépare; dans le cas du long pendule, il prend pour le milieu un moment quelconque compris entre ces limites. Il est donc clair que chaque coïncidence isolée est notée plus exactement dans le premier cas que dans le second. Mais si, dans ce dernier cas, on observe plusieurs coïncidences successives et qu'on en prenne la moyenne, il arrivera en général que les unes seront notées avant le moment de la coïncidence vraie, et les autres après. Il y aura avantage d'après cela à éviter que le pendule de l'horloge et celui de l'appareil n'aient des durées d'oscillation dont le rapport très approché soit un nombre trop faible. Si ce cas se présentait, on n'observerait de la même manière que dans le cas où les durées d'oscillation sont presque égales; seulement, on devra prendre la période au bout de laquelle l'accord des battements se reproduit, au lieu de considérer les oscillations isolées.

Pour le long pendule, dont la durée d'oscillation est d'environ $1^s,725$ de l'horloge, j'ai adopté la règle d'observer, au début, toutes les coïncidences comprises dans un espace de temps de 5 ou 6 minutes; puis, $14^m 22^s$ environ après cette série (durée pendant laquelle le pendule a effectué 500 oscillations), j'observais une nouvelle série de coïncidences, durant 5 ou 6 minutes,

comme la première, et ainsi de suite, jusqu'à ce que le pendule eût fait plus de 4000 oscillations. Il n'est pas plus nécessaire dans ce cas que dans celui du pendule court de compter les oscillations; car les petits intervalles de temps pendant lesquels se produisent les coïncidences observées permettent de calculer leur durée avec une approximation si grande, qu'il ne peut rester aucun doute sur le nombre des oscillations qui viennent ensuite. On trouvera les instants séparés notés par l'observateur et les moyennes qui en ont été conclues dans les observations originales qui font suite à ce Mémoire; on y trouvera aussi les erreurs des moyennes qu'il faudra admettre pour que la somme des carrés de ces erreurs soit un minimum. Comme le Tableau des erreurs est fait également pour le cas du pendule court, il est facile de comparer le degré d'exactitude des deux méthodes. J'ai utilisé pour cela la première série d'observations, qui comprend 32 expériences avec le long pendule (chaque expérience comptant 9 instants de coïncidence observés) et 16 expériences avec le pendule court, chacune de 11 instants. Les sommes des carrés des erreurs, exprimées en dix-millièmes de seconde de la pendule, sont, dans les deux cas,

$$= 416779 \quad \text{et} \quad 60676.$$

On obtient l'erreur moyenne de l'un des instants notés, en divisant ces sommes respectivement par 7,32 et 9,16 et en extrayant la racine carrée des quotients; ces erreurs sont

$$= 0^s,00431 \quad \text{et} \quad 0^s,00205,$$

ou, en les exprimant en parties de l'oscillation de chaque pendule,

$$= 0,00250 \quad \text{et} \quad 0,00205.$$

On en conclut que les observations du pendule court sont plus précises que celles du long pendule, mais aussi que les erreurs de ces dernières sont assez petites pour que les résultats des expériences faites avec ce pendule ne cessent pas d'être extrêmement précis.

6. L'horloge à laquelle sont rapportées les observations du pendule est l'horloge principale de l'Observatoire, construite par M. Repsold, dont la marche est demeurée parfaite depuis de

nombreuses années, ainsi que les registres de l'Observatoire le constatent. Il eût été mauvais cependant de la distraire de son rôle habituel, qui est la détermination des culminations des étoiles, et de la monter devant l'appareil du pendule. Aussi la comparaison des observations avec cette pendule ne se fit-elle pas directement, mais indirectement, par l'intermédiaire d'une autre pendule installée devant l'appareil et qui lui fut elle-même comparée.

Le constructeur de cette seconde pendule, avec laquelle les coïncidences furent directement observées, m'est inconnu. Elle appartient à M. Repsold, qui eut la bonté de me la prêter pour mes expériences. Elle est fixée à un bâti pyramidal en bois, de solidité suffisante; elle n'est pas en relation avec le parquet, car les pieds du support reposent sur des piliers qui traversent ce parquet et vont s'enfoncer dans le sol. J'ai réglé le pendule de cette horloge de telle sorte qu'elle retarde, au bout d'une heure environ, d'une seconde sur le temps sidéral; pendant des intervalles de cette même durée à peu près, les battements de cette horloge concordent avec ceux de l'horloge principale. L'horloge placée devant le pendule est située de telle sorte que, lorsqu'on ouvre la porte qui fait communiquer la salle Nord de l'Observatoire avec la salle Méridienne, on entend avec son battement celui de l'horloge de Repsold. La comparaison se fait ainsi par les coïncidences des battements, et l'incertitude de cette comparaison ne s'élève que rarement à $0^s,02$. C'est de cette façon que l'horloge placée devant le pendule, que je désignerai toujours par P dans les Tableaux d'observation, était comparée, quelques heures avant et après les expériences, avec l'horloge principale de Repsold, que je désignerai par R. L'intervalle des coïncidences était alors calculé par la méthode des moindres carrés. La valeur de cet intervalle, jointe à la connaissance exacte de la marche de R, d'après les observations astronomiques, donne la valeur d'une oscillation du balancier de P, exprimée en temps moyen.

Mais comme l'état et la marche d'une pendule sont des fonctions inconnues du temps, et que la détermination de grandeurs inconnues à l'aide d'observations n'est tout à fait exempte d'arbitraire que si la forme mathématique des quantités observées est donnée à l'avance, il est nécessaire que je fasse connaître plus en détail la manière dont j'ai déduit la valeur d'une oscillation de P des com-

paraisons des horloges entre elles et avec les observations astronomiques.

Si l'on désigne par t l'instant donné par l'horloge R pour une coïncidence du battement de cette horloge avec celui de P, et si $t^{(a)}$, $t^{(b)}$, ... représentent les heures des coïncidences de rang a, b, ..., avant ou après la coïncidence produite à l'heure t; si, de plus, on suppose que la différence des temps des deux pendules ne varie pas uniformément, mais que dans la série

$$A + B[t^{(n)} - t] + C[t^{(n)} - t]^2 + \dots,$$

qui en est l'expression générale, on peut négliger le terme qui contient la troisième puissance du temps et les termes d'ordre plus élevé, le temps $t^{(n)}$ d'une des coïncidences observées aura pour expression

$$t^{(n)} = t + kn + l.nn$$

et l'observation de cette coïncidence donnera l'équation

$$o = - t^{(n)} + t + kn + l.nn.$$

Si l'on traite alors toutes les équations de cette forme données par les observations par la méthode des moindres carrés, en y laissant l indéterminé, on trouve

$$k + l\left[\frac{m(n^3) - (n)(nn)}{m(nn) - (n)^2}\right] = \frac{m(nt) - (n)(t)}{m(nn) - (n)^2},$$

où (n), (nn), (n^3), ... représentent les sommes

$$\begin{aligned} (n) &= a + b + c + \dots, \\ (nn) &= aa + bb + cc + \dots, \\ (nt) &= at^{(a)} + bt^{(b)} + ct^{(c)} + \dots, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \end{aligned}$$

et m le nombre des observations.

Mais l'intervalle de deux coïncidences, dont le milieu tombe sur l'instant $t + k\tau$, est égal à

$$k + 2l\tau,$$

d'où il résulte qu'il faut prendre pour τ la valeur

$$\tau = \frac{1}{2}\left[\frac{m(n^3) - (n)(nn)}{m(nn) - (n)^2}\right],$$

si l'on veut que l reste indéterminé.

Si donc on a tiré la valeur de k des équations données par les observations, sans tenir compte de l ou de l'inégalité de la marche de la pendule, cette détermination de l'intervalle de deux coïncidences est celle qui correspond exactement à l'heure

$$t + \frac{k}{2}\left[\frac{m(n^3) - (n)(nn)}{m(nn) - (n)^2}\right].$$

C'est de cette façon que j'ai calculé non seulement la valeur de k résultant des comparaisons des deux horloges, mais aussi l'instant pour lequel cette valeur est exacte, et j'ai reporté ensuite ces résultats dans les observations. Si l'heure ainsi calculée coïncidait à peu de minutes près avec le milieu de l'expérience, ce qui avait lieu d'ordinaire en raison même de l'ordre des observations, je m'en servais sans la modifier pour déterminer la marche relative des deux horloges. Si la différence était plus forte, je calculais une nouvelle valeur de k pour une autre heure, et, avec ces deux valeurs, en admettant une variation proportionnelle au temps, je déduisais la valeur de k pour le milieu de l'expérience.

La marche diurne de la pendule R par rapport au temps sidéral a été déduite des corrections de cette pendule tirées des registres de l'Observatoire; elles sont rapportées à la suite de ce Mémoire en même temps que les observations originales du pendule; et la valeur de cette marche diurne résultant de deux déterminations successives a été regardée comme s'appliquant au milieu de l'intervalle. Les valeurs ainsi obtenues sont ensuite ramenées, toujours dans l'hypothèse d'une variation proportionnelle au temps, à l'instant moyen de chaque série d'expériences.

Si l'on désigne par s la variation diurne de la correction de la pendule R, déterminée comme il vient d'être dit, la durée d'une oscillation du balancier de P, évaluée en temps moyen, aura pour expression

$$\frac{365,2422577}{366,2422577}\,\frac{86400}{86400 - s}\,\frac{k}{k-1}\cdot \quad \text{ou} \quad (0,997269567 + s.0,000011543)\,\frac{k}{k-1}\cdot$$

On trouvera dans l'*Appendice III* une Table calculée d'après cette formule.

7. La température de l'appareil du pendule est donnée par trois thermomètres e', e'', e'''; les élévations des réservoirs de ces ther-

momètres au-dessus du plancher inférieur de l'armoire du pendule sont

$$e' = 196 \text{ lignes}, \quad e'' = 584 \text{ lignes}, \quad e''' = 1292 \text{ lignes}.$$

Ces réservoirs sont encastrés dans la grande barre de fer et couverts par de petites plaques également en fer, de telle sorte que l'on peut admettre que les thermomètres donnent la véritable température de la barre de fer et aussi de la toise, qui a la même épaisseur que la barre. Ils ont été construits par M. Fortin, à Paris, et M. le professeur Schumacher les a mis très obligeamment à ma disposition. Ils sont gradués suivant l'échelle centésimale; ils ont été, à deux reprises, enlevés de l'appareil et comparés à deux autres thermomètres que j'avais corrigés, d'après la méthode indiquée dans les *Astronomische Beobachtungen an der K. Sternwarte in Königsberg,* VII Abtheilung (¹). C'est ainsi qu'a été construite la Table de correction pour les indications immédiates données par les thermomètres, qui est donnée dans l'*Appendice IV*. Les températures inscrites dans les Tableaux des expériences sont les températures corrigées.

Dans l'armoire vitrée où est logé le pendule comme dans l'Observatoire lui-même, la température varie beaucoup avec la hauteur, surtout par les jours de fortes chaleurs, et aucun des procédés que j'ai essayés n'a réussi à faire disparaître ces inégalités. Si donc on veut avoir la température de points de l'appareil qui ne sont pas à la hauteur des thermomètres, il faut se servir des indications de deux de ces thermomètres pour calculer les températures proportionnellement à la hauteur verticale. A une hauteur h plus grande que la hauteur du thermomètre e'', la température sera

$$= \frac{1292 - h}{708} e'' + \frac{h - 584}{708} e'''.$$

Si h est une hauteur plus petite que celle du thermomètre e', la température cherchée sera

$$= \frac{584 - h}{388} e' + \frac{h - 196}{388} e''.$$

(¹) Voir aussi *Methode die Thermometer zu berichtigen* (*Poggendorff's Annalen,* VI, p. 287, et *Abhandlungen* von F.-W. Bessel, édition Engelmann, t. III, p. 226).

Il résulte de là, comme on le voit d'après l'*Appendice IV*, que la température moyenne de la Toise sera

$$\tau = 0,4095\,e'' + 0,5905\,e'''.$$

Si l'on admet maintenant que cette Toise est plus courte de 0,0008 ligne que la *Toise du Pérou*, et que le fer, d'après les données de Borda, se dilate pour chaque degré du thermomètre centésimal d'une fraction de sa longueur représentée par 0,0000114, on trouve la longueur de la Toise à la température τ

$$= 863^{l},9992\,\frac{1+\tau.0,0000114}{1+16,25\times 0,0000114}$$

ou

$$= 863^{l},839174 + \tau.0^{l},00984777.$$

Il faut aussi calculer la température τ', qui doit servir à trouver la distance du levier de contact au point de suspension du pendule court, diminuée du rayon de la sphère du pendule. On a

$$\tau' = 0,6494\,e' + 0,3506\,e'';$$

et, si F représente la distance en question à 0°, cette distance, à la température τ', sera

$$= \mathrm{F} + \tau'.0^{l},0054132.$$

Remarquons ici qu'une légère incertitude sur le coefficient de τ' dans cette formule n'influera pas sensiblement sur le résultat des expériences, car il va de soi que les observations correspondantes des deux pendules se font à des températures peu différentes.

La température de l'air contenu dans la boîte du pendule est donnée par les thermomètres l' et l'' (ou l'''); dans les observations originales qui accompagnent ce Mémoire, les températures sont exprimées en degrés centigrades. Les indications données par le thermomètre l', placé à la même hauteur que la sphère du pendule, servent à ramener au vide l'expérience faite dans l'air. Quant à la longueur réelle du fil, elle dépend de la demi-somme des températures mesurées à ses deux extrémités. Pour fixer les idées, désignons par L la température moyenne de l'air au moment des mesures de la hauteur de la sphère (mesures qui sont toujours faites au commencement et à la fin de chaque expérience), et par L′ cette température moyenne au moment d'une oscillation du pendule; le

rapport de la longueur du pendule en oscillation à la longueur mesurée sera

$$\frac{1 + L'.0,00001898}{1 + L.0,00001898},$$

la dilatation du fil d'acier étant celle qu'a donnée M. Troughton. La durée d'oscillation qu'aurait eue le pendule, si sa longueur était demeurée égale à la longueur mesurée à la température L, doit doit donc être multipliée par un facteur très sensiblement égal à

$$1 + (L' - L)\,0,000005949$$

pour donner la durée véritable de l'oscillation.

8. Comme je l'ai dit plus haut, la vis micrométrique qui sert à mesurer les différences de hauteur de la sphère du pendule dans les expériences correspondantes fait monter ou descendre le cylindre d'acier sur lequel est fixé le levier de contact. Ce cylindre peut tourner autour de son axe; on peut donc faire les mesures aussi bien quand le levier est dirigé à droite que lorsqu'il est dirigé à gauche; le premier de ces deux cas est celui que représente la figure. En réalisant cette disposition, M. Repsold a atteint un double but. Il est évident, en effet, que le plan d'acier poli par lequel le contact s'établit entre le levier et la sphère du pendule ne peut être rendu parfaitement horizontal, puisqu'il doit tourner autour de l'axe de ce levier. Il en résultera donc une erreur, si les deux pendules, dont on veut mesurer la différence de longueur, ne touchent pas exactement le même point de ce plan d'acier. Mais cette erreur disparaît complètement, si l'on répète les mesures en tournant le levier du côté opposé à celui vers lequel il était dirigé d'abord, et il devient inutile d'imaginer un procédé pour vérifier si les deux pendules sont bien situés suivant la même verticale. En outre, avec un niveau à bulle d'air placé sur le support du levier, on peut voir, en faisant tourner le cylindre autour de son axe, si celui-ci reste bien vertical. De cette manière, j'ai pu régler rigoureusement la direction de ce cylindre.

Une échelle graduée permet de compter le nombre de tours faits par la vis micrométrique et le tambour divisé donne les centièmes de tour. Je n'ai pas déterminé la valeur du tour de vis par des mesures directes, mais par les oscillation du pendule court. Dans

ce but, j'ai fait huit expériences, entre lesquelles je modifiais chaque fois la longueur du pendule au moyen de la vis du cadre de suspension. Les durées d'oscillation trouvées par l'expérience et réduites en admettant que la longueur du pendule simple battant la seconde est de $440^{l},81$ ont donné pour F les valeurs ci-dessous. Je rappelle que F est la distance, à la température 0°, du point de suspension du pendule à un point situé à un rayon de la sphère au-dessus du levier de contact, lorsque la vis micrométrique occupe la position qui correspond au zéro de son échelle :

	Valeurs de F.	
	l	
1re Expérience	441,1619	+ 15,051 p
2e »	441,8469	+ 7,424 p
3e »	442,4982	+ 0,197 p
4e »	442,4966	+ 0,209 p
5e »	441,8402	+ 7,493 p
6e »	441,1527	+ 15,141 p
7e »	440,4219	+ 23,211 p
8e »	440,4254	+ 23,156 p

Ici, p représente la valeur d'un tour de vis, qui, d'après ces déterminations, doit être prise égale à $0^{l},0902$. Les résidus sont alors

l
+ 0,0031
— 0,0004
— 0,0004
— 0,0009
— 0,0003
+ 0,0020
— 0,0009
— 0,0023

Bien que l'on puisse mesurer, avec cette vis micrométrique, des différences de hauteur beaucoup plus considérables que celles qui ont servi à ces déterminations, celles-ci donnent une valeur de p bien suffisamment exacte. En effet, dans les expériences relatives aux deux pendules, on n'a jamais à mesurer que des différences de hauteur très faibles, qui se comptent par centièmes de ligne. La valeur de p influe donc très peu, et l'authenticité du résultat de mon travail n'aura rien à souffrir de ce que je

n'ai pas cru devoir transcrire ici les observations originales faites dans les huit expériences dont je viens de parler.

9. Lorsqu'on fait marcher la vis micrométrique d'une quantité assez grande pour que le long bras du levier de contact s'élève jusqu'à l'index fixé à la boîte, l'excès de poids du levier agit en sens inverse du poids de la boule et diminue à la fois la tension et la longueur du fil élastique. Cet excédant de poids est cependant nécessaire, car sans lui on ne serait pas certain du contact avec la sphère; mais on peut le diminuer ou l'augmenter à l'aide d'un contrepoids mobile. J'ai placé ce contrepoids de telle sorte que le petit plan d'acier du levier est en équilibre, quand on le charge en son milieu d'un poids de 32,84 grains. Telle est donc aussi la force qui agit en sens inverse sur la boule pendant la mesure du pendule. Pour déterminer le raccourcissement du fil qui en résulte, j'ai chargé la sphère du pendule de différents poids, et mesuré les allongements avec la vis micrométrique. Ces poids additionnels, grands ou petits, ayant donné toujours des résultats concordants, je n'indique ici que les nombres obtenus avec le plus considérable, qui pesait 678,5 grains : sous son action, le long pendule, portant une sphère de laiton, s'allongea de 0,968 p, et le pendule court de 0,311 p, ce qui correspond à $0^l,0873$ et à $0^l,0281$. On déduit de là le raccourcissement que la poussée du levier occasionne au fil, $0^l,0042$ et $0^l,0014$, et l'on augmente d'une quantité égale la longueur mesurée.

Pour le pendule portant une boule plus légère en ivoire, qui est formé d'un fil plus fin, j'ai trouvé de la même manière $0^l,0083$ et $0^l,0026$.

L'élasticité du fil a encore un autre effet que je ne puis négliger de signaler, bien qu'il n'ait aucune influence sur les résultats. Quand on met le levier en place, en faisant monter la vis micrométrique ou en la faisant rétrograder, on trouve toujours la longueur du pendule plus petite dans le premier cas que dans le second. La différence est en moyenne de 0,045 p pour le long pendule et de 0,020 p pour le court, c'est-à-dire de $0^l,0041$ et $0^l,0018$. L'inégalité de ces deux nombres montre bien qu'il ne faut pas chercher la cause des différences dans un temps mort de la vis: d'ailleurs, M. Repsold m'affirme que le temps mort est insensible

dans ces vis très fines convenablement travaillées. La cause réelle des différences est le frottement du levier sur ses deux axes ; il a en effet deux axes, étant formé de deux leviers, dont l'un fait mouvoir l'autre. Si l'on admet qu'il serait nécessaire de placer un petit poids m sur le plan d'acier du bras le plus court pour vaincre ce frottement, la pression que ce plan exerce sur la boule sera $32^{gr},84 + m$, dans le cas où l'on élèvera la vis, et $32^{gr},84 - m$, dans le cas où on la fera descendre. Le raccourcissement du pendule est donc proportionnel à ces forces, et la longueur du pendule est réellement plus petite quand la vis s'élève que lorsque la vis descend. Il résulte de la grandeur de la différence que la valeur de m est très voisine de la moitié de l'excédant de poids $32^{gr},84$. En réalité, même en ajoutant le petit poids égal à m, le jeu du levier de contact n'est pas encore absolument libre. Cette explication de la différence concorde si bien avec la variation de sa grandeur quand on passe d'un pendule à l'autre, que la petite erreur qui subsiste encore peut être attribuée soit aux erreurs de l'observation, soit à quelque petite variation accidentelle dans la grandeur du frottement, sans qu'on ait besoin de supposer un temps mort dans le mouvement de la vis. La vraie longueur du pendule est d'ailleurs toujours la moyenne entre deux mesures, faites, l'une en élevant la vis, l'autre en l'abaissant, soit que la différence provienne uniquement de la cause indiquée, soit qu'il intervienne aussi un léger temps mort de la vis micrométrique.

10. J'ai déjà dit plus haut que j'étais redevable à l'obligeance de MM. Arago et Zahrtmann de la comparaison de la Toise avec l'étalon de la Toise du Pérou. Le certificat de comparaison, dont je donne le texte dans l'*Appendice V*, établit que ma Toise est plus courte que l'original d'une très petite quantité, $0^{l},0008$.

La Toise a 19 lignes de largeur et 4,2 lignes d'épaisseur. Elle a été travaillée avec un grand soin. L'usage que j'en ai fait dans les expériences du pendule suppose que sa vraie longueur est la distance des deux faces extrêmes mesurée suivant l'axe de la règle. En effet, la sphère qui termine le cylindre de déroulement repose toujours sur le milieu de la face supérieure, et la face inférieure repose par son milieu sur le plan horizontal qui termine le cylindre i. Mais, comme j'ignore si la comparaison avec l'étalon

de la Toise du Pérou a porté aussi sur les milieux de ces deux faces, j'ai cru nécessaire de m'assurer si les plans des faces terminales sont bien perpendiculaires à l'axe de la Toise. J'ai constaté, en effet, cette perpendicularité par un moyen dont la précision atteint sûrement le millième de ligne. Ce moyen m'était fourni par l'appareil même du pendule. Il se ramène à ceci : changer les points de contact de la sphère du cylindre de déroulement avec la Toise, en déplaçant le cadre de suspension, et voir, à l'aide de la vis micrométrique, si la sphère du pendule reste toujours à la même hauteur, ou bien si cette hauteur varie. Une difficulté se présente ici : la sphère qui termine le cylindre de déroulement ne peut être reculée beaucoup au delà du milieu de la base supérieure, car elle rencontrerait alors la grande barre de fer. Pour écarter cet inconvénient, je fis construire par M. Repsold un nouveau cylindre qui se terminait, non par une sphère, mais par une sorte de pointe arrondie, comme on peut le voir *Pl. VII, fig.* 4. De cette façon, le point de contact avec la Toise se trouve reculé.

Grâce à cette disposition, j'ai pu faire l'expérience pour cinq points sur chaque extrémité de la Toise, savoir, le point milieu et les points distants du milieu de $0^l,8$ et de $1^l,6$ dans les deux sens. Pour préciser de quelle manière j'ai opéré, je désignerai les deux points situés entre le milieu de la face terminale et la face latérale de la Toise qui porte l'inscription et un demi-pied divisé, par leurs distances à l'axe prises positivement, c'est-à-dire par $+0,8$ et $+1,6$; les deux points situés du côté de la face latérale opposée seront donc $-0,8$ et $-1,6$. Enfin, pour abréger, je nommerai *première face* la face qui se trouve à l'extrémité graduée de la Toise; l'autre sera la *deuxième face*.

La Toise étant placée de telle sorte que la graduation était en bas et l'inscription en avant, on amena successivement la pointe en contact avec les cinq points de la face terminale n° 2, et la vis micrométrique donna les nombres suivants, moyennes des mesures faites dans les deux positions opposées du levier de contact :

	p
+ 1,6........	0,201
+ 0,8........	0,198
0,0........	0,189
− 0,8........	0,175
− 1,6........	0,171

La Toise fut alors retournée, la face portant l'inscription en arrière; dans cette position, les mesures donnèrent pour les mêmes points

	p
+ 1,6........	0,182
+ 0,8........	0,179
0,0........	0,158
— 0,8........	0,144
— 1,6........	0,144

On renversa ensuite la Toise bout pour bout, de telle sorte que la graduation fût en haut et l'inscription en avant. Le cylindre de déroulement se trouva donc en contact avec la face terminale n° 1, pour laquelle le micromètre donna

	p
+ 1,6........	0,353
+ 0,8........	0,345
0,0........	0,336
— 0,8........	0,333
— 1,6........	0,330

Enfin, la Toise étant changée de face, de telle sorte que l'inscription vînt en arrière, le micromètre donna les mesures suivantes :

	p
+ 1,6........	0,946
+ 0,8........	0,939
0,0........	0,937
— 0,8........	0,938
— 1,6........	0,935

Le retournement de la Toise face pour face annule l'influence d'un défaut de parallélisme de cette Toise et du cylindre qui porte le levier de contact, puisqu'il le fait apparaître doublé de grandeur. La moyenne des deux premières expériences donne donc les vraies positions, par rapport à l'axe, des points de la face 2, et la moyenne des deux dernières, les positions de ces mêmes points sur la face n° 1. On trouve ainsi pour les hauteurs au-dessus du point milieu, p étant égal à $0^{l},0902$:

	Face n° 1.	Face n° 2.
	l	l
+ 1,6.........	+ 0,0012	+ 0,0016
+ 0,8.........	+ 0,0005	+ 0,0014
— 0,8.........	— 0,0001	— 0,0013
— 1,6.........	— 0,0004	— 0,0014

Si faibles que soient ces écarts, il n'y a pas lieu de les considérer comme dus à un défaut de construction de la Toise; ils proviennent, au moins en partie, d'une faible courbure que la Toise présente, lorsqu'elle est placée verticalement. J'ai mesuré en effet les distances qui séparent les deux extrémités et le milieu de la Toise du fil du pendule qui se trouve devant elle, et j'ai trouvé ainsi que la face qui porte l'inscription est convexe, et l'autre face concave. La distance du milieu à une ligne droite menée par les deux extrémités de la Toise s'est trouvée, dans les quatre expériences,

$$
\begin{array}{c}
0^{l},18 \\
0,14 \\
0,11 \\
0,05
\end{array}
$$

Il peut y avoir dans ces nombres une incertitude de quelques centièmes de ligne. Cette courbure de la Toise doit produire des différences de hauteurs entre les divers points de ses deux faces terminales, qui sont de même sens que celles qu'on a observées. Si l'on prend pour flèche de la Toise $0^{l},08$ dans les deux premières expériences faites sur la face n° 1 et $0^{l},16$ pour les deux expériences faites sur la face n° 2; si, de plus, on considère les faces latérales de la Toise comme deux surfaces cylindriques concentriques, les deux faces terminales prolongées, pourvu qu'elles soient perpendiculaires aux faces latérales, devront se rencontrer sur l'axe du cylindre, et il en résultera, pour les points des faces terminales, des différences qui seront pour la face n° 1

$$+0^{l},0006, \quad +0^{l},0003, \quad -0^{l},0003, \quad -0^{l},0006$$

et, pour la face n° 2,

$$+0^{l},0012, \quad +0^{l},0006, \quad -0^{l},0006, \quad -0^{l},0012,$$

ce qui concorde suffisamment avec les résultats des expériences. On pourrait obtenir une concordance plus grande encore, si l'on prenait une autre courbure, sans changer la valeur de la flèche. Mais les expériences elles-mêmes n'offrent pas la précision que peut donner la vis micrométrique : comme il fallait ouvrir la boîte du pendule pour déplacer le cadre de suspension, les variations de la température ont pu influer sur les résultats, quelques précautions

que j'aie prises pour les éviter. Je ne crois donc pas qu'il y ait rien autre chose à conclure de ces expériences, sinon que le parallélisme des faces terminales, lorsque la Toise repose sur un plan et se trouve bien suivant la verticale, peut être considéré comme exact, à une petite erreur près, qui ne dépasse pas un millième de ligne.

11. Les amplitudes des oscillations des deux pendules sont mesurées sur une échelle formée d'une ligne droite divisée en demi-lignes, et éloignée de $1276^l,5$ du point de suspension du long pendule, de $412^l,5$ de celui du pendule court. La distance des limites du mouvement des deux pendules, mesurée sur cette échelle en lignes de Paris, est inscrite, aux observations originales, dans la colonne désignée par la lettre μ.

On ne doit pas négliger, dans le calcul de l'influence de la grandeur des amplitudes sur la durée des oscillations, de remarquer que l'échelle n'est pas dans le plan d'oscillation du pendule, mais à 18 lignes en arrière de ce plan, d'où il suit que les amplitudes observées sont plus grandes que les amplitudes réelles. Dans le cas du pendule long, on observait μ avec une lunette, éloignée de l'échelle de 18 pieds ou 2592 lignes, et placée un peu sur le côté, de façon que la vue ne fût pas gênée par le balancier de l'horloge. La véritable amplitude d'oscillation était donc

$$= \mu \frac{2574}{2592} = \frac{143}{144} \mu;$$

d'où l'on déduit le plus grand écart angulaire u' du pendule à la verticale par la formule

$$\operatorname{tang} u' = \frac{143\mu}{2.144.1276,5} = \frac{143\mu}{367632}.$$

Si l'on exprime la durée de l'oscillation au moyen de cette tangente, on a la valeur

$$= t\left[1 + \frac{1}{16}\operatorname{tang}^2 u' - \frac{37}{1024}\operatorname{tang}^4 u' + \ldots\right],$$

ou, puisque, dans mes expériences, le terme dépendant du carré est seul sensible,

$$= t(1 + \alpha.\mu\mu),$$

où

$$\alpha = \left(\frac{143}{1470528}\right)^2 \quad \text{et} \quad \log\alpha = 1{,}97574 - 10.$$

Dans le cas du pendule court, les limites des oscillations étaient comprises dans le champ qu'on pouvait apercevoir au moyen de l'objectif placé entre l'appareil et l'horloge; on les observait donc avec la même lunette qui servait à noter les coïncidences. Ici l'influence de l'éloignement de l'échelle derrière le fil du pendule est beaucoup plus grande, et, au moyen d'une deuxième échelle placée dans le plan même d'oscillation, on a trouvé que 10 lignes de cette dernière en recouvraient 11 de la plus éloignée. Donc, pour le pendule court, l'amplitude vraie de l'oscillation est $\frac{10}{11}\mu$, d'où

$$\operatorname{tang} u' = \frac{10\mu}{2.11.412{,}5} = \frac{2}{1815}\mu$$

et la durée de l'oscillation

$$= t(1 + \alpha.\mu\mu),$$

où

$$\alpha = \frac{1}{(3630)^2}, \quad \log\alpha = 2{,}88018 - 10.$$

12. Après avoir décrit la disposition de l'appareil et les conditions des expériences dans leurs détails essentiels, je vais expliquer maintenant la manière de calculer les observations; je dirai d'abord comment la durée d'une oscillation s'évalue en secondes de l'horloge P.

Je commence par le long pendule. Le mode d'observation a été décrit dans l'art. 5, et l'on y a vu comment les diverses observations isolées sont réunies et réduites à neuf moyennes arithmétiques, dont chacune est distante de la précédente et de la suivante d'à peu près 500 oscillations. Ces moyennes sont d'abord ramenées à des nombres ronds d'oscillations toujours distants les uns des autres de 500 exactement, en prenant la durée d'une oscillation telle qu'elle résulte de la comparaison de la première et de la dernière moyenne; les résultats de cette réduction sont inscrits sous le titre : *Moyennes réduites des observations*. Je n'ai rien autre chose à en dire, qu'à rappeler que l'hypothèse de l'égale durée des oscillations dans la réduction à des nombres ronds

n'introduit aucune erreur sensible, bien que, en toute rigueur, les premières oscillations soient un peu plus lentes que les dernières en raison de leur plus grande amplitude. Les amplitudes et les températures qui correspondent à ces moyennes réduites ne résultent pas directement de l'observation, puisqu'aux moments même auxquels se rapportent ces données, il y avait à saisir les coïncidences. Mais on les obtient par interpolation entre deux observations faites au commencement et à la fin des coïncidences; elles sont ainsi plus exactes même que ne les eût données une simple observation. Avec ces valeurs de μ, l' et l''', on a calculé, pour chacun des neuf instants, à l'aide des formules des art. 7 et 11, la différence y de la durée d'une oscillation à celle de l'oscillation d'amplitude $u' = 0$ qui aurait lieu à la température moyenne L à laquelle a été mesurée la longueur du pendule. En prenant cette dernière durée comme unité, on a

$$y = \alpha.\mu\mu + 0{,}000005949\left(\frac{l' + l'''}{2} - L\right).$$

L'influence de cette différence sur chacun des huit intervalles, c'est-à-dire $\int y\, dt = Y$, est déterminée par une quadrature mécanique; mais, dans ce calcul, les différences secondes et les suivantes n'altèrent souvent plus les dernières décimales conservées, de sorte que Y peut être pris égal au produit de l'intervalle de temps par la demi-somme des valeurs de y pour le commencement et la fin de cet intervalle.

Si donc on désigne par t la durée d'une oscillation du pendule pour une amplitude infiniment petite et pour une température égale à la moyenne de celles auxquelles ont été faites les deux mesures de la longueur; par Y, Y', Y'', ... les valeurs de $\int y\, dt$ pour les différents intervalles, on a pour expressions de ces intervalles

$$500t + Y,$$
$$500t + Y',$$
$$500t + Y'',$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Posons, pour plus de commodité, $500t = h + x$, h étant une valeur approchée de $500t$ et, par conséquent, x une petite correction à déterminer par les observations; ces expressions de-

viennent

$$h + Y + x,$$
$$h + Y' + x,$$
$$h + Y'' + x,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Si l'on désigne ensuite par T l'heure du premier instant moyen et par z l'erreur d'observation de ce temps, en ajoutant d'abord $h + Y + x$ à $T + z$, puis $h + Y' + x$ à cette somme, et ainsi de suite, on obtient les expressions des heures des neuf instants moyens, et, si l'on en retranche les heures réellement observées, on a les neuf équations

$$o = z,$$
$$o = n^{(1)} + z + x,$$
$$o = n^{(2)} + z + 2x,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$o = n^{(8)} + z + 8x,$$

dont la résolution par la méthode des moindres carrés donne les valeurs

$$x = -\tfrac{1}{60}[4n^{(8)} + 3(n^{(7)} - n^{(1)}) + 2(n^{(6)} - n^{(2)}) + n^{(5)} - n^{(3)}],$$
$$z = -\tfrac{1}{9}(n^{(1)} + n^{(2)} + \ldots + n^{(8)}) - 4x.$$

La substitution des valeurs ainsi obtenues pour x et z dans les expressions des neuf instants moyens donne les nombres que l'on trouve dans la colonne intitulée *Calcul;* et la comparaison de ces nombres avec ceux qu'a donnés l'observation fait connaître les erreurs réparties de la façon la plus avantageuse. Je rappelle encore que les valeurs de Y, Y′, Y″, ..., que j'ai cru inutile de reproduire à part, se déduisent facilement de la colonne intitulée *Calcul*, en retranchant $500t$ des intervalles qui y sont inscrits.

Pour le pendule court, j'ai conduit le calcul sous la même forme; seulement ici les intervalles comprennent le nombre d'oscillations qui ont eu lieu entre deux coïncidences immédiatement observées, nombre qui, soit en raison des erreurs d'observation, soit à cause du décroissement de l'amplitude, ne reste pas absolument le même. Mais cette circonstance n'introduit aucune modification dans le mode de calcul, si l'on a la précaution de prendre pour la durée d'oscillation, avec laquelle on calcule la quantité désignée

précédemment par h, une valeur assez approchée du résultat final, pour que les valeurs de x qui, en toute rigueur, ne sont pas absolument égales pour tous les intervalles, ne diffèrent que de quantités inférieures à la limite de précision du calcul. Comme, dans les expériences sur le pendule court, on a observé onze coïncidences, il faut employer les formules

$$x = -\tfrac{1}{220}[5n^{(10)} + 4(n^{(9)} - n^{(1)}) + 3(n^{(8)} - n^{(2)}) + 2(n^{(7)} - n^{(3)}) + n^{(6)} - n^{(4)}],$$
$$z = -\tfrac{1}{11}(n^{(1)} + n^{(2)} + \ldots + n^{(10)}) - 5x.$$

Tout ce qui précède se rapporte aux expériences faites avec la boule de laiton. Quand on emploie une boule d'ivoire, l'amplitude des oscillations diminue si rapidement, qu'on ne peut observer avec le long pendule que trois séries de coïncidences, et cinq coïncidences avec le pendule court. On a donc, pour le long pendule,

$$x = -\tfrac{1}{2}n^{(2)},$$
$$z = -\tfrac{1}{3}(n^{(1)} + n^{(2)}) - x,$$

et, pour le pendule court

$$x = -\tfrac{1}{10}(2n^{(4)} + n^{(3)} - n^{(1)}),$$
$$z = -\tfrac{1}{5}(n^{(1)} + n^{(2)} + n^{(3)} + n^{(4)}) - 2x.$$

Les formules générales sont, pour $m + 1$ instants,

$$x = -\frac{6}{m(m+1)(m+2)}[m.n^{(m)} + (m-2)(n^{(m-1)} - n^{(1)}) + (m-4)(n^{(m-2)} - n^{(2)}) + \ldots],$$
$$z = -\frac{1}{m+1}(n^{(1)} + n^{(2)} + \ldots + n^{(m)}) - \frac{m}{2}x.$$

13. Les durées d'oscillation ainsi obtenues, et exprimées en temps moyen comme il a été dit à l'art. 6, doivent être débarrassées de l'influence que l'air exerce sur elles. Si l'on désigne par m la masse du corps qui se meut dans un fluide, par m' celle du fluide qu'il déplace, on a pris, depuis Newton, pour valeur de la force accélératrice qui agit sur le corps,

$$\frac{m - m'}{m},$$

et c'est avec cette formule qu'on a toujours réduit les expériences du pendule.

L'adoption de cette valeur est fondée sur cette hypothèse que la force motrice à laquelle le corps est soumis, et qui est égale à $m - m'$, se répartit sur la masse qui constitue le corps. Mais, en réalité, elle se répartit non seulement sur cette masse, mais aussi sur toutes les particules qui sont mises en mouvement en même temps que le corps : donc aussi sur les portions du fluide qui sont entraînées; par suite, le dénominateur de la formule qui représente la force accélératrice est nécessairement plus grand que m.

Je considère la rotation d'un corps autour d'un axe horizontal : soient s la distance de son centre de gravité à cet axe et m sa masse : je désignerai par $m(\mu + ss)$ le produit de la somme de tous les éléments de la masse par le carré de leur distance à cet axe, de sorte que $m\mu$ est le moment d'inertie par rapport au centre de gravité; u sera l'angle que fait avec la verticale le plan mené par l'axe de rotation et le centre de gravité, et λ la longueur du pendule simple à seconde. Avec ces notations on a, d'après la loi de la conservation de la force vive, l'équation différentielle du mouvement dans un espace vide,

$$c = m(\mu + ss)\left(\frac{du}{dt}\right)^2 - 2\pi^2\lambda . ms\cos u.$$

Mais, si le corps se meut dans un fluide, ce fluide fait aussi partie du système en mouvement, et il est clair que les trois termes de l'équation en seront modifiés. D'abord, le choc du corps contre des portions sans cesse renouvelées du fluide, en chaque point de l'espace à travers lequel le corps se déplace, produit une perte de force vive de tout le système, c'est-à-dire une diminution de c, qui dépend de la vitesse et de la forme extérieure du corps et que je représenterai par $\varphi\left(\frac{du}{dt}\right)$. Mais, pendant le temps élémentaire dt, le corps se déplace de du; donc la diminution de c dans le même temps sera $du\,\varphi\left(\frac{du}{dt}\right)$, et c lui-même, après un temps fini, se transforme en $c - \int du\,\varphi\left(\frac{du}{dt}\right)$. Ensuite, au second terme de l'équation s'ajoute la somme des produits de tous les éléments du fluide multipliés chacun par le carré de sa vitesse, c'est-à-dire $\int vv\,dm'$. Enfin, il faut joindre au troisième terme la somme des

produits de la composante suivant la direction de la pesanteur, de la pression qui s'exerce sur chacun des points de la surface, multipliée par la distance au plan horizontal mené par l'axe de rotation et par $2\pi^2\lambda$; on démontre aisément que cette somme a pour expression $2\pi^2\lambda . m's' \cos u$, où s' est la distance du centre de gravité de la surface extérieure du corps à l'axe et m' la masse du fluide déplacé. Je suppose, pour plus de simplicité, que le centre de gravité de la masse du corps et celui de sa surface soient dans un même plan avec l'axe de rotation; le cas contraire se ramènerait aisément à celui-là. Alors le dernier terme et celui que lui ajoute la présence du fluide se réunissent en un seul, et l'on a pour équation différentielle du mouvement du corps dans le fluide

$$c - \int du . \varphi\left(\frac{du}{dt}\right) = m(\mu + ss)\left(\frac{du}{dt}\right)^2 + \int vv\, dm' - 2\pi^2\lambda(ms - m's')\cos u.$$

Jusqu'ici on n'a jamais tenu compte dans la réduction du pendule au vide que de la partie de l'influence du fluide que représentent le premier et le dernier terme de cette équation. Le premier représente la résistance dont on a démontré qu'elle n'a aucune influence sur la durée de l'oscillation, mais qu'elle diminue seulement l'amplitude. Dans le dernier terme, on a jusqu'ici fait $s = s'$, quoique cela ne soit permis que si le pendule est composé de parties homogènes. L'expression exacte de $ms - m's'$, en appelant M, M', M'', ... les masses des diverses parties; $\delta, \delta', \delta''$, ... leurs poids spécifiques; S, S', S'', ... les distances de leurs centres de gravité à l'axe et Δ le poids spécifique du fluide, est celle-ci

$$ms\left[1 - \frac{\frac{MS}{\delta} + \frac{M'S'}{\delta'} + \frac{M''S''}{\delta''} + \dots}{MS + M'S' + M''S'' + \dots}\Delta\right].$$

On a toujours négligé la correction qui doit être ajoutée au second terme.

La théorie complète du mouvement d'un pendule dans un fluide suppose l'intégration de $vv\,dm'$ étendue à toute la masse de ce fluide; mais on sait que cette intégration n'a pu encore être obtenue; elle se heurte à la difficulté générale qui entrave les progrès de l'Hydrodynamique. Si l'on admettait que chaque particule du

fluide n'est en mouvement que pendant l'oscillation du corps, et qu'elle perd instantanément son mouvement dès que celui-ci revient au repos, la vitesse serait évidemment proportionnelle à celle du corps, mais dépendante d'ailleurs de la figure du corps et de la position de la particule; dans ce cas on aurait donc

$$\int vv\,dm' = m' K \left(\frac{du}{dt}\right)^2,$$

K étant une constante, et l'on obtiendrait la durée de l'oscillation par l'intégration de l'équation

$$c = m\left(\mu + ss + \frac{m'}{m} K\right)\left(\frac{du}{dt}\right)^2 - 2\pi^2\lambda(ms - m's')\cos u,$$

en d'autres termes, le pendule se mouvrait comme un pendule simple dont la longueur serait

$$\frac{\mu + ss + \frac{m'}{m} K}{s - \frac{m'}{m} s'};$$

la partie de l'effet du fluide négligée jusqu'à présent ne ferait donc qu'augmenter le moment d'inertie.

Bien que cette hypothèse ne réponde probablement pas au mouvement réel du fluide, même pour de petites vitesses, on peut cependant obtenir un résultat identique à celui qu'elle donne, par une supposition tellement générale sur la forme de l'intégrale $\int vv\,dm'$, que le résultat n'a plus rien d'hypothétique. De quelque nature que soit cette intégrale, on peut toujours admettre que la valeur qu'elle a généralement au temps t se reproduit la même après une double oscillation complète, lorsque la position et le mouvement du pendule sont redevenus les mêmes. C'est ce qui doit avoir lieu dès que les circonstances du mouvement initial ont été effacées par les résistances et que tout le système est arrivé à l'état constant. Si la durée de l'oscillation est le temps pendant lequel l'angle nt augmente de 180°, n étant une constante, alors le carré de la vitesse du fluide en chaque point de l'espace a une expression qui reprend sa valeur chaque fois que nt augmente de 360°; je la représenterai par la formule

$$u'u'nn[a^{(0)} + a^{(1)}\cos(nt + A^{(1)}) + a^{(2)}\cos(2nt + A^{(2)}) + \ldots],$$

u' étant l'amplitude angulaire du pendule, et $a^{(0)}$, $a^{(1)}$, ..., $A^{(1)}$, $A^{(2)}$, ... des quantités constantes au cas de la proportionnalité des oscillations du fluide et du pendule, des quantités dépendantes de u' dans le cas contraire. L'intégrale $\int vv\,dm'$, étendue à tout l'espace rempli par le fluide, doit donc prendre la forme

$$m'u'u'nn[b^{(0)} + b^{(1)}(\cos nt + B^{(1)}) + b^{(2)}\cos(2nt + B^{(2)}) + \ldots],$$

où $b^{(0)}$, $b^{(1)}$, $b^{(2)}$, ..., $B^{(1)}$, $B^{(2)}$, ... sont des quantités qui dépendent de la forme du corps et aussi, pour être tout à fait général, de l'amplitude de l'oscillation. Mais, si le corps oscillant est de même forme des deux côtés, de sorte que dans le mouvement dans un sens et dans l'autre il offre au fluide une même surface, alors $\int vv\,dm'$ doit aussi, après que nt a augmenté de 180°, reprendre la même valeur, et, par suite, on peut simplifier l'expression précédente, puisque cette condition peut toujours être réalisée dans la construction du pendule. Dans ce cas, en effet, les termes dépendants de nt, $3nt$, $5nt$, ... s'évanouissent, et il reste l'expression

$$\int vv\,dm' = m'u'u'nn[b^{(0)} + b^{(2)}\cos(2nt + B^{(2)}) + b^{(4)}\cos(4nt + B^{(4)}) + \ldots].$$

J'ai analysé, dans l'*Appendice VI*, l'influence de cette expression sur le mouvement du pendule, et j'ai reconnu que, au cas où $\frac{m'}{m}$ est une quantité petite dont on peut négliger le carré, etc., elle n'a aucune influence sur l'étendue des oscillations, mais qu'elle donne au pendule simple synchrone du pendule composé oscillant dans le fluide la longueur

$$= \frac{\mu + ss + \frac{2m'}{m}[b^{(2)}\cos B^{(2)} - 2b^{(4)}\cos B^{(4)} + 3b^{(6)}\cos B^{(6)} - \ldots]}{s\left(1 - \frac{m's'}{ms}\right)}$$

$$= \frac{\mu + ss + \frac{m'}{m}K}{s\left(1 - \frac{m's'}{ms}\right)}.$$

La quantité K qui s'ajoute ici au moment d'inertie du pendule est constante ou variable avec l'amplitude, selon que l'étendue

des mouvements du fluide est ou n'est pas proportionnelle à cette amplitude. C'est aux observations à décider la question; elles montreront que l'influence de l'air est constante, lorsque des séries de coïncidences, commençant avec de grandes amplitudes et finissant avec de plus petites, se laisseront exactement représenter par la réduction ordinaire à l'angle infiniment petit. On verra plus loin que c'est ce qui a lieu, au moins d'une manière très approchée.

Pour un pendule suspendu à un fil et dont la masse est réunie sous un petit volume, l'étendue du mouvement de toutes les parties peut être prise égale à su'; dans le cas de la proportionnalité, les coefficients $b^{(2)}$, $b^{(4)}, \ldots$ contiennent alors le facteur ss, qui, pour un semblable pendule, est beaucoup plus grand que μ, de sorte que le rapport $\frac{ss}{ss+\mu}$ est très voisin de l'unité. Par suite, l'influence du fluide sera indépendante de la longueur du pendule; en d'autres termes, dans l'expression de la longueur du pendule simple synchrone, que je représenterai maintenant par

$$\frac{\mu + ss}{s - \frac{m'}{m} s}\left(1 + \frac{m'}{m} k\right),$$

k conserve à très peu près la même valeur pour des longueurs très différentes.

14. On a, jusqu'à présent, considéré le facteur k comme insensible; mais l'exposé que je viens de faire montre que cette opinion n'est pas fondée. Puisque la grandeur de ce coefficient n'est pas connue, c'est seulement par des expériences faites en vue de le déterminer qu'on peut juger de la grandeur de son influence sur les résultats des expériences du pendule.

Le premier moyen qui se présente pour déduire des expériences des résultats exacts serait peut-être de faire osciller le pendule dans le vide; mais je crains qu'il n'y ait à cela des difficultés qui pourraient soulever des doutes d'un autre ordre. Un autre moyen est de faire osciller deux pendules de même forme, mais de masses très différentes. Dans ces conditions, puisque le coefficient k est le même pour tous deux, la réduction au vide, qui est inverse-

ment proportionnelle à la masse, sera très différente, et l'on pourra l'éliminer des deux séries d'expériences.

C'est ce moyen que j'ai adopté, en faisant osciller, en outre de la boule de laiton, une autre boule d'ivoire de même diamètre, qui pesait 4,6 fois moins, et pour laquelle, par conséquent, le coefficient k a une influence beaucoup plus grande sur le résultat.

J'ai donné au calcul des expériences avec les deux boules la forme qui m'a paru la plus propre à bien mettre en évidence la manière dont se comportent relativement les deux séries d'expériences. Si l'on appelle t la durée d'oscillation, exprimée en secondes de temps moyen, pour une amplitude infiniment petite, et λ la longueur du pendule simple à secondes, la longueur du pendule simple qui fait son oscillation dans le même temps sera

$$l = \lambda tt;$$

mais si l'on avait fait les observations dans le vide, on aurait trouvé une longueur moindre,

$$l' = \lambda tt \frac{1 - \frac{m'}{m}\frac{s'}{s}}{1 + \frac{m'}{m}k}.$$

La longueur mesurée du pendule dépend d'une distance inconnue, désignée par F dans l'art. 8; pour le long pendule, la longueur est la somme de cette distance F et de la Toise, prises toutes deux à la température de l'expérience, augmentée de l'effet de l'élasticité du fil et diminuée de la lecture de la vis micrométrique; pour le pendule court, elle est la somme de ces mêmes quantités, à l'exception de la Toise : je les désigne l'une par $F + h$, l'autre par $F + h'$. Si l'on ajoute à cette longueur la réduction c du pendule composé au pendule simple, on obtient

$$F + h + c,$$

qui représente aussi la longueur l' du pendule simple, telle que l'a donnée la durée de l'oscillation, mais dépendante cette fois de λ et de k; on a donc

$$F + h + c = \lambda tt \frac{1 - \frac{m's'}{ms}}{1 + \frac{m'}{m}k},$$

ou bien, en posant $\lambda = 440^{l},81 + \varepsilon$, afin de n'avoir à calculer que des inconnues plus petites,

$$F = 440{,}81.tt - h - c + 440{,}81\,tt.\varepsilon\left(1 - \frac{m's'}{ms}\right) - 440{,}81\,tt\,\frac{m's'}{ms} - (F + h - c)\frac{\varepsilon}{k}$$

Les observations faites avec le pendule court donnent une expression semblable pour F, et de la comparaison des deux on déduit ε en fonction de k. Mais, dans les expériences faites avec la boule de laiton, l'influence de k sur la longueur du pendule simple à secondes, $440^{l},81 + \varepsilon$, est beaucoup plus petite que dans les expériences sur la boule d'ivoire. Les valeurs de ε tirées des deux séries donneront donc avec avantage la valeur de k, et l'on obtiendra ainsi le résultat final débarrassé de ce coefficient inconnu.

Quant aux coefficients de $\frac{m'}{m}k$ qui se présentent dans les formules précédentes et qui n'ont d'ailleurs besoin d'être calculés qu'approximativement, on les obtient par la combinaison de deux observations des deux pendules, indépendamment de l'influence de l'air; leurs valeurs sont

$$F + h + c = \frac{(h + c - h' - c')}{tt - t't'}\,tt,$$

$$F + h' + c' = \frac{(h + c - h' - c')}{tt - t't'}\,t't'.$$

J'ai maintenant à indiquer encore les déterminations qui servent de base au calcul de $\frac{m'}{m}$.

15. La densité de l'air que j'ai employée est tirée des belles expériences de MM. Biot et Arago, qui ont trouvé que le mercure est 10475,6 fois plus lourd que l'air atmosphérique, sous la pression barométrique de $0^{m},76$ et à la température de la glace fondante. Brisson a trouvé le mercure 13,59995 fois plus lourd que l'eau, tous deux étant pris à la température de la glace [1]. Enfin Hällström a trouvé la densité de l'eau au point de la glace égale à 0,9997143, sa densité maxima étant 1 [2]. Il suit de là que l'eau

(1) Hällström, *De pondere corporum specifico, ad normalem gradum caloris reducendo*, p. 9. Aboæ, 1809.

(2) Hällström, *Dissertatio de mutationibus voluminis aquæ destillatæ*. Aboæ. 1802.

au maximum de densité est 770,488 fois plus lourde que l'air sous la pression de $0^m,76$ et à la température de la glace fondante; ou que la densité de l'air, pour la pression barométrique b réduite à zéro et à la température x, a pour valeur générale

$$\frac{1}{770,488}\,\frac{b}{0,76}\,\frac{1}{1+x.0,00375}.$$

Le baromètre de l'Observatoire, dont les observations originales sont rapportées à la fin de ce Mémoire, corrigées de la capillarité et des erreurs de division de l'échelle, est gradué en lignes de Paris; on a donc, pour une hauteur β observée à la température τ,

$$b=\frac{\beta[1+(\tau-16,25)0,000018782]}{443,296\left(1+\frac{\tau}{5550}\right)},$$

et, d'après cela, la densité de l'air autour du pendule en oscillation a pour valeur, en remplaçant x par l' (art. 7),

$$\Delta'=\frac{\beta}{337,006.770,488(1+\tau.0,0001614)(1+l'.0,00375)}.$$

Quant au poids spécifique du pendule à boule de laiton, je l'ai trouvé, à la température de la glace fondante, 8,18955 fois plus grand que celui de l'eau au maximum de densité; à la température l' il est donc

$$\Delta=\frac{8,18955}{(1+l'.0,000018782)^3}.$$

Puisque, pour ce pendule, $1-\frac{m's'}{ms}$ ne diffère pas sensiblement de $1-\frac{m'}{m}$, on a donc

$$\frac{m's'}{ms}=\frac{\Delta'}{\Delta}=\frac{\alpha\beta(1+l'.0,0000564)}{(1+\tau.0,0001614)(1+l'.0,00375)},$$

en posant

$$\alpha=\frac{1}{337,006.770,488.8,18955};\qquad \log\alpha=3,67234-10.$$

Le poids spécifique de la boule d'ivoire, à la même température à laquelle ont été faites les expériences avec cette boule, a été trouvé 1,78337; mais ici, en raison de la différence des matières dont est formé le pendule, $\frac{s'}{s}$ est un peu différent de l'unité; j'ai

donc calculé ce rapport par la formule de l'art. 13, en prenant les masses et les centres de gravité de chaque partie d'après l'*Appendice VII*, et en adoptant 8,4 pour le poids spécifique du laiton et 7,6 pour celui du fil. J'ai obtenu ainsi, pour le long pendule,

$$\log \frac{m's'}{ms} = 9,74608 + \log \Delta',$$

et, pour le pendule court,

$$\log \frac{m's'}{ms} = 9,74636 + \log \Delta'.$$

Si l'on remplace Δ' par son expression en fonction des données des instruments météorologiques, on obtient

$$\frac{m's'}{ms} = \frac{\alpha\beta}{(1+\tau.0,0001614)(1+l'.0,00375)},$$

le logarithme de α étant 4,33168 — 10 pour le long pendule, et 4,33196 — 10 pour le pendule court.

La valeur de $\frac{m'}{m}$ dans le coefficient de k a été calculée, pour le pendule à boule d'ivoire, d'après le poids spécifique 1,79443 de la boule, y compris la vis de laiton qui y est engagée. Cette valeur est donc

$$\frac{\alpha\beta}{(1+\tau.0,0001614)(1+l'.0,00375)},$$

en y faisant

$$\alpha = \frac{1}{337,006.770,488.1,79443}; \qquad \log\alpha = 4,33167 - 10.$$

16. Pour pouvoir calculer la différence des longueurs des pendules composés de l'appareil et des pendules simples qui oscillent dans le même temps, il est nécessaire de connaître exactement le poids des deux fils; aussi ne dois-je pas négliger de dire que j'ai fait les pesées avec tout le soin possible, et en leur adjoignant de diverses manières les autres petites pièces de l'appareil, de sorte que je puis répondre de leurs poids à $\frac{1}{100}$ de grain près. Bien que j'aie donné aussi les centièmes de grains du poids de la boule, je ne puis le garantir, à moins de $\frac{2}{10}$ ou $\frac{3}{10}$; mais cette incertitude n'a aucune influence sensible sur la réduction des observations.

Les petits corps dont le pendule est chargé pouvaient sans difficulté être considérés comme des points, et, quant au rayon de la boule, il suffisait de l'avoir au degré d'approximation exigé pour calculer, avec l'exactitude nécessaire, la distance du centre de figure au centre d'oscillation. On l'a obtenu avec plus de précision qu'il n'en fallait pour ce calcul, en pesant les boules dans l'air et dans l'eau, ce qui donnait le poids d'un égal volume d'eau, et permettait d'en déduire le rayon des boules, puisque le volume qu'occupe un poids donné d'eau est exprimé par son poids en kilogrammes. Quant aux moments d'inertie des petits corps attachés au pendule, je les ai déduits de leur forme et de leur poids; les valeurs en sont bien suffisamment exactes, puisqu'on aurait pu les négliger entièrement.

Les résultats des pesées, en même temps que les données de toutes les mesures nécessaires au calcul de la réduction du pendule composé au pendule simple, sont résumés dans l'*Appendice VII*. Il ressort de l'inspection de ces nombres que la correction de longueur qui résulte de la rotation de la boule autour du point où elle est fixée au fil, et sur laquelle Laplace a attiré l'attention ([1]), n'est pas complètement négligeable dans mon appareil; aussi en ai-je tenu compte dans la réduction.

Le calcul de l'influence du mode de construction du pendule suppose l'uniformité du fil. Autant que je sache, on n'a pas, jusqu'à présent, cherché quelle peut être l'influence d'un défaut d'uniformité; aussi en ai-je fait l'étude dans l'*Appendice VIII*, et je suis arrivé à ce résultat que les inégalités du fil ne sont pas à craindre, et que, par le retournement de ce fil bout pour bout, on ne gagnerait rien en exactitude, même au cas où les inégalités seraient assez considérables.

17. Après avoir expliqué la manière dont les observations ont été conduites et calculées, je vais maintenant entrer dans quelques détails sur les expériences elles-mêmes.

La première série d'expériences fut faite en avril, mai et juin 1826. Elle se compose de huit déterminations indépendantes

---

([1]) Voir la *Bibliographie :* 1816, Laplace, *Sur la longueur du pendule à secondes.*

les unes des autres, dont chacune comprend quatre expériences avec le long pendule et deux avec le pendule court. De ces six expériences, la première (a) était faite avec le pendule long, le levier de contact étant tourné vers la droite; la deuxième (b) aussi avec le pendule long, mais le levier tourné vers la gauche et le fil retourné bout pour bout; la troisième expérience (c) et la quatrième (d) étaient faites sur le pendule court, (c) avec le levier à droite, (d) le levier à gauche; de plus, pour (d), on retournait le fil; enfin, la cinquième expérience (e) et la sixième (f) étaient faites comme (a) et (b), avec cette différence que le fil, retourné entre (a) et (b), restait dans sa position inversée pour l'expérience (e), et reprenait seulement pour (f) la position qu'il avait dans l'expérience (a). Pendant les six expériences ainsi groupées, l'attache supérieure de la petite lame de laiton n'a subi aucune modification, et, par suite, le cylindre de déroulement est resté en contact avec la même portion de cette lame. Mais, au commencement d'une détermination nouvelle, je raccourcissais ou j'allongeais le plus souvent cette lame d'une petite quantité, au moyen de la vis que porte le cadre de suspension. J'ai montré, à l'art. 8, que le retournement du levier était nécessaire pour la mesure complète de la hauteur de la boule; mais j'ai préféré ne pas retourner le levier après chaque expérience, et faire toujours deux expériences consécutives avant d'opérer ce retournement. Le motif en est que le retournement ne peut se faire sans qu'on ouvre la boîte du pendule, d'où un changement possible de température et une cause d'incertitude dans les mesures. Cependant, entre les couples d'expériences ab, cd, ef, j'ai procédé à de nombreux et rapides retournements du levier; j'ai obtenu ainsi fort exactement la très petite différence de hauteur qui résulte de ces changements de position, et la moitié, affectée du signe convenable, m'a servi à corriger les expériences isolées. Cette correction n'influe pas, du reste, sur le résultat de chaque couple d'expériences, et n'a pour but que de rendre visibles directement les écarts des expériences isolées. En intercalant deux expériences avec le pendule court entre deux couples obtenus avec le pendule long, j'avais pour but de laisser une moindre influence sur le résultat à la supposition de l'invariabilité de F pendant une détermination. Si, enfin, il y a deux fois plus d'expériences faites avec le long pendule qu'avec

le pendule court, la raison en est dans l'inégale influence que les erreurs d'observation ont sur la détermination de F, dans les expériences faites avec les deux pendules.

Les résultats de cette série d'expériences, dont le détail est donné à la suite de mon Mémoire ([1]), sont les suivants :

Première détermination.

Moyenne de (*abef*) $F = 442^{1},5824 + 2,9605.\varepsilon - 0,2022.k$,
» (*cd*) $F = 422^{1},4644 + 1,0011.\varepsilon - 0,0683.k$,
$\varepsilon = -0^{1},0602 + 0^{1},0683.k$.

Deuxième détermination.

Moyenne de (*abef*) $F = 442^{1}.5867 + 2,9608.\varepsilon - 0,2056.k$,
» (*cd*) $F = 442^{1},4727 + 1,0014.\varepsilon - 0,0696.k$,
$\varepsilon = -0^{1},0582 + 0^{1},0694.k$.

Troisième détermination.

Moyenne de (*abef*) $F = 442^{1},5818 + 2,9615.\varepsilon - 0,1995.k$,
» (*cd*) $F = 442^{1},4633 + 1,0020.\varepsilon - 0,0675.k$,
$\varepsilon = -0^{1},0605 + 0^{1},0674.k$.

Quatrième détermination.

Moyenne de (*abef*) $F = 442^{1},5706 + 2,9615.\varepsilon - 0,1981.k$,
» (*cd*) $F = 442^{1},4584 + 1,0020.\varepsilon - 0,0671.k$,
$\varepsilon = -0^{1},0573 + 0^{1},0669.k$.

Cinquième détermination.

Moyenne de (*abef*) $F = 442^{1},5723 + 2,9618.\varepsilon - 0,1939.k$,
» (*cd*) $F = 442^{1},4547 + 1,0022.\varepsilon - 0,0656.k$,
$\varepsilon = -0^{1},0600 + 0^{1},0655.k$.

Sixième détermination.

Moyenne de (*abef*) $F = 442^{1},5694 + 2,9617.\varepsilon - 0,1929.k$,
» (*cd*) $F = 442^{1},4551 + 1,0021.\varepsilon - 0,0656.k$,
$\varepsilon = -0^{1},0583 + 0^{1},0650.k$.

([1]) J'ai cru inutile, à l'exemple de M. Engelmann, dans l'édition qu'il a donnée des Mémoires de Bessel, de reproduire, à la fin de ce Mémoire, toutes les séries des déterminations de Bessel, et je me suis borné à donner la première comme exemple. De même, ici, je ne donne que les moyennes des expériences faites avec le long pendule et avec le pendule court. C. W.

Septième détermination.

Moyenne de (*abef*) $F = 442^l,5707 + 2,9617.\varepsilon - 0,1953.k$,
» (*cd*) $F = 442^l,4590 + 1,0021.\varepsilon - 0,0655.k$,
$\varepsilon = -0^l,0570 + 0^l,0662.k$.

Huitième détermination.

Moyenne de (*abef*) $F = 442^l,5746 + 2,9614.\varepsilon - 0,1935.k$,
» (*cd*) $F = 442^l,4548 + 1,0017.\varepsilon - 0,0652.k$,
$\varepsilon = -0^l,0611 + 0^l,0655.k$.

18. Au mois d'avril 1827, j'ajoutai à cette première série d'expériences une deuxième série de trois déterminations, également faites avec la boule de laiton. Mon but était moins d'augmenter la précision déjà obtenue que de me rendre compte de l'effet de trois modes différents de suspension du pendule.

Je désirais, en particulier, expérimenter divers modes de suspension pour en déterminer l'influence sur le centre du mouvement; ainsi, au lieu de faire osciller le pendule au bout d'une lame qui s'enroule sur un cylindre, je voulais le suspendre par un couteau ou serrer le fil dans une pince à sa partie supérieure. Mais, comme l'influence du mode de suspension sur le centre du mouvement s'élimine d'elle-même de la différence des longueurs des deux pendules employés, sur la mesure de laquelle est fondée ma méthode d'observation de la longueur du pendule à secondes, ces trois nouvelles déterminations ont le même droit que les premières de concourir au calcul du résultat final.

Voici la disposition des appareils que j'ai employés à ces expériences comparatives sur les divers modes de suspension et qui ont été construits par M. Repsold. Au lieu du cylindre de déroulement dessiné *fig.* 3, *Pl. VII*, on a fixé au cadre de suspension un autre cylindre semblable, que la *fig.* 5 représente vu par côté et la *fig.* 6 vu d'en haut. Son extrémité antérieure a été coupée suivant un plan horizontal passant par son axe. C'est sur la face plane ainsi obtenue que reposent le cylindre de déroulement et le couteau et la pince avec lesquels ont été faites les expériences dont il est question maintenant.

Le cylindre de déroulement est représenté par la *fig.* 7; il a $0^l,996$ de diamètre. Quand on s'en sert, il repose sur la face

plane, et il est maintenu en place, serré contre deux têtes de vis qui s'élèvent sur ce plan, par une lamelle de laiton tirée en bas par le poids de la sphère de laiton, et qui passe dans l'entaille de la face plane que montrent les *fig.* 5 et 6. La *fig.* 8 représente le couteau; M. Repsold lui a donné la disposition ingénieuse que montre le dessin; on peut, à l'aide de deux contrepoids fixés à des bras horizontaux, amener son centre de gravité exactement au-dessous du point de suspension, de façon qu'il se tient vertical de lui-même; le contrepoids, mobile le long d'un troisième bras vertical, sert à lui donner une durée d'oscillation arbitraire. Il est fait d'acier très fin et extraordinairement bien poli. Enfin, la pince (*fig.* 9) consiste en deux pièces d'acier qui sont pressées l'une contre l'autre par deux vis, et se joignent si exactement que la ligne de séparation des deux morceaux devient alors invisible. Cette pince, dans laquelle sera fixée une lamelle de laiton, repose, quand on l'emploie, sur la face plane et horizontale du cylindre, et la lame mince de laiton, à laquelle le pendule est suspendu de la même manière que lorsqu'on fait usage du cylindre de déroulement, joue librement dans l'entaille de la face plane.

Cette description fait voir que le point de suspension du pendule est à la même hauteur quand on fait usage du couteau et de la pince, mais qu'il est alors plus bas de $0^{l},498$ que lorsqu'on emploie le cylindre de déroulement. Des expériences faites avec les trois pendules devaient donc montrer si la diversité du mode de suspension a une influence sur le centre du mouvement. Afin de la mieux faire ressortir des expériences, j'ai ordonné celles-ci de façon que les trois modes de suspension alternaient constamment l'un avec l'autre; les trois nouvelles déterminations ont donc été faites simultanément, et non pas l'une après l'autre. La première, ou la neuvième de la série générale, a été faite avec le couteau, la dixième avec la pince et la onzième avec le cylindre de déroulement. Chacune d'elles comprend six expériences; savoir (*a*) avec le long pendule, (*b*) avec le pendule court, le levier de contact à droite et (*c*) avec le long pendule, le levier à gauche; puis on retournait le fil bout pour bout, et l'on faisait les expériences (*d*) avec le long pendule, (*e*) avec le pendule court, le levier de contact à gauche, et enfin (*f*) avec le premier pendule, le levier de nouveau à droite. Toutes ces expériences sont faites avec les

mêmes fils. On trouvera dans l'*Appendice VII* les détails nécessaires sur les diverses pièces formant ces pendules composés.

Les observations sont données sous leur forme primitive, comme pour les expériences précédentes, à la fin du Mémoire [1]. En voici les résultats :

Neuvième détermination. — Couteau.

Moyenne de (*acdf*) $F = 442^l,6495 + 2,9606.\varepsilon - 0,2034.k$,
» (*be*) $F = 442^l,5335 + 1,0012.\varepsilon - 0,0690.k$,
$\varepsilon = -0^l,0592 + 0^l,0686.k$.

Dixième détermination. — Pince.

Moyenne de (*acdf*) $F = 442^l,6165 + 2,9608.\varepsilon - 0,2035.k$,
» (*be*) $F = 442^l,4981 + 1,0013.\varepsilon - 0,0688.k$,
$\varepsilon = -0^l,0604 + 0^l,0687.k$.

Onzième détermination. — Cylindre.

Moyenne de (*acdf*) $F = 443^l,1090 + 2,9616.\varepsilon - 0,2041.k$,
» (*be*) $F = 442^l,9972 + 1,0022.\varepsilon - 0,0686.k$.
$\varepsilon = -0^l,0571 + 0^l,0692.k$.

L'influence du coefficient encore inconnu k étant à très peu près la même pour les trois déterminations, on peut déjà juger que ces déterminations, au point de vue du résultat final, concorderont entre elles et avec les huit précédentes à des quantités près qui seront extrêmement petites. Elles donnent pour F les valeurs suivantes :

Avec le couteau..... $442^l,4742 - 0^l,0003.k$,
» la pince........ $442^l,4376$,
» le cylindre..... $442^l,9400 + 0^l,0007.k$.

Si l'on retranche du dernier de ces résultats le rayon du cylindre $0^l,498$, il reste la valeur de F que l'on aurait obtenue si l'axe du cylindre eût été dans le plan où se trouvent les deux autres points de suspension. Cette valeur est $442^l,4420$. De ce que la première valeur de F est assez différente de la seconde et

---

(1) Même remarque que précédemment.

de celle que nous venons de calculer, qui sont, au contraire, très voisines l'une de l'autre, on conclut que l'emploi du couteau place le centre du mouvement sensiblement plus haut que les deux autres modes de suspension. Je reviendrai plus amplement sur l'explication de ce fait dans la deuxième Partie; je ne m'y arrête pas davantage en ce moment, parce qu'il n'a aucune influence sur le résultat.

19. La troisième série d'expériences fut faite, en novembre 1827, avec la sphère d'ivoire. Elle se compose de quatre déterminations, dans chacune desquelles on faisait un retournement du levier et une inversion bout pour bout du fil du pendule. Dans les deux premières, le pendule était suspendu au cylindre de déroulement; dans les deux dernières, il était porté par le couteau. La boule d'ivoire a la même dimension que la boule de cuivre, mais, comme elle pèse beaucoup moins, l'influence de la résistance de l'air sur l'amplitude des oscillations est beaucoup plus considérable pour elle, que pour l'autre. Les expériences devaient donc avoir une durée moins longue que les précédentes, et cela pour deux raisons : avec le long pendule, les limites entre lesquelles la tache blanche est entièrement couverte par le cylindre des coïncidences (art. 5) sont beaucoup trop éloignées quand les amplitudes deviennent très petites; puis il était essentiel de commencer et de terminer toutes les expériences avec des amplitudes à peu près égales. Pour ces motifs, les expériences faites avec le long pendule n'embrassent que 1000 oscillations, et avec le pendule court 2500 environ. Pour ce dernier, ce nombre d'oscillations suffit pleinement à donner à chaque résultat particulier toute la précision désirable; il n'en est plus de même pour le long pendule, mais il n'y a pas d'autre moyen que de répéter les expériences, de manière à donner à l'ensemble l'exactitude qui manque à chaque partie. Comme l'ivoire est très hygrométrique, et afin d'éviter l'incertitude provenant des variations du rayon de la sphère dues à cette cause physique, on faisait toujours deux expériences correspondantes immédiatement l'une après l'autre, de telle sorte qu'à une expérience avec le long pendule succédait aussitôt une expérience avec le pendule court. La température de l'Observatoire, qui s'est maintenue très égale pendant la durée de ces expé-

riences, a beaucoup favorisé l'ordre adopté, en me dispensant de laisser écouler un temps considérable entre l'ouverture de la boîte du pendule et le commencement d'une expérience. Chaque détermination se compose donc de quatre expériences pour chaque pendule : je désigne les expériences qui se correspondent par les lettres a et a', b et b',.... Pour les calculs relatifs à la composition du pendule à boule d'ivoire, je renvoie le lecteur à l'*Appendice VII*. Les résultats des quatre déterminations effectuées avec cette sphère sont les suivants :

Douzième détermination. — Cylindre.

Moyenne de $(abcd)$ $\quad F = 443^{l},7157 + 2,9607.\varepsilon - 0,9122.k,$
» $(a'b'c'd')$ $\quad F = 443^{l},1539 + 1,0011.\varepsilon - 0,3081.k,$
$\varepsilon = -0^{l},2867 + 0^{l},3083.k.$

Treizième détermination. — Cylindre.

Moyenne de $(abcd)$ $\quad F = 443^{l},7274 + 2,9606.\varepsilon - 0,9178.k.$
» $(a'b'c'd')$ $\quad F = 443^{l},1528 + 1,0010.\varepsilon - 0,3098.k,$
$\varepsilon = -0^{l},2932 + 0^{l},3103.k.$

Quatorzième détermination. — Couteau.

Moyenne de $(abcd)$ $\quad F = 443^{l},2898 + 2,9608.\varepsilon - 0,9418.k.$
» $(a'b'c'd')$ $\quad F = 442^{l},7051 + 1,0009.\varepsilon - 0,3182.k,$
$\varepsilon = -0^{l},2983 + 0^{l},3182.k.$

Quinzième détermination. — Couteau.

Moyenne de $(abcd)$ $\quad F = 443^{l},2721 + 2,9608.\varepsilon - 0,9331.k,$
» $(a'b'c'd')$ $\quad F = 442^{l},7087 + 1,0009.\varepsilon - 0,3152.k.$
$\varepsilon = -0^{l},2875 + 0^{l},3153.k.$

Les valeurs de F, qui se déduisent de ces quatre déterminations, sont :

Pour le cylindre...... $442^{l},8631 + 0^{l},0007.k,$
Pour le couteau...... $442^{l},4109 + 0^{l},0003.k.$

La différence de ces deux valeurs est

$$0^{l},4522 + 0^{l},0004.k;$$

les deux déterminations de l'art. 18 avaient donné la différence

$$o^{l},4658 + o^{l},0010.k.$$

On ne peut guère espérer que des expériences faites avec des pendules ou plus lourds ou plus légers, dans lesquels la lame de laiton est pressée contre le cylindre de déroulement par des forces très différentes, donnent des résultats complètement identiques quant à la différence de position du centre du mouvement dans les deux modes de suspension. Cependant le pendule léger à boule d'ivoire a montré, comme le pendule lourd, que le centre du mouvement est plus élevé dans le cas du couteau que dans celui du cylindre. La différence est ici $o^{l},045$; avec le pendule lourd, elle était de $o^{l},032$.

20. Les résultats rapportés dans les trois derniers articles ont été déduits des observations, en admettant que le coefficient k qui dépend du mouvement de l'air garde la même valeur pour toutes les amplitudes sous lesquelles on a observé. La forme donnée au calcul des expériences permet facilement de voir si cette hypothèse est justifiée. Il suffit d'examiner les erreurs moyennes inscrites dans la colonne intitulée *Calcul* (art. 12), pour les divers instants des observations, pour constater, en parcourant la série entière, s'il n'y a que des erreurs accidentelles ou si, entre la formule qui a servi de base au calcul et l'observation, il existe des écarts assujettis à une loi régulière.

On forme de la sorte le tableau des erreurs moyennes de toutes les expériences de même espèce.

I. 44 expériences avec la boule de cuivre et le long pendule.

		s
1er instant	....	— 0,0010
2e	»	— 0,0014
3e	»	+ 0,0008
4e	»	+ 0,0012
5e	»	+ 0,0010
6e	»	+ 0,0011
7e	»	+ 0,0001
8e	»	— 0,0007
9e	»	— 0,0011

II. 22 expériences avec la boule de cuivre et le pendule court.

		s
1er instant	....	+ 0,0005
2e	»	+ 0,0005
3e	»	— 0,0003
4e	»	— 0,0005
5e	»	— 0,0007
6e	»	— 0,0003
7e	»	+ 0,0005
8e	»	+ 0,0004
9e	»	— 0,0005
10e	»	0,0000
11e	»	+ 0,0004

III. 16 expériences avec la boule d'ivoire et le long pendule.

		s
1er instant	....	— 0,0015
2e	»	+ 0,0030
3e	»	— 0,0015

IV. 16 expériences avec la boule d'ivoire et le pendule court.

		s
1er instant	....	— 0,0017
2e	»	+ 0,0012
3e	»	+ 0,0016
4e	»	0,0000
5e	»	— 0,0011

On voit par là qu'au commencement et à la fin des expériences ce sont les petits écarts négatifs qui prédominent, et au milieu apparaissent des écarts positifs de même ordre; ces écarts sont sans doute beaucoup plus petits que les erreurs possibles des coïncidences, mais leur marche régulière et la répétition multipliée des expériences ne permettent pas de leur refuser un certain poids. Et même le fait que les expériences sur la boule de laiton suspendue au pendule court donnent un résultat opposé n'affaiblit pas, autant qu'on pourrait le croire au premier coup d'œil, la supposition que les écarts suivent la règle énoncée; car, dans les expériences avec cette boule, ces écarts, s'ils proviennent effectivement de l'influence de l'air, ne peuvent atteindre que les $\frac{2}{9}$ de la grandeur à laquelle ils s'élèvent avec la boule d'ivoire. Puisque, en outre, les plus grands écarts se présentent dans les

expériences avec cette boule d'ivoire, on peut admettre que l'ensemble des observations rend probable l'existence d'une petite influence de l'amplitude sur la valeur du coefficient k. Si on l'admet, les expériences montrent que, l'observation donnant au début une durée d'oscillation moindre que la valeur calculée, et à la fin une valeur un peu plus grande, le coefficient k grandit à mesure que l'amplitude diminue.

D'après cela, la détermination tout à fait exacte de la moyenne des observations exigerait que l'on fît à la formule de réduction à l'amplitude infiniment petite une légère modification, d'où résulterait, pour cette amplitude, une durée d'oscillation un peu plus grande que celle qui a été calculée; mais il est aisé de voir que cette correction n'aurait point d'influence sur le résultat final. En effet, toutes les expériences ayant été faites avec des angles sensiblement égaux, et la correction de la formule pour chacune des boules étant proportionnelle aux coefficients de k qui leur correspondent, l'élimination de k ferait en même temps disparaître cette correction. Il n'y a donc pas lieu de rien changer aux résultats.

21. La moyenne arithmétique des 11 déterminations faites avec la boule de cuivre donne

$$\varepsilon = -0^{l},05903 + 0^{l},06734 . k.$$

On déduit de même des 4 déterminations avec la boule d'ivoire,

$$\varepsilon = -0^{l},29143 + 0^{l},31303 . k.$$

De la comparaison des deux valeurs de ε on tire

$$k = 0^{l},9459,$$
$$\varepsilon = +0^{l},0047;$$

d'où la longueur du pendule simple battant la seconde à l'observatoire de Kœnigsberg,

440,8147 lignes.

Si l'on substitue la valeur de k dans les équations de conditions données par les différentes déterminations, on tire de chacune d'elles une valeur de la longueur du pendule simple battant la seconde.

Observations faites avec la boule de cuivre.

		Écart à la moyenne.	Température de la Toise.
	l	l	°
1re détermination.....	440,8144	— 0,0003	+ 5,88C.
2e »	8174	+ 0,0027	5,06
3e »	8133	— 0,0014	9,00
4e »	8160	+ 0,0013	11,43
5e »	8120	— 0,0027	18,54
6e »	8132	— 0,0015	19,45
7e »	8156	+ 0,0009	18,20
8e »	8109	— 0,0038	21,88
9e »	8157	+ 0,0010	5,50
10e »	8146	— 0,0001	6,04
11e »	440,8184	+ 0,0037	5,94

Observations faites avec la boule d'ivoire.

		Écart à la moyenne.	Température de la Toise.
	l	l	°
12e détermination.....	440,8149	+ 0,0002	+ 5,00C.
13e »	8103	— 0,0044	3,83
14e »	8127	— 0,0020	3,12
15e »	440,8207	+ 0,0060	4,09

La hauteur à laquelle se trouvait la boule du pendule était de 1 pied au-dessus du parquet de l'Observatoire, soit 67,2 pieds ou 11,2 toises au-dessus du niveau moyen du Pregel. On peut adopter ce chiffre pour la hauteur au-dessus du niveau de la Baltique, car le fleuve n'a pas une pente considérable. La diminution de la longueur du pendule résultant de cette élévation est $0^{l},0032$. On a donc, pour la longueur du pendule simple battant la seconde réduite au niveau de la mer Baltique, le nombre suivant:

440,8179 lignes.

22. Je ne me hasarderai pas à exprimer une opinion sur l'erreur probable de ce résultat; car, bien qu'il soit possible d'estimer séparément l'influence de chacune des causes d'erreur, on ne peut que bien rarement en déduire un jugement exact sur le résultat d'une opération complexe. Considérons de plus près les causes d'erreur isolées.

L'influence des erreurs accidentelles dans les comparaisons du pendule et de l'horloge permet de déduire, des données de l'art. 5, l'erreur moyenne de la durée d'oscillation conclue de chaque expérience.

Boule de cuivre.	Long pendule.......	$\overset{s}{0},00000111$
	Pendule court.......	0,00000033
Boule d'ivoire..	Long pendule.......	0,00000609
	Pendule court.......	0,00000105

d'où l'erreur moyenne de la longueur du pendule simple synchrone :

Boule de cuivre.	Long pendule.......	$\overset{l}{0},00168$
	Pendule court.......	0,00029
Boule d'ivoire..	Long pendule.......	0,00923
	Pendule court.......	0,00093

Quant à l'erreur moyenne de la valeur de ε tirée de chaque détermination, elle est pour la boule de cuivre $0^l,00044$, pour celle d'ivoire $0^l,00237$. Le résultat moyen des 11 premières déterminations a donc pour erreur moyenne $0^l,00013$, et celui des quatre dernières $0^l,00119$. L'erreur moyenne du résultat final, provenant de cette cause, est, après l'élimination de k, égale à $0^l,00035$.

L'influence des erreurs des comparaisons des deux horloges est difficile à apprécier, parce que les écarts des coïncidences de leurs battements ne proviennent pas seulement des erreurs d'observation, mais aussi des inégalités dans la marche des horloges, et en particulier de celle qui est placée devant l'appareil du pendule. Il en faut dire autant de l'influence des erreurs des observations astronomiques sur la marche de l'horloge principale. Mais il est peu probable que ces causes puissent avoir une influence considérable sur le résultat final, qui repose sur un très grand nombre de déterminations du temps, toutes indépendantes les unes des autres; car l'erreur moyenne de chacune de ces déterminations, bien qu'on ne la puisse exactement connaître, est à coup sûr très petite. Je tiens pour plus petite encore, et même pour complètement insensible, l'influence des erreurs commises dans la mesure des différences de hauteur de la boule, car ces mesures se font avec une précision vraiment étonnante.

Par contre, je crois qu'on aurait obtenu des observations encore

plus concordantes, si l'horloge placée devant le pendule n'avait pas subi souvent, dans l'espace d'un jour, des changements de marche considérables, tels que la valeur d'un battement de cette pendule, surtout par les fortes chaleurs, variait en quelques heures de plusieurs unités de la sixième décimale. On ne peut en effet admettre que la règle qu'on s'est imposée, de faire la détermination de la marche de cette horloge pour l'époque du milieu des expériences, ait complètement annulé l'influence de l'irrégularité de sa marche. Peut-être, néanmoins, faut-il attribuer la plus grosse part d'influence à l'accroissement, souvent rapide, de la température avec la hauteur, dont l'effet nuisible n'a vraisemblablement pas été tout à fait éliminé par la supposition d'une variation proportionnelle aux différences de hauteur.

Cependant ces erreurs appartiennent à la classe des erreurs accidentelles, et je crois que les observations ont été répétées un assez grand nombre de fois pour rendre leur influence à peu près insignifiante. Quant aux erreurs systématiques, je n'en connais pas que nous n'ayons eu soin d'éviter, sauf, peut-être, l'incertitude du nombre adopté pour la dilatation de la Toise. Lorsque l'on examine le Tableau des déterminations faites par diverses températures de la Toise, que j'ai donné à l'article précédent, on voit que, si l'on prenait une valeur de la dilatation un peu différente de celle qu'a employée Borda, 0,00001167 au lieu de 0,0000114, pour chaque degré du thermomètre centigrade, les écarts deviendraient encore moindres. Mais ceci même n'a pas une influence considérable sur le résultat final. En effet, la température moyenne des expériences est, avec la boule de cuivre, 11°,54 (centigrades) et 4°,01 avec la boule d'ivoire; d'où l'on conclut que la température de la Toise qui sert à calculer le résultat définitif, après l'élimination de la quantité inconnue k, est égale à 13°,60, plus basse seulement de 2°,65 que la température normale de cette Toise. Si l'on admet que la valeur de la dilatation qui concorde le mieux avec les expériences du pendule est celle qu'il faut considérer comme la véritable, on trouve que la longueur de la Toise à 13°,60 a été calculée trop grande de $0^{l},00064$, et que la longueur trouvée pour le pendule simple à seconde est aussi elle-même trop grande de $0^{l},0003$.

DEUXIÈME PARTIE.

COMPARAISON DE LA DÉTERMINATION DE LA LONGUEUR DU PENDULE A KŒNIGSBERG AVEC D'AUTRES DÉTERMINATIONS, ET ÉTUDE DE DIVERSES CIRCONSTANCES DONT IL FAUT TENIR COMPTE DANS LES EXPÉRIENCES DU PENDULE.

23. En 1818, M. le lieutenant-général Von Müffling et M. Arago ont fait osciller, à Paris, un pendule invariable de cuivre construit par Fortin, presque au même endroit où Borda avait fait ses expériences, devenues célèbres par l'ingénieuse ordonnance de la méthode et la précision de l'exécution. M. le lieutenant-général Von Müffling eut la bonté de me confier ce pendule, et j'ai cherché à comparer les résultats de Borda d'abord, plus tard ceux de MM. Biot et Arago, avec ceux que j'ai moi-même trouvés.

Les observations faites avec ce pendule à Paris ont été calculées de nouveau par M. Anger, par la même méthode que j'ai employée pour mes expériences. Elles comprennent quatre séries de coïncidences, la première et la dernière observées avec la collaboration de M. Arago, et l'on en déduit le Tableau suivant des durées d'oscillation de ce pendule, réduites à l'amplitude infiniment petite.

	Durée d'oscillation. T. M.	Baromètre.	Thermomètre.	Température du pendule.
	s	m	o	o
1818. Avril 16....	0,9907283	0,7432	11,45	11,50
» » 17....	0,9907370	0,7379	12,2	12,17
» » 18....	0,9907119	0,7394	12,0	12,05
» » 18....	0,9907199	0,7406	12,15	12,15

Pour réduire au vide ces durées d'oscillation, il faut les multiplier, d'après l'art. 13, par le facteur

$$\sqrt{\frac{\mu + ss}{s} \frac{s\left(1 - \frac{m'}{m}\right)}{\mu + \frac{m'}{m}K + ss}}$$

ou, en écrivant $(\mu + ss)k$ à la place de K et en négligeant le carré de $\frac{m'}{m}$, par le facteur

$$1 - \frac{m'}{2m}(1 + k),$$

où k représente le coefficient inconnu relatif à ce pendule. Si l'on admet que le pendule est 6388 fois plus lourd que son volume d'air atmosphérique, sous la pression barométrique de 0^m,[illegible] et à la température de la glace fondante, et si l'on prend le coefficient de dilatation du métal, par degré centigrade, égal à 0,00001[illegible] (ces deux nombres d'après les indications de M. le lieutenant-général Von Müffling), les durées d'oscillation dans le vide et à la température 0° deviennent

$$\begin{aligned} &0^s,9905543 - 0,0000726.k, \\ &0,9905578 - 0,0000719.k, \\ &0,9905336 - 0,0000721.k, \\ &0,9905406 - 0,0000722.k. \end{aligned}$$

Les poids de ces expériences, qui embrassent des nombres de coïncidences différents et ne formant pas une série continue, sont proportionnels aux nombres

$$181, \quad 428, \quad 62 \quad \text{et} \quad 88.$$

Si l'on tient compte de ces poids, le résultat moyen est

$$0^s,9905529 - 0,0000721.k.$$

Ce pendule fut installé à l'observatoire de Kœnigsberg, tout près de l'appareil avec lequel j'ai fait ma détermination. Mais comme je ne connaissais pas assez exactement les conditions des expériences faites à Paris, pour pouvoir les reproduire d'une façon identique, je choisis un procédé d'observation tout à fait semblable à celui que j'ai décrit dans l'art. 5, de telle sorte que le pendule oscillait à une distance de 8 pieds de l'horloge. C'est de cette manière que j'observai, en août et septembre 18[illegible], 6 séries de 21 coïncidences chacune. En novembre, quand la température était beaucoup plus basse, M. le Dr Erman et M. Anger firent encore 6 expériences semblables; de sorte que la température moyenne des expériences faites ici se rapporte presque exac-

tement à celle à laquelle la durée d'oscillation avait été déterminée à Paris. Ces 12 expériences, réduites par M. Anger, donnent les résultats suivants :

26.	Durée d'oscillat. T. M.	Barom.	Therm.	Temp. du pendule.	Durée d'oscillation, dans le vide, pour la température o°.		Observ.
	s	l	o	o	s		
t 25...	0,9905001	339,25	+ 23,7	21,29	0,9902404 —	0,0000720.k	B.
25...	5084	340,56	22,7	21,21	2492	723.k	»
26...	5061	340,43	23,8	21,58	2437	722.k	»
26...	5018	340,43	21,6	20,80	2461	724.k	»
28...	5012	338,78	23,3	21,59	2391	718.k	»
t. 1...	5053	338,59	22,8	21,88	2407	717.k	»
. 9...	3891	332,70	7,7	7,32	2503	744.k	A
10...	3852	332,55	7,1	7,37	2458	744.k	»
11...	3694	334,50	5,7	5,84	2427	752.k	»
13...	3643	333,37	4,5	4,53	2490	754.k	E.
14...	3554	333,79	4,9	4,86	2372	754.k	»
15...	3613	333,09	4,2	4,39	2473	753.k	A.

Le résultat moyen est

$$0,9902443 - 0,0000735.k,$$

et l'on en conclut que la pesanteur à Kœnigsberg, la pesanteur à Paris étant prise pour unité, a pour valeur

$$\left(\frac{0,9905529 - 0,0000721.k}{0,9902443 - 0,0000735.k}\right)^2 = 1,0006234 + 0,0000028.k.$$

Afin de comparer aussi la pesanteur à Londres avec la pesanteur à Paris, je me suis servi des expériences que MM. Biot, Arago et de Humboldt ont faites à Paris et à l'observatoire de Greenwich avec deux pendules invariables. Ces expériences ont donné, en moyenne, les résultats suivants :

		Nombre des oscillations en un jour.	Baromètre.	Thermomètre.	Durée d'oscillation.
			m	o	s
'endule n° 1.	Paris.......	87671,785	0,7568	10,675	0,9854938
	Greenwich..	87685,358	0,7602	7,975	0,9853412
'endule n° 2.	Paris.......	87030,794	0,7533	14,505	0,9927521
	Greenwich..	87044,195	0,7632	8,850	0,9925992

Si l'on réduit ces durées d'oscillation au vide et à la température de la glace fondante, en prenant pour la densité du pendule et sa dilatation les mêmes nombres que j'ai employés plus haut, on trouve :

Pendule n° 1.	Paris.........	$\overset{s}{0},9853265 - 0,0000737.k$
	Greenwich...	$0,9851965 - 0,0000748.k$
Pendule n° 2.	Paris.........	$0,9925596 - 0,0000731.k$
	Greenwich....	$0,9924456 - 0,0000754.k$

d'où la pesanteur à Greenwich, la pesanteur à Paris étant prise pour unité :

Pendule n° 1........	$1,0002679 + 0,0000023.k$
Pendule n° 2........	$1,0002315 + 0,0000047.k$

ce qui donne, comme résultat moyen,

$$1,0002497 + 0,0000035.k.$$

Comme la hauteur de l'observatoire de Greenwich au-dessus du niveau de la mer n'est pas donnée, il faut passer de la valeur pour Greenwich à la valeur relative à la station de M. Kater, sans avoir égard à la correction de hauteur. On obtient ainsi, pour cette dernière station,

$$1,0002533 + 0,0000035.k.$$

La combinaison de ces deux déterminations donne la valeur de la pesanteur à Kœnigsberg, en prenant pour unité sa valeur à Londres, si l'on admet que k est le même pour les trois pendules. Cette valeur est

$$\frac{1,0006234 + 0,0000028.k}{1,0002533 + 0,0000035.k} = 1,0003701 - 0,0000007.k.$$

J'ai pris pour le coefficient inconnu k la valeur $\frac{3}{4}$; car, pour un pendule construit comme ceux qui ont servi aux comparaisons, il est probablement moindre que pour une boule, et j'ai rapporté ainsi à Kœnigsberg les trois longueurs observées du pendule :

	Longueur observée du pendule.	Longueur rapportée à Kœnigsberg.
Borda..............	$\overset{l}{440},5593$	$\overset{l}{440},8349$
Biot et Arago........	440,5674	440,8430
Kater................	440,6872	440,8501

Ces longueurs sont toutes plus grandes que celle que j'ai mesurée directement : la première de $0^l,0202$, la deuxième de $0^l,0283$ et la troisième de $0^l,0354$. Mais il ne faut pas perdre de vue que l'exactitude de ces différences repose sur cette hypothèse non justifiée, que le pendule au moyen duquel on a comparé la pesanteur à Paris et à Kœnigsberg est resté identique à lui-même dans l'intervalle de ces comparaisons. La remarque que M. Sabine a tirée de son grand et beau travail entrepris par ordre du *Board of Longitude,* et d'après laquelle les longueurs du pendule, réduites au niveau de la mer, suivent très exactement la formule qu'il a donnée (¹), quand les conditions géologiques des lieux d'observation sont les mêmes, pourrait éveiller quelques doutes sur l'exactitude de l'hypothèse en question ; car les conditions géologiques de Londres et de Kœnigsberg semblent être à peu près les mêmes, et cependant la longueur du pendule à Londres réduite au niveau de la mer, $440^l,6896$, étant rapportée à Kœnigsberg par la formule de Sabine, donne $440^l,8117$, valeur plus petite de $0^l,0062$ que celle que j'ai trouvée. Il se manifeste donc entre le résultat donné par la formule et celui que donnent les pendules invariables une différence de $0^l,0416$, plus grande qu'aucune de celles qu'a jamais trouvées M. Sabine pour des conditions géologiques semblables.

Cette manière de rapporter à Kœnigsberg les longueurs du pendule ne donne cependant pas la vraie différence entre les anciennes et les nouvelles déterminations ; car les anciennes n'ont pas subi la réduction complète au vide. Il y aura lieu de revenir sur cette réduction pour les expériences des géomètres et astronomes français, lorsqu'on aura fait une nouvelle série d'expériences avec une boule légère, de même grosseur que la boule de platine de Borda. Si, pour en avoir un aperçu provisoire, on admet la même valeur du coefficient *k* que j'ai trouvée pour une sphère de plus grand diamètre, on trouvera que, de ce chef, l'augmentation des diverses longueurs du pendule déterminées à Paris sera de $0^l,025$ environ. Ces longueurs, d'après la comparaison faite au moyen des pendules invariables, seront de $0^l,045$ et $0^l,053$ plus grandes que

---

(¹) Longueur du pendule en lignes de Paris

$$= 439^l,2975 + 2^l,28174\ [\text{sin. hauteur du pôle}]^2.$$

celle que j'ai observée à Kœnigsberg. Si, au contraire, on rapporte à Londres les longueurs du pendule à Paris, en faisant usage des comparaisons du pendule invariable en ces lieux, et si l'on passe alors de Londres à Kœnigsberg au moyen de la formule, on trouve, pour la quantité à ajouter aux longueurs observées à Paris :

	l
Correction relative à l'air......................	+ 0,0250
Réduction à Londres..........................	+ 0,1127
Réduction au niveau de la mer, pour Londres....	+ 0,0024
Différence entre Londres et Kœnigsberg, d'après la formule de Sabine..........................	+ 0,1221
	+ 0,2622

On trouve ainsi que les valeurs de Paris sont plus grandes que celle de Kœnigsberg, la première de $0^l,0036$, la seconde de $0^l,0117$. Cette concordance très satisfaisante ne devra pourtant pas être considérée comme certaine, tant qu'il ne sera pas prouvé par l'expérience que la valeur que j'ai obtenue de k peut s'appliquer à une sphère de plus petit diamètre, et tant qu'on n'aura pas vérifié, à l'aide de pendules invariables, le rapport de la pesanteur à Paris et à Kœnigsberg ; car la valeur que nous avons déjà de ce rapport donne, comme on l'a vu, une forte différence entre les résultats.

La correction que doivent subir les résultats de Kater, d'après la nouvelle théorie de l'influence de l'air, ne pourra être déterminée, d'après ce que nous savons actuellement sur ce sujet, que par de nouvelles expériences. Mais j'indiquerai plus loin comment on peut éviter complètement cette difficulté dans l'emploi du pendule à axes réciproques.

24. Tout ce que j'ai dit dans l'article précédent repose sur l'idée que je me suis faite de l'influence de l'air. Mais, comme la théorie adoptée jusqu'ici émane de l'immortel Newton, et que les géomètres venus après lui n'en ont jamais mis en doute l'exactitude, il m'a paru indispensable de soumettre la nouvelle théorie, avant de l'appliquer au pendule, à l'épreuve d'expériences ayant pour but de mettre en lumière la vérité ou l'erreur de la théorie newtonienne. Au mois d'octobre 1827, j'ai fait osciller différents corps dans l'air et dans l'eau, et voici les résultats auxquels je suis arrivé.

On sait que, lorsqu'un corps oscille dans l'eau, la résistance

qu'il éprouve le ramène bien vite au repos. Pour cette raison, les observations ne peuvent avoir qu'une précision très limitée. Cependant, si l'on se contente d'une approximation de $\frac{1}{1000}$ de seconde environ sur la durée de l'oscillation, l'observation en est moins difficile qu'on ne le croirait à première vue. Deux méthodes peuvent être employées pour atteindre ce degré d'exactitude. La première consiste à compter sans interruption toutes les secondes de l'horloge, et, toutes les 10 ou 12 secondes, par exemple, à marquer la fraction d'oscillation qui correspond à ce battement du balancier; on ajoute plus tard les nombres entiers d'oscillations. Dans le second procédé, on note les secondes de l'horloge qui coïncident exactement avec des oscillations complètes du pendule. Cette dernière méthode paraît mériter la préférence dans le cas où les durées d'oscillation diffèrent peu de 1^s, 2^s, ...

Les pendules avec lesquels ont été faites ces expériences étaient tous suspendus hors de l'appareil ordinaire; ils plongeaient au milieu d'un réservoir circulaire plein d'eau, dont le diamètre était de 3 pieds et la hauteur de 10 pouces. On commençait l'observation avec des amplitudes de 2° environ, et on la continuait jusqu'aux plus petits angles qu'il fût encore possible de bien voir.

1° Le long pendule à boule de laiton faisait une oscillation en un peu moins de 2 secondes; j'ai donc employé le deuxième procédé, et, en deux séries d'oscillations, répétées chacune 10 fois, j'ai trouvé les nombres suivants pour les instants des coïncidences :

Coïncidences.	Secondes.	
0	0,0	0,0
1	22,5	21,9
2	45,5	43,6
3	65,8	66,7
4	88,9	89,3
5	112,1	111,1
6	133,5	132,9
7	153,0	153,8
8	176,5	176,1
9	198,9	198,3
10	221,3	—
11	240,9	—
12	265,6	—
13	287,1	—

La première série, traitée par la méthode des moindres carrés,

donne la valeur la plus probable de l'intervalle de deux coïncidences, égale à $22^s,003$. La seconde série donne $22^s,033$. De la moyenne des deux, on tire la durée de l'oscillation du pendule

$$= \frac{2 \times 22,018}{23,018} = 1^s,9131 \text{ en temps de l'horloge,}$$
$$= 1^s,9085 \text{ de temps moyen.}$$

La durée d'oscillation de ce même pendule dans l'air était $1^s,7217$ de temps moyen.

2° Le pendule court, avec la même boule, a donné les résultats suivants, par deux séries, répétées chacune 10 fois.

Secondes.	Oscillations.	
0	0,00	0,00
12	10,82	10,81
24	21,63	21,57
36	32,44	32,39
48	43,26	43,17
60	54,10	54,02
72	64,89	64,80
84	75,69	75,61
96	86,53	86,41
108	97,28	97,26
120	108,10	108,05

De la première série on tire, pour la durée d'oscillation, la valeur $1^s,1100$; de la deuxième, $1^s,1104$. La moyenne des deux est $1^s,1102$ en temps de l'horloge, ou $1^s,1078$ en temps moyen. Dans l'air, elle était $1^s,0020$ de temps moyen.

Pour calculer ces expériences, on a les relations de l'art. 13, où Δ, Δ', Δ'' sont les densités de la boule du pendule, de l'air et de l'eau, et qui deviennent, en remplaçant Δ' et Δ'' par $\Delta\delta'$ et $\Delta\delta''$.

$$\lambda tt.s(1-\delta') = \mu + \delta' K + ss,$$
$$\lambda t't'.s(1-\delta'') = \mu + \delta'' K + ss.$$

Si l'on y met $(\mu + ss)k$ à la place de K, et si l'on admet que la valeur de K reste la même pour l'eau et pour l'air, supposition qui, vu la faible densité de l'air, ne peut introduire dans ces expériences aucune erreur appréciable, on aura

$$k = \frac{tt(1-\delta') - t't'(1-\delta'')}{\delta' t't'(1-\delta'') - \delta'' tt(1-\delta')}.$$

Pour ces deux expériences, $\Delta = 8,18955$, $\Delta' = 0,99990$, $\Delta'' = 0,00126$; avec ces nombres on tire : de la première expérience, $k = 0,648$; de la deuxième, 0,602. Pour faire concorder ces deux résultats, il suffirait d'augmenter la durée d'oscillation du pendule court dans l'eau de $0^s,0029$, changement que semblent autoriser les difficultés qui s'opposent à la précision de ces observations.

3° A la place de la boule, on suspendit aux pendules un cylindre creux de laiton, de 36 lignes de hauteur et de 32 lignes de diamètre, à peu près de même poids que la boule, mais dont la densité n'était que de 2,0788. Avec le long pendule, on eut les résultats suivants :

Secondes.	Oscillations.	
0	0,00	0,00
10	3,52	3,56
20	7,10	7,13
30	10,66	10,69
40	14,20	14,28
50	17,81	17,88
60	21,36	21,42
70	24,95	24,98
80	28,51	28,57
90	32,10	32,15
100	35,66	35,77

On en conclut les durées d'oscillation $2^s,7947$ et $2^s,7972$; soit, en moyenne, $2^s,7960$ en temps de la pendule ou $2^s,7892$ de temps moyen; la durée dans l'air était $1^s,7244$ de temps moyen.

4° Le même cylindre creux, suspendu au pendule court, faisait les oscillations suivantes :

Secondes.	Oscillations.	
0	0,00	0,00
12	7,27	7,28
24	14,60	14,56
36	21,88	21,86
48	29,21	29,18
60	36,56	36,46
72	43,84	43,76
84	51,17	51,06
96	58,50	58,39

D'où l'on conclut les durées $1^s,6406$ et $1^s,6442$; en moyenne, $1^s,6424$ en temps de la pendule ou $1^s,6385$ de temps moyen; dans l'air, je trouvai $1^s,0104$ de temps moyen.

Lorsqu'on réduit ces deux expériences par la formule indiquée plus haut, on trouve pour k les deux valeurs 0,747 et 0,761, ce qui démontre, si l'on compare ce résultat à la détermination précédente, une influence notable de la figure du corps oscillant.

5° Pour mettre mieux encore dans son jour cette influence de la figure du corps, j'enlevai le fond qui fermait par le bas le cylindre creux avec lequel avaient été faites les deux expériences précédentes; son poids spécifique devint alors celui du métal lui-même, 8,3 environ. Si la figure du corps n'avait point d'influence, ce cylindre devait osciller maintenant à peu près comme la sphère. Il faisait, au contraire, avec le long pendule, les oscillations suivantes :

Secondes.	Oscillations.
0	0,00
10	3,86
20	7,72
30	11,66
40	15,52
50	19,40
60	23,27
70	27,17
80	31,05
90	34,97
100	38,84

D'où l'on tire, pour la durée de l'oscillation, $2^s,5737$ en temps de la pendule, ou $2^s,5675$ de temps moyen; dans l'air, elle était $1^s,7199$ de temps moyen.

6° Le même cylindre sans fond, suspendu au pendule court, donna la série suivante :

Secondes.	Oscillations.	
0	0,00	0,00
10	6,61	6,56
20	13,23	13,26
30	19,84	19,88
40	26,50	26,55

D'où les durées d'oscillation $1^s,5099$ et $1^s,5056$; en moyenne, $1^s,5078$ en temps de la pendule, ou $1^s,5042$ de temps moyen; dans l'air, cette durée était $1^s,0019$ de temps moyen.

Ces deux expériences donnent pour k les valeurs 7,99 et 8,21, ce qui fait ressortir une très grande influence de la figure du corps oscillant. Les molécules d'eau, dans le cas actuel, sont obligées de prendre un mouvement plus considérable que dans les expériences précédentes; car ici le vide qui se fait autour de la surface extérieure du cylindre doit être rempli par l'eau venant de l'intérieur, ou inversement.

Pour comparer ces six expériences à la théorie adoptée jusqu'ici, il n'y a qu'à déduire la durée t de l'oscillation dans l'eau de la durée t' dans l'air au moyen de la formule

$$t = t'\sqrt{\frac{1-\delta''}{1-\delta'}}.$$

		Calcul.	Observation.
		s	s
Boule de laiton..........	Pendule long..	1,8373	1,9085
	Pendule court.	1,0693	1,1078
Cylindre creux..........	Pendule long..	2,3928	2,7892
	Pendule court.	1,4021	1,6385
Cylindre creux sans fond.	Pendule long..	1,8339	2,5675
	Pendule court.	1,0683	1,5042

On voit donc que la théorie ancienne ne s'accorde pas avec les observations. Si Newton, dans les expériences qu'il institua sur le décroissement des amplitudes dans le mercure et dans l'eau, avait noté les durées d'oscillation, l'inexactitude de la théorie n'aurait pu lui échapper.

En dernier lieu, je pris un pendule à axes réciproques, que je décrirai plus tard, et qui, dans l'air, faisait autour des deux axes des oscillations égales, dont la durée commune était $1^s,0002$ de temps moyen, et je le fis osciller dans un vase profond rempli d'eau, de telle sorte que le pendule fût complètement immergé. Quand le gros poids était en bas, la durée d'oscillation était $1^s,1177$ T. M.; quand il était en haut, elle devenait $1^s,1450$. L'égalité de durée des oscillations cessait donc d'exister, ce à quoi l'on devait d'ailleurs s'attendre.

Si l'on compare la valeur de k qui résulte du mouvement de la sphère de cuivre dans l'eau à celle que l'on a conclue (art. 21) de la

comparaison des oscillations des deux boules égales de laiton et d'ivoire, on voit que cette valeur de k est beaucoup plus petite pour l'eau que pour l'air, à peu près dans le rapport de 2 à 3. On en conclut que la connaissance de K, qui est nécessaire à la réduction des expériences du pendule, ne peut se déduire des oscillations d'un pendule dans un liquide. Je rappelle aussi que le principe, que l'action d'un fluide ne fait qu'augmenter le moment d'inertie, n'est démontré d'une manière générale que pour des fluides de faible densité.

25. Les considérations que j'ai présentées dans l'art. 13 ont d'abord mis en évidence la possibilité d'une action des fluides sur le mouvement des corps différente de celle qu'admettait la théorie adoptée jusqu'ici; toutes les expériences que j'ai faites tranchent ensuite la question que l'Hydrodynamique laissait encore indécise, et assignent à la quantité que j'ai désignée par k une valeur qui n'est pas peu considérable : je tiens donc pour justifié le changement que j'ai apporté au mode de réduction jusqu'ici adopté des observations du pendule. Je vais maintenant exposer les résultats d'autres études que j'ai entreprises sur le mouvement des pendules.

L'influence de la forme cylindrique de l'arête des couteaux qui servent à suspendre les pendules a d'abord été reconnue et étudiée par M. Laplace. Ses recherches théoriques reposent sur l'hypothèse que le couteau cylindrique roule, dans le mouvement du pendule, sur le plan qui le supporte, et que ce plan ne présente pas d'obstacle à ce roulement. On voit bien vite que la largeur de la portion de cylindre qui remplace l'arête du couteau ne suffit pas seule à expliquer l'influence de la forme du couteau sur la durée des oscillations. Cet effet dépend plutôt, comme l'avaient déjà vu MM. Biot et Arago, de la courbure de cette partie du couteau, dont les différents points viennent successivement en contact avec le plan, et qui, pour les faibles amplitudes qui se présentent d'habitude dans les expériences du pendule, n'a jamais qu'une très petite largeur. Si, par exemple, le rayon de courbure était de $\frac{1}{10}$ de ligne, la partie émoussée de l'arête n'occuperait, pour une oscillation de $2^\circ \frac{1}{2}$ d'amplitude totale, la plus grande qui se soit produite dans les expériences de M. Kater, qu'un arc de $2^\circ \frac{1}{2}$ sur un cylindre de $0^l,1$ de rayon; elle n'aurait donc qu'une lar-

geur de $0^l,0043$, et pourtant l'effet sur la longueur du pendule atteindrait $\frac{1}{10}$ de ligne. Mais, s'il est possible de constater une arête mousse de cette largeur, tous les procédés optiques sont impuissants à donner exactement son rayon de courbure, et l'on ne peut s'assurer avec précision si cette petite surface émoussée n'exerce pas une influence notable sur la longueur du pendule. Cet exemple prouve que l'influence de l'arête mousse des couteaux vaut la peine d'être étudiée de plus près qu'on ne l'a fait jusqu'ici.

En ce qui concerne la figure cylindrique qu'affecte l'arête du couteau, on peut poser en principe que les faces inclinées du prisme qui forme le couteau sont des plans tangents à cette surface cylindrique, ou que, si l'angle de ces faces est $2i$, des tangentes menées aux points limites du cylindre, dans le plan perpendiculaire à l'axe, font également l'angle $2i$. De plus, on peut supposer connue la distance des plans dans les points où ils viennent se raccorder avec la surface cylindrique, puisqu'on peut la mesurer au moyen du microscope : je la désignerai par b. Mais la courbure de la surface cylindrique reste inconnue, et on doit la laisser arbitraire dans le calcul. J'ai admis que la section de cette surface par un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre est une section conique, dont l'un des axes coïncide avec celui du pendule. La forme de cette courbe est alors déterminée par i, b et une excentricité arbitraire que j'appellerai ε. En faisant varier ε, on fera passer le cylindre par tous les degrés successifs d'aplatissement, de l'hyperbole qui se confond avec les faces du prisme, c'est-à-dire de l'angle vif, jusqu'au plan perpendiculaire à l'axe du pendule.

Cette hypothèse a été développée par le calcul dans l'*Appendice IX*, et j'en donne ici les résultats. Désignons par l' la longueur du pendule simple de même durée d'oscillation que celui qui oscille sur le couteau cylindrique ; par l la longueur d'un second pendule simple qui aurait la même durée d'oscillation que le pendule à couteau, si celui-ci tournait sur la génératrice inférieure du couteau ; on aura

$$l' = l - \frac{l}{s} bq,$$

s étant la distance du centre de gravité du pendule à l'arête et q une quantité dépendante de la figure du cylindre et de l'amplitude de l'oscillation.

Pour des oscillations infiniment petites, la valeur de q est

$$\frac{\sqrt{1-\varepsilon\cos^2 i}}{2\cos i}.$$

Pour $\varepsilon = \text{séc}^2 i$, la conique se transforme en deux droites qui se coupent; q devient nul et b est indéterminé. Pour ε compris entre $\text{séc}^2 i$ et 1, la courbe est une hyperbole; pour $\varepsilon = 1$, une parabole; entre 1 et 0, une ellipse dont le grand axe est vertical; pour $\varepsilon = 0$, un cercle; enfin, pour ε variant entre 0 et $-\infty$, une ellipse dont le petit axe est vertical. Pendant que ε passe de $\text{séc}^2 i$ à $-\infty$, q grandit sans cesse et devient même infiniment grand pour la dernière valeur, ce qui indique que dans ce cas les oscillations infiniment petites cessent complètement. Mais lorsque la demi-amplitude u' n'est pas infiniment petite, la valeur de q a pour limite

$$\frac{2}{\pi \sin u'}.$$

Pour de très grandes valeurs de ε, q diminue rapidement à mesure que l'amplitude croît. Pour des valeurs moindres, il ne diffère plus sensiblement de la valeur qu'il a pour des oscillations infiniment petites, du moins tant que les angles restent dans les limites ordinaires des expériences du pendule. Pour qu'on puisse se rendre un compte exact de ces variations, j'ai donné, dans les deux Tables ci-dessous, les valeurs de q calculées par les formules de l'*Appendice IX*, pour différentes valeurs de ε et pour $u' = 0, 1°, 2°$: la première Table est construite pour $2i = 90°$; l'autre pour $2i = 120°$. Ce dernier angle est celui des couteaux employés par M. Kater.

ε.	Nature de la conique.	Rapport des axes.	Valeurs de q. $u' = 0$.	$u' = 1°$.	$u' = 2°$.
		$i = 45°$.			
+ 2...	Hyperbole.	....	0	0	0
+ 1...	Parabole.	....	0,50	0,50	0,50
0...	Cercle.	1 : 1	0,71	0,71	0,71
— 10...	Ellipse.	1 : 3,22	1,73	1,73	1,72
— 100...	»	1 : 10,05	5,05	4,99	4,84
— 1000...	»	1 : 31,64	15,83	14,30	11,58
— 10000...	»	1 : 100,00	50,00	28,38	16,68
— 100000...	»	1 : 316,23	158,11	34,94	18,00
— ∞ ...	Plan.	1 : ∞	∞	36,48	18,24

ε.	Nature de la conique.	Rapport des axes.	Valeurs de q. $u' = 0$.	$u' = 1°$.	$u = 2°$.
		$i = 60°$.			
+ 4...	Hyperbole.	....	0	0	0
+ 1...	Parabole.	....	0,87	0,87	0,87
0...	Cercle.	1 : 1	1,00	1,00	1,00
— 10...	Ellipse.	1 : 3,32	1,87	1,87	1,86
— 100...	»	1 : 10,05	5,10	5,04	4,88
— 1000...	»	1 : 31,64	15,84	14,32	11,59
— 10000...	»	1 : 100,00	50,01	28,38	16,68
— 100000...	»	1 : 316,23	158,12	34,94	18,00
— ∞ ...	Plan.	1 : ∞	∞	36,48	18,24

Ces Tables ne donnent que la partie de l'expression totale de q développée dans l'*Appendice IX*, qui ne dépend pas de la position du centre de gravité du pendule; l'autre partie est négligeable.

Si l'hypothèse sur laquelle repose cette analyse est exacte, c'est-à-dire si l'arête cylindrique roule réellement sur le plan, ces Tables montrent que la forme du couteau peut exercer une influence sensible sur la longueur du pendule, lors même que la largeur b de la partie cylindrique n'atteint que quelques millièmes de ligne. A moins donc d'être bien assuré que l'excentricité ε ne peut prendre de grandes valeurs négatives, en d'autres termes, que ni l'opération du polissage du couteau, ni l'usure résultant de son emploi n'ont donné au tranchant la forme d'une ellipse très aplatie, à axe horizontal, la forme arrondie de ce tranchant devra être regardée comme la source d'une telle incertitude, que l'on ne pourra oser entreprendre la détermination de la longueur du pendule avec un appareil à couteau, tant qu'on n'aura pas trouvé le moyen ou de déterminer l'erreur qui en résulte ou de l'éliminer des résultats.

On a prétendu, il est vrai, que l'influence de la cylindricité des couteaux disparaît d'elle-même dans les observations faites avec le pendule inventé par M. Bohnenberger; mais cette très élégante propriété de l'appareil n'a lieu que si les deux couteaux sont terminés par des cylindres *égaux*. Si l'on ne suppose pas cette condition remplie, et que néanmoins les durées observées des oscillations sur les deux couteaux soient égales, on a alors, pour le

premier,

$$l' = l - \frac{l}{s} bq, \qquad l = \frac{\mu + ss}{s},$$

et pour l'autre,

$$l' = l_1 - \frac{l_1}{s_1} b_1 q_1, \qquad l_1 = \frac{\mu + s_1 s_1}{s_1};$$

et, si l'on élimine l, l_1 et μ,

$$l' = s + s_1 - \frac{s + s_1}{s - s_1}(bq - b_1 q_1).$$

La longueur du pendule simple synchrone n'est donc égale à la distance des sommets des arêtes cylindriques des couteaux que si bq et $b_1 q_1$ sont égaux. Mais il y a un moyen très simple d'éliminer complètement l'influence de la cylindricité : on dispose le pendule de telle sorte que l'on puisse échanger entre eux les deux couteaux, et l'on fait les expériences avant et après cette permutation. Il en résulte deux erreurs égales et de sens opposé qui disparaissent dans la moyenne.

26. On sait que M. Biot a mis en doute l'influence de la cylindricité du couteau, en prétendant que le pendule ne repose pas sur le plan par l'arête entière de ce couteau, mais par un petit nombre de points de cette arête qui font saillie, qui n'ont pas de surface appréciable et autour desquels il oscille. On pourrait ajouter encore que l'une des conditions que suppose l'analyse, à savoir l'absolue dureté des supports, n'est jamais mathématiquement réalisée, ces supports étant toujours plus ou moins élastiques. Ces remarques ne doivent cependant pas nous tranquilliser entièrement sur une source d'erreur qui, d'après le calcul, peut avoir un effet considérable dans les expériences. Il serait indispensable de démontrer par des preuves qu'elle n'existe pas, avant de conclure à la certitude d'expériences d'où elle n'est pas éliminée par les dispositions mêmes que l'on emploie.

Il me parut donc nécessaire d'instituer des expériences sur l'influence de la forme des couteaux. C'est ce que je fis avec un pendule à axes réciproques, formé d'une tige cylindrique en laiton de $5^l,1$ de diamètre et de 635 lignes de longueur, qui portait un gros poids fixe et un poids moindre mobile. Quand le gros poids est en bas et le petit en haut, le couteau supérieur est éloigné de

$96^l,4$ de l'extrémité supérieure de la tige, et le couteau inférieur est à $97^l,6$ de l'extrémité inférieure. Le gros poids est un cylindre de laiton de $36^l,7$ de diamètre et de $3^l,9$ de hauteur, et l'axe de ce cylindre, perpendiculaire à la tige, est à $58^l,6$ au-dessous du couteau inférieur. Le poids mobile est alors au-dessus du couteau supérieur, et, dans les expériences que j'ai faites avec cet appareil, il a été fixé de façon que son point central fût à $64^l,3$ de ce couteau, ce qui rendait les durées d'oscillations autour des deux couteaux presque égales entre elles. Dans ces conditions, je trouvai pour les distances des couteaux au centre de gravité $305^l,32$ et $135^l,70$, de sorte que leur distance était partagée par le centre de gravité dans le rapport de 9 à 4. Les couteaux sont en acier, leur angle est à peu près un angle droit; leur forme et leur poids sont sensiblement les mêmes, et ils sont disposés de manière que l'on puisse les retirer facilement et, conformément au but de l'appareil, constater tout changement survenu aux arêtes dont on voulait expérimenter l'effet sur la durée des oscillations. Les supports des couteaux étaient les plans d'agate appartenant au pendule invariable de Fortin. Le poids du pendule était de 34260 grains.

Les observations furent faites avec cet appareil d'après la méthode décrite à l'art. 5. Mais, comme elles n'interviennent pas dans la détermination qui est l'objet spécial de ce Mémoire, j'ai cru inutile d'en reproduire ici les détails originaux, et je me bornerai à indiquer la durée de l'oscillation infiniment petite qui a été conclue de chaque expérience.

Quand on retire les couteaux pour en modifier l'arête en l'aiguisant de nouveau et qu'on les remet ensuite en place, il ne résulte de cette opération un changement dans la durée d'oscillation que si la valeur de bq se trouve changée elle-même. Comme les procédés qu'on emploie ne permettent pas de modifier ce produit bq à coup sûr et d'une quantité déterminée, il pourra se faire souvent qu'un nouveau polissage ne produise aucun effet appréciable. Je ne donnerai donc pas ici toutes les expériences que j'ai faites pour établir l'influence réelle de la forme de l'arête sur la durée d'oscillation, mais celles-là seulement qui mettent cette action en évidence. Voici la forme sous laquelle je les présenterai : je donnerai d'abord la durée moyenne t d'une oscillation pour les amplitudes

infiniment petites, avec la hauteur du baromètre et la température du thermomètre qui y est joint; je donnerai ensuite la température τ du pendule, et, enfin, la longueur l' du pendule simple équivalent, réduite au vide et à la température 0°, calculée en admettant que la longueur du pendule simple qui bat la seconde est $440^{l},8147$ et que le coefficient de dilatation de laiton est 0,0000178 pour 1°C. Suivant que le gros poids est en bas ou en haut, le coefficient inconnu qui exprime l'action de l'air est désigné par k ou par k'.

Le 13 décembre 1826, le gros poids étant en haut, je fis l'expérience suivante :

$$t = 1^{s},0001093;\quad 340^{l},38 + 3^{\circ},2;\qquad \tau = 2^{\circ},95;$$
$$l' = 440^{l},8185 - 0^{l},0694 . k'.$$

Le couteau fut ensuite retiré et aiguisé aussi finement que cela me fut possible. Le lendemain, j'obtins les nombres que voici :

$$t = 1^{s},0001651;\quad 339^{l},34 + 3^{\circ},0;\qquad \tau = 3^{\circ},07;$$
$$l' = 440^{l},8668 - 0^{l},0694 . k'.$$

Mais l'arête du couteau, après que celui-ci eut été retiré, aiguisé et remis en place, se trouvait, ainsi que je m'en assurai par une mesure au microscope, plus près qu'auparavant du centre de gravité, de $0^{l},006$. Par suite, l', d'après la position donnée plus bas pour le centre de gravité, se trouvait augmenté de $0^{l},0075$. La différence entre les résultats des deux expériences est donc de $0^{l},0408$, et montre que le produit bq a diminué de $0^{l},0125$ par la modification du couteau.

Un deuxième exemple permet de reconnaître l'altération éprouvée par le couteau à la suite d'un usage prolongé. Le 16 décembre 1826, le gros poids était en bas, et le couteau venait d'être aiguisé très finement, plus finement même qu'il n'aurait dû l'être en raison de la dureté de l'acier. Dans cet état du pendule, on fit l'expérience suivante :

$$t' = 1^{s},0001505;\quad 338^{l},66 + 2^{\circ},7;\qquad \tau = 2^{\circ},64;$$
$$l' = 440^{l},8572 - 0^{l},0695 . k.$$

Après cette observation, le pendule fut employé à diverses expériences, dont je parlerai plus tard, et, après leur achèvement

on fit, les 14 et 15 février 1827, les deux expériences suivantes :

$$t = 1^s,0000984;\quad 331^l,80 - 1^o,0;\quad \tau = -0^o,78;$$
$$l' = 440^l,8387 - 0^l,0689.k.$$

$$t = 1^s,0000787;\quad 334^l,39 - 1^o,3;\quad \tau = -2^o,20;$$
$$l' = 440^l,8316 - 0^l,0689.k.$$

La variation dans la longueur des pendules simples correspondants est, par suite, égale à $-0^l,0220$; mais, en février, l'arête du couteau se trouvait de $0^l,006$ plus éloignée du centre de gravité qu'en décembre, ce qui provient vraisemblablement de l'usure due aux expériences faites dans l'intervalle, usure qui a pu être constatée plus tard en retirant le couteau. Cette augmentation de la distance aurait dû faire croître l' de $0^l,0033$, si bq avait gardé sa première valeur. La variation observée est donc $-0^l,0253$, et il en résulte que l'accroissement de bq est égal à $0^l,0173$. En examinant l'arête émoussée avec un microscope grossissant 200 fois, l'épaisseur du tranchant me parut être de $0^l,005$.

Ces deux expériences me semblent suffisantes pour prouver que la forme du couteau peut réellement altérer les durées d'oscillation; je pourrais en citer d'autres, mais l'altération n'y dépasse pas d'une manière aussi nette les limites possibles des erreurs d'observation. Mais il est facile de donner au couteau une influence beaucoup plus considérable, si l'on s'arrange de manière à rendre très faible la courbure de la surface émoussée. Pour obtenir la confirmation expérimentale de ce résultat du calcul, j'usai l'arête sur un plateau de verre qui, autant que cela se pouvait sans appareil spécialement disposé à cet effet, était maintenu perpendiculaire au plan bissecteur de l'angle des faces du prisme. Pour la largeur de la partie ainsi émoussée, je trouvai, avec les microscopes de Pistor, le nombre $0^l,0216$, moyenne de 10 mesures effectuées en différents points de l'arête. Le couteau était maintenant de $0^l,021$ plus éloigné du centre de gravité que le 16 décembre 1826, époque à laquelle on avait trouvé

$$l' = 440^l,8572 - 0^l,0695.k.$$

On aurait donc dû trouver actuellement

$$l' = 440^l,8689 - 0^l,0695.k,$$

si l'état du couteau n'avait pas subi d'autre modification. Dans

ces conditions, M. le Dr Erman observa, le 16 février, une série de coïncidences que je transcris ici avec les amplitudes correspondantes, parce que la durée d'oscillation, conclue de chaque intervalle isolé et réduite d'après la formule ordinaire à l'amplitude infiniment petite, montre un décroissement bien marqué à mesure que les amplitudes diminuent.

u'.	t.	Baromètre et thermomètre barométrique.	τ.	l'.		Influence de l'aplatissement de l'arête.
° °	0s,999		°	440l,		l
De 98,1 à 69,0...	7649		−2,03	5539		[illegible]
De 69,0 à 52,6...	7633		−2,01	5524		[illegible]
De 52,6 à 40,8...	7594		−2,00	5489		[illegible]
De 40,8 à 29,2...	7619	334l,80 −2°,0	−2,00	5511	−0l,0696 k	[illegible]
De 29,2 à 22,4...	7509		−1,99	5413		[illegible]
De 22,4 à 17,0...	7407		−1,97	5321		[illegible]
De 17,0 à 13,3...	7255		−1,94	5185		[illegible]

L'influence observée de la troncature de l'arête est ici

$$= -\frac{l}{s}.bq = -\frac{13}{9}.bq;$$

si l'on prend $b = 0^{l},0216$, on a le Tableau suivant des valeurs de q :

u'.	q.
°	
83,6	10,1
60,8	10,1
46,7	10,2
35,0	10,2
25,8	10,5
19,7	10,8
15,2	11,2

Cette expérience fut répétée quelques jours plus tard, avec cette modification que les deux faces du couteau avaient été polies de nouveau, ce qui avait réduit la largeur de la partie émoussée à $0^{l},0135$ en moyenne. Le couteau étant remis en place, il se trouva de $0^{l},019$ plus éloigné du centre de gravité que le 16 décembre; par conséquent, la valeur de l' aurait dû être mainte-

nant $= 440^l,8678 - 0^l,0695.k$. Les coïncidences furent observées par M. Anger.

u'.	t.	Baromètre et thermomètre barométrique.	τ.	l'.		Influence de l'arête.
′ ′	$0^s,999$		°	440^l,		l
De 90,0 à 69,3...	8555		−3,92	6475		−0,2203
De 69,3 à 56,0...	8478		−3,75	6393		−0,2285
De 56,0 à 44,8...	8373		−3,63	6292		−0,2386
De 44,8 à 36,3...	8370	$335^l,94$ $-3°,4$	−3,54	6282	$-0^l,0706k$	−0,2396
De 36,3 à 29,9...	8300		−3,47	6214		−0,2464
De 29,9 à 24,5...	8368		−3,43	6271		−0,2407
De 24,5 à 20,4...	8210		−3,39	6129		−0,2548

Ici b est égal à $0^l,0135$. On a donc les valeurs suivantes de q pour les différentes amplitudes :

u'.	q.
′	
79,7...............	11,2
62,7...............	11,7
50,4...............	12,2
40,6...............	12,2
33,1...............	12,6
27,2...............	12,3
22,5...............	13,0

Ces expériences, comparées avec le premier Tableau de l'art. **25**, font voir que, si l'on regarde le tranchant du couteau comme étant de forme elliptique, les rapports des axes doivent être environ $\frac{1}{21}$ et $\frac{1}{25}$, ce qui n'a rien d'invraisemblable, bien qu'on ne puisse le vérifier directement, car il est impossible de mesurer la courbure de surfaces aussi restreintes. Quant à l'augmentation de l'influence pour les petites amplitudes, elle concorde avec la théorie d'une manière suffisamment exacte.

27. Bien que ces expériences, d'accord avec la théorie précédemment développée, montrent qu'il y a lieu de s'attacher à éviter la cylindricité des arêtes des couteaux avec plus de soin qu'on ne l'a fait jusqu'ici, il est facile de voir cependant que l'influence de cette source d'erreurs a été, dans les expériences de M. Kater,

sinon complètement insensible, du moins extrêmement faible. En effet, les précautions toutes particulières que cet observateur aussi attentif qu'ingénieux a apportées à l'exécution et au bon entretien de ses couteaux, l'excellente qualité de l'acier dont ils étaient formés, autorisent à penser que la partie émoussée des arêtes n'avait qu'une très petite largeur, qui n'atteignait probablement pas $\frac{1}{1000}$ de ligne. Si l'effet de cette petite imperfection a été le même pour les deux couteaux, il a disparu de lui-même, et, s'il s'est trouvé inégal, il n'a pu, d'après l'art. 25, *qu'en partie* affecter le résultat.

MM. Biot et Arago ont fait leurs expériences avec deux couteaux, dont l'un avait une arête largement aplatie, et l'autre une arête beaucoup plus aiguë. Pour l'une, on avait $b = 0^l,0166$, pour l'autre $0^l,0023$: cependant les résultats obtenus avec ces deux couteaux s'accordent ensemble. Après ce que j'ai trouvé relativement à l'influence des couteaux, je dois avouer que cet accord me paraît plus accidentel que nécessaire. Dans la dernière des expériences rapportées à l'article précédent, la largeur de la partie émoussée était moindre que dans le premier des deux pendules français : son effet sur ce pendule aurait été néanmoins égal à $0^l,16$ environ. Si on l'a trouvé plus petit et même insensible, cela doit tenir au genre de la courbure; il est probable, en effet, qu'en général le hasard fait qu'elle n'atteint pas les limites qu'on a l'intention de lui donner. Il semble donc que l'on tirera le résultat le plus certain des opérations mémorables contenues dans le *Recueil d'observations* (1), si l'on prend seulement les expériences réalisées avec le couteau le plus aigu pour en déduire la longueur absolue du pendule, et si l'on utilise celles qui ont été faites avec le couteau le moins bon à déterminer le rapport des longueurs du pendule en des lieux différents. Le maximum d'influence du couteau le plus fin sur la longueur du pendule à secondes, qui puisse se concilier avec les observations faites sous de grandes et de petites amplitudes, serait d'environ $0^l,029$; mais il n'est nulle-

(1) BIOT et ARAGO, *Recueil d'observations géodésiques, astronomiques et physiques*, exécutées ....., en Espagne, en France, en Angleterre et en Écosse pour déterminer la variation de la pesanteur, ...; T. IV de la *Base du Système métrique*. In-4°; Paris, 1821.

ment vraisemblable, comme on l'a dit, que cette limite ait dû être atteinte, même d'une manière approchée.

L'erreur que cette cause a pu introduire dans la détermination de Borda ne doit être que de $\frac{1}{4}$ de la grandeur de bq, puisque son pendule était quatre fois plus long que le pendule à secondes. Il ne faut pourtant pas oublier que Laplace n'a signalé cette cause d'erreur que longtemps après la mort de Borda, et qu'ainsi il n'est pas certain que Borda ait pris toutes les précautions nécessaires pour l'éviter. Il faut remarquer ensuite que cet illustre géomètre dit que l'arête se termine par un demi-cylindre dont le rayon dépasse $\frac{1}{100}$ de millimètre; d'où il semble découler que cette remarque, exprimée d'une manière générale par Laplace, si elle ne résulte pas d'un examen du couteau même dont Borda s'est servi, tout au moins dans la pensée de Laplace, doit pouvoir s'appliquer à ce couteau. Or, s'il est vraisemblable que la partie émoussée de l'arête puisse avoir une dimension de $0^l,01$, la seconde moitié de l'énoncé de Laplace ne paraît pas suffisamment fondée; en effet, les grossissements des microscopes ne permettent pas de mesurer le rayon de courbure d'une aussi petite surface, et l'on ne peut affirmer, par suite, que cette surface soit celle d'un demi-cylindre. Il semble donc téméraire d'affirmer que l'influence de l'arête a été absolument insensible dans la détermination de Borda. Peut-être le couteau de Borda existe-t-il encore tel qu'il a été employé; dans ce cas, il serait facile de compléter cette opération si remarquable par une nouvelle série d'observations sur un pendule beaucoup plus court, qui fournirait ou la confirmation pure et simple du résultat de Borda, ou la correction qu'il faut y apporter.

28. Je dois encore mentionner ici les expériences que j'ai faites en vue de déterminer la position du centre du mouvement par rapport au point de suspension, dans les trois modes divers de suspension décrits dans l'art. 18.

Pour cela, il est nécessaire de mesurer directement la distance qui sépare le point zéro de l'appareil micrométrique placé au bas de l'appareil du pendule, du plan sur lequel reposent le couteau, la pince ou le cylindre de déroulement, en d'autres termes, de mesurer la constante que j'ai appelée F. Si l'on complète l'appareil par un dispositif permettant de faire cette mesure, il ne don-

nera plus seulement la différence de longueur des deux pendules, mais encore les longueurs de ces pendules eux-mêmes. Mais comme la longueur du pendule simple battant la seconde conclue de la différence des deux pendules est débarrassée de l'effet que le mode de suspension exerce sur la position du centre du mouvement, cette longueur, comparée à celle de l'un des deux pendules, donnera la valeur de l'effet du mode de suspension. On voit donc que l'appareil ainsi complété fournira en réalité trois déterminations de la longueur du pendule à secondes, soit par la mesure de la longueur du pendule court, soit par celle du long pendule (longueur égale à la somme de la précédente et de la toise), soit enfin par la mesure de la différence de ces deux longueurs. Mais cette dernière détermination est la seule qui soit affranchie de toute incertitude relative à la position du centre de mouvement et indépendante tant du diamètre de la boule que de l'hypothèse de l'homogénéité de la matière qui compose cette boule.

M. Repsold eut la bonté de me construire un appareil pour la mesure de la constante F. Cet appareil se compose d'une règle d'acier de 453 lignes de longueur. Sur la facette plane et polie qui termine son extrémité supérieure, est pressé par un fort ressort un cylindre d'acier de 1 ligne de diamètre et de 3 lignes de longueur, qui fait saillie des deux côtés de la règle. L'épaisseur de la règle n'est pas plus grande que la largeur de l'entaille pratiquée dans le plan sur lequel reposent le couteau, la pince et le cylindre de déroulement. La règle peut donc être suspendue à ce plan au moyen du cylindre qui fait saillie des deux côtés, et sa facette supérieure coïncide alors avec ce plan. L'extrémité inférieure de la règle est arrondie, et, lorsque le cadre de suspension est placé comme dans les expériences sur le pendule court, cette extrémité touche le plateau d'acier du levier de contact. Le poids de la règle est égal au poids de la boule de laiton du pendule; de cette façon le cadre de suspension subit la même traction quand le pendule y est attaché ou quand on procède à la mesure de F.

Dès que cet appareil fut arrivé, je priai M. Anger d'observer quatre séries de coïncidences avec le pendule court portant la sphère de cuivre et suspendu au moyen du couteau, entre lesquelles on ferait les retournements du fil et du levier. Je me chargeai des mesures à la vis micrométrique et de la comparaison des hor-

loges. Les observations avec la règle de mesure furent faites avant et après ces expériences.

Je n'ai pas donné les résultats originaux de ces quatre séries, d'une part, parce que le degré d'exactitude des observations de coïncidences est suffisamment connu par les expériences précédentes et que M. Anger a obtenu dans les dernières une précision au moins aussi grande; d'autre part, parce que ces observations n'entrent pas dans le calcul du résultat principal de mon travail. Je ne transcris donc ici que les durées d'oscillation réduites à l'amplitude infiniment petite et les autres données nécessaires au calcul des expériences :

1827.	Durée d'oscillation. T. M.	Baromètre.		Témpérat. de F.	Tour de vis du levier de contact.
	s	l	o	o	t
Novembre 22..	1,0001360	334,01	+2,5	+3,26	19,294
» 23 ..	1,0001399	333,56	+2,8	+3,44	19,294
» 23...	1,0001098	331,56	+2,4	+2,89	19,5505
» 26...	1,0001125	338,86	+2,4	+2,96	19,527

Les mesures faites avec la vis du levier de contact donnent :

	l	l	l	l
Longueur mesurée..	= F — 1,7403	—1,7403	—1,7635	—1,7613
Température de F...	+0,0176	+0,0186	+0,0156	+0,0160
Élasticité du fil.....	+0,0014	+0,0014	+0,0014	+0,0014
Longueur du pendule.	= F — 1,7213	—1,7203	—1,7465	—1,7439

Le calcul des durées d'oscillation, en admettant que la longueur du pendule simple à secondes est $440^l,81 + \varepsilon$, et en prenant pour k la valeur déterminée à l'art. 21, donne les résultats suivants :

	l	l	l	l
Longueur du pendule simple synchrone....	440,9299	440,9333	440,9068	440,9092
Réduction au vide.....	—0,1332	—0,1329	—0,1323	—0,1353
Réduction au pendule composé............	—0,0535	—0,0535	—0,0535	—0,0535
Réduction à F.........	+1,7213	+1,7203	+1,7465	+1,7439
Résultat de l'expérience.	F = 442,4645	442,4672	442,4675	442,4643

On a calculé la réduction au pendule composé en prenant le poids du fil égal à $3^{gr},64$, et les autres éléments égaux à ceux qui ont

été employés dans l'*Appendice VII* pour le pendule muni d'un couteau.

La règle de mesure ayant été mise en place, la vis micrométrique a donné le résultat suivant, moyenne d'observations très nombreuses et toutes presque exactement concordantes.

Tours de vis du levier de contact.	e'.	e''.	l'.	l''.
$18^t,069$....	$3°,65$	$3°,64$	$3°,53$	$3°,60$

Pour la température de cette mesure, la constante est $F - 0^l,0197$. Cette constante, diminuée de la quantité donnée par la vis micrométrique $1^l,6298$, et augmentée du rayon a de la sphère à la température $3°,53$, est la longueur b de la règle d'acier pour la température $\frac{1}{2}(3°,53 + 3°,60)$, soit $3°,565$; on a donc

$$F = b - a + 1^l,6101.$$

Pour déterminer la longueur b, j'ai placé la Toise sur un plan horizontal et la règle de mesure sur la Toise elle-même, de telle sorte que l'extrémité supérieure de cette règle coïncidât avec l'une des faces terminales de la Toise, ce dont on s'assure en maintenant un cylindre bien rectiligne appuyé sur cette face de la Toise et amenant la règle au contact de ce cylindre. J'ai fixé alors un des microscopes construits par Pistor pour vérifier les divisions du cercle méridien au-dessus de l'extrémité arrondie de la règle; puis, sans déranger la Toise, j'ai répété l'opération de la coïncidence de l'extrémité supérieure de la règle, mais avec l'autre bout de la Toise; un second microscope marqua l'endroit précis où se trouvait alors l'extrémité inférieure et arrondie de la règle. De cette manière la distance des deux microscopes était égale à l'excès du double de la longueur de la règle sur la longueur de la Toise, et cette distance fut mesurée, à l'aide de la vis de l'un des microscopes, sur une échelle parfaitement graduée, de MM. Pistor et Schiek, de Berlin, et formée d'une lame d'argent enchâssée dans une règle de cuivre. Ces opérations, répétées un grand nombre de fois, donnèrent en moyenne un excès de $41^l,9973$, à la température de $4°,04$ centigrades. A cette température, la longueur de la Toise est de $863^l,8790$, et comme l'échelle d'argent a sa vraie

longueur à la température normale de la Toise, l'excès mesuré se trouve être de $41^l,9882$, et la longueur de la règle d'acier, à la même température, de $452^l,9336$. Si, enfin, on adopte une dilatation de 0,0000114 par degré centigrade, on a $b = 452^l,9311$.

Le rayon de la boule est calculé, dans l'*Appendice VII,* d'après le poids du volume d'eau qu'elle déplace, et sa valeur est $12^l,082$. Mais, comme ce rayon influe ici sur le résultat, je l'ai mesuré directement. Pour cela, je fis évider le plan de bois où reposait la Toise sur une profondeur de 10 lignes, et, sur l'un des bords de cette entaille, j'assujettis une plaque rectangulaire bien plane de laiton, épaisse de 2 lignes à peu près, au contact de laquelle on pouvait amener la Toise aussi bien que la sphère. Sur la Toise, je fixai l'échelle graduée de Pistor et Schiek, et la grandeur du déplacement fut mesurée au microscope. J'obtins ainsi $24^l,1619$ pour le diamètre de la sphère à la température de $3^o,90$. La boule et l'échelle étant du même métal, ce nombre représente le vrai diamètre de la sphère pour la température normale de la Toise, et, pour $3^o,53$, ce diamètre est, par conséquent, de $24^l,1564$; d'où $a = 12^l,0782$.

De ces données, on tire $F = 442^l,4630$; d'après la détermination faite au moyen des oscillations du pendule, la valeur moyenne de F est $442^l,4659 + 1,0002.\varepsilon$. Si l'on remplace ε par sa valeur trouvée à l'art. **21**, $+0^l,0047$, on obtient $F = 442^l,4706$. De la comparaison des deux déterminations, il résulte que le centre du mouvement du pendule est à $0^l,0076$ *au-dessus* du plan qui supporte le couteau. Cette différence peut être en partie attribuée aux erreurs inhérentes aux opérations décrites dans cet article, et aussi, d'autre part, à un défaut possible de coïncidence des centres de gravité et de figure de la sphère, défaut dont l'influence fâcheuse eût dû être éliminée par le retournement de la boule, si l'on avait eu le dessein de déduire la longueur du pendule d'expériences faites avec un pendule unique. Mais on voit, d'après cela, que cette expérience ne fournit aucun motif de penser qu'un couteau aussi admirablement travaillé que celui de M. Repsold, dont il a été fait usage dans ces recherches, donne le centre du mouvement sensiblement trop bas. Par là se trouve confirmé ce que j'ai dit de l'influence de la forme cylindrique de l'arête dans la détermination de M. Kater. De plus, il ressort de cette expérience

que les observations que j'ai faites donnent, en prenant les deux pendules séparément, un résultat presque identique à celui qui se déduit de leur différence. Enfin, il est désormais hors de doute que la pince et le cylindre de déroulement (art. 18 et 19) donnent le centre du mouvement trop bas de quelques centièmes de lignes.

29. On trouve, dans l'Ouvrage de M. Sabine, une remarque qui mérite une grande attention, car elle fait naître de nouveaux doutes sur l'exactitude des déterminations de la longueur absolue du pendule : M. Sabine fit osciller ses deux pendules invariables tour à tour sur les plans d'agate employés par M. Kater et sur ceux qui appartenaient à ces pendules. Aucune différence apparente n'était visible entre ces plans, et néanmoins l'un des pendules, oscillant sur ses agates, faisait par jour 1,46 oscillation de plus qu'en oscillant sur celles de M. Kater; le second pendule ne présenta pas cette différence (qui correspond à une variation de $0^l,015$ dans la longueur du pendule simple à secondes). L'accord vraiment extraordinaire qui existe entre toutes les expériences de Sabine ne permet pas de douter de la réalité de cette différence, et cependant elle ne se produisit pas avec le second pendule, dans des conditions en apparence absolument identiques. Il n'y avait donc point lieu d'espérer en découvrir la cause par des expériences faites avec divers plans de même matière; en revanche, il me sembla qu'il valait la peine de faire osciller le pendule décrit à l'art. 26 sur des plans de poli et de dureté variables, parce qu'on pouvait s'attendre à trouver ainsi des différences beaucoup plus fortes dont l'étude jetterait quelque clarté sur la nature et l'importance de cette action. Je fis donc des expériences avec des plans d'agate, de verre dépoli et d'acier, avec des cylindres de verre, des plans et des cylindres de laiton. Chacune de ces expériences fut reprise deux fois, avec les deux couteaux du pendule : le plus grand nombre des coïncidences ont été observées par M. Anger. La disposition du Tableau ci-joint est la même que celle du Tableau de l'art. 26.

Je commence par les expériences faites sur les plans les plus durs : plans d'agate et de verre dépoli, tubes de verre de 42 lignes de diamètre et plans en acier fortement trempé.

1° Le gros poids en bas.

		t.	Baromètre.		τ.	l'.
		s	l	o	o	l l
16.	Plans d'agate..	1,0001505	338,66	+ 2,7	+ 2,64	440,8572—0,0695.k
21.	Plans de verre.	1,0001436	334,17	+ 2,0	+ 1,86	440,8580—0,0687.k
19.	Tubes de verre.	1,0001510	337,73	+ 2,0	+ 2,56	440,8585—0,0692.k
19.	Plans d'agate..	1,0002455	337,82	+12,4	+12,01	440,8700—0,0668.k
21.	Plans d'agate..	1,0002455	335,24	+13,1	+12,34	440,8680—0,0662.k
20.	Plans d'acier..	1,0002459	337,65	+13,7	+12,57	440,8662—0,0666.k
20.	Plans d'acier..	1,0002364	336,45	+12,1	+11,73	440,8644—0,0666.k

2° Le gros poids en haut.

		s	l	o	o	l l
16.	Plans d'agate..	1,0001387	338,68	— 2,7	+ 2,40	440,8488—0,0694.k'
21.	Plans de verre.	1,0001316	333,96	— 2,2	+ 2,08	440,8458—0,0686.k
19.	Tubes de verre.	1,0001299	337,84	+ 2,0	+ 2,16	440,8428—0,0694.k'
19.	Plans d'agate..	1,0001908	337,79	+12,9	+12,12	440,8210—0,0668.k'
21.	Plans d'agate..	1,0001817	335,20	+13,7	+12,51	440,8105—0,0662.k'
20.	Plans d'acier..	1,0001825	337,55	+13,8	+12,71	440,8092—0,0666.k'
20.	Plans d'acier..	1,0001807	336,35	+12,3	+11,78	440,8149—0,0666.k'

L'état du pendule est resté le même pendant les trois premières expériences, et aussi pendant les quatre dernières; mais, dans l'intervalle de ces deux séries, il a été modifié. Ces expériences ne manifestent aucune influence marquée des supports sur la durée d'oscillation, qui reste constante même lorsqu'on fait usage des tubes de verre, que les arêtes des couteaux ne touchent pourtant qu'en un seul point. Peut-être de très nombreuses répétitions de ces expériences eussent-elles accusé une petite variation moyenne de la durée; mais cette recherche ne me parut point d'un intérêt réel, puisque les constatations de M. Sabine prouvent que les plans de même substance peuvent donner également des différences.

Les durées d'oscillation se présentèrent d'une façon tout autre quand on fit reposer les arêtes des couteaux sur des plans en laiton martelé, dont les surfaces avaient été doucies, mais non polies. Avec ces plans, on eut les résultats suivants :

1° Le gros poids en bas :

1826.		t.	Baromètre.		τ.	l.
		s	l	o	o	l
Déc. 20.	Plans de laiton.	1,0001124	335,58	+ 2,1	+ 1,96	440,8299 — [illegible]
1827. Octobre 7.	Plans d'agate..	1,0002979	337,80	+12,7	—12,43	440,9133 — [illegible]
7.	Plans de laiton.	1,0002751	337,52	—13,3	+12,85	440,8901 — [illegible]
9.	Plans d'agate..	1,0003135	334,86	—15,8	+14,16	440,9145 — [illegible]
10.	Plans de laiton.	1,0002709	334,86	+15,8	—14,67	440,8730 — [illegible]

2° Le gros poids en haut :

1826.		t.	Baromètre.		τ.	l.
		s	l	o	o	l
Déc. 20.	Plans de laiton.	1,0000619	335,52	+ 2,0	+ 2,18	440,7835 — [illegible]
1827. Octobre 7.	Plans d'agate..	1,0002433	337,78	+12,8	-12,62	440,8638 — [illegible]
7.	Plans de laiton.	1,0002198	337,40	+13,6	—13,17	440,8390 — [illegible]
8.	Plans d'agate..	1,0002530	336,31	—14,5	+13,83	440,863[illegible] — [illegible]
10.	Plans de laiton.	1,0001680	334,83	+15,8	+14,86	440,7810 — [illegible]

Si l'on compare la première de ces expériences avec les trois expériences faites précédemment sur des plans de grande dureté, on voit que l'effet des plans de cuivre a été de diminuer les deux valeurs de l', l'une de $0^l,0280$, l'autre de $0^l,0625$. La deuxième expérience, comparée de même, agit dans le même sens et donne $-0^l,0238$ et $-0^l,0246$; la troisième donne $-0^l,0409$ et $-0^l,0826$. Mais on voit que ces expériences sont loin de s'ac- corder aussi bien ensemble que les précédentes, faites sur des plans de grande dureté. On peut donc admettre que les plans de cuivre agissent sur les durées d'oscillation d'une façon qui dépend de la façon dont le couteau a été posé sur ces plans, ou de circon- stances que nous ne connaissons pas. Cependant, il est visible que ces trois expériences sur les plans de cuivre donnent des du- rées notablement plus courtes que celles qu'on a obtenues avec les autres substances dures, et la différence est plus grande pour le second mode de suspension du pendule que pour le premier. Quant à la diminution des amplitudes, elle parut se produire comme dans les expériences faites avec les autres plans de grande dureté; les coïncidences isolées s'accordèrent aussi bien qu' d'habitude; on ne put donc constater aucune influence de l'am- plitude de l'oscillation. Les expériences terminées, j'examinai

plans d'appui : dans les deux premières expériences, ils n'avaient pas été entamés par l'arête du couteau; on voyait seulement une ligne très fine, brillante, qui se détachait nettement par son éclat sur la surface mate du plan. Dans les quatre dernières expériences, je constatai que l'arête avait pratiqué sur les plans une entaille extrêmement faible, si petite qu'il me fut impossible d'en mesurer la largeur au microscope.

L'influence très notable des plans de laiton sur la durée des oscillations permettait de penser que l'on obtiendrait des différences encore plus grandes en faisant reposer les couteaux sur des cylindres de même matière. J'ai fait ces nouvelles expériences; elles ont manifesté une influence tellement considérable et si variable avec l'amplitude, qu'il me paraît nécessaire de donner séparément le résultat de chaque expérience.

La première fut faite le 18 décembre 1826; les couteaux reposaient sur des morceaux d'un gros fil de laiton, d'une ligne de diamètre, qui avaient été tournés et polis. En voici les résultats :

1° Le gros poids en bas :

u'.	t.		τ.	l'.	
′ ′	s		°	l	
De 43,7 à 34,2....	0,9998277		+2,04	440,5772	
De 34,2 à 26,0....	0,9997884		+2,05	5425	
De 26,0 à 20,2....	0,9997686	$339^l,32$ +2°,0	+2,08	5248	−0,0696.k
De 20,2 à 17,1....	0,9997624		+2,13	5189	
De 17,1 à 13,7....	0,9997535		+2,16	518	

2° Le gros poids en haut :

u'.	t.		τ.	l'.	
′ ′	s		°	l	
De 59,4 à 32,5....	0,9995905		+2,12	440,3676	
De 32,5 à 19,5....	0,9994995	$339^l,32$ +2°,0	+2,12	2874	−0,0696.k'
De 19,5 à 13,7....	0,9994446		+2,12	2389	

Cette expérience fut répétée le 22 décembre avec de nouveaux cylindres de laiton de $1^l,63$ de diamètre. On obtint les nombres suivants, dans les deux situations du pendule :

1° Le gros poids en bas :

	u'.	t.		τ.	l'.	
	′ ′	s		o	l	
De	87,8 à 63,5....	1,0000431	337¹,31 +2°,0	+2,00	440,7663	−0,[illegible]
De	63,5 à 46,1....	1,0000110		+2,04	7393	
De	46,1 à 34,8....	0,9999771		+2,09	7090	
De	34,8 à 27,0....	0,9999493		+2,14	6841	
De	27,0 à 21,2....	0,9999290		+2,20	6657	

2° Le gros poids en haut :

	u'.	t.		τ.	l'.	
	′ ′	s		o	l	
De	81,3 à 39,3....	0,9997143	337¹,74 +2°,0	+2,17	440,4765	−0,[illegible]
De	39,3 à 22,9....	0,9995826		+2,21	3600	
De	22,9 à 14,0....	0,9995067		+2,25	2928	

On examina ensuite au microscope les parties des cylindres sur lesquelles les arêtes des couteaux avaient reposé ; on les trouva légèrement entamées sur une largeur variant de 0¹,01 à 0¹,013 et sur une profondeur beaucoup moindre. Les amplitudes décroissaient beaucoup plus rapidement qu'en employant les plans de grande dureté, comme on peut le voir dans le Tableau suivant, où ces deux expériences sont comparées aux précédentes :

I.		II.		Plans de grande dureté.	
u'.	Oscillations.	u'.	Oscillations.	u'.	Oscillations.
′		′		′	
43,7	0	87,8	0	82,9	0
34,2	885	63,5	802	68,1	770
26,0	1787	46,1	1619	56,0	1544
20,2	2698	34,8	2450	47,0	2320
17,1	3612	27,0	3292	39,5	3097
13,7	4530	21,2	4142	33,5	3874
				28,4	4652
				24,2	5431
′				′	
59,4	0	81,3	0	94,3	0
32,5	987	39,3	929	65,0	772
19,5	2025	22,9	1925	46,4	1550
13,7	3095	14,0	2962	33,6	2331
				24,5	3112
				18,9	3895

Si maintenant on compare les valeurs de l' déduites de ces deux expériences avec celles que l'on tire des expériences faites avec des plans beaucoup plus durs, on trouve que l'influence des cylindres de laiton sur l' se traduit par les différences suivantes :

Première expérience.

u'.		u'.	
′	l	′	l
39,0	—0,2807	46,0	—0,4782
30,1	—0,3154	26,0	—0,5584
23,1	—0,3331	16,6	—0,6069
18,7	—0,3390		
15,4	—0,3471		

Deuxième expérience.

u'.		u'.	
′	l	′	l
75,7	—0,0916	60,3	—0,3693
54,8	—0,1186	31,1	—0,4858
40,5	—0,1489	18,5	—0,5530
30,9	—0,1738		
24,1	—0,1922		

30. Il ne viendra à la pensée de personne d'observer les oscillations de pendules reposant sur des plans aussi peu résistants, alors qu'on dispose de plans formés de substances très dures; on ne courra donc jamais le risque d'introduire dans les résultats des incertitudes comparables à celles qu'a fait naître l'emploi des plans et des cylindres de cuivre. Je considère néanmoins ces expériences comme fort instructives, en ce sens qu'elles nous éclairent sur la nature de l'action due à l'arête. Entre les expériences faites en décembre 1826 avec des plans de laiton et des plans beaucoup plus durs, on ne remarque pas de différence essentielle, puisque les plans de cuivre n'avaient point gardé d'empreinte durable des couteaux. L'action si considérable des plans de cuivre tiendrait donc à une cause qui existerait également pour des substances plus dures, mais qui se manifesterait avec plus d'énergie sur le laiton.

Je pensai donc qu'il valait la peine d'étudier encore de plus près l'action des plans d'appui sur l'arête des couteaux et, en particulier, de vérifier par des expériences suffisamment délicates

si les arêtes, comme on l'a toujours supposé jusqu'ici, restent fixes sur ces plans, ou bien subissent de faibles déplacements quand le pendule oscille. Pour faire ces expériences, je me servis d'une disposition représentée *Pl. VII, fig.* 10, à la moitié de sa grandeur (¹). Elle se compose essentiellement d'un disque d'acier de $0^{l},85$ de rayon, qui porte une aiguille indicatrice de 36 lignes de longueur, équilibrée par un contre-poids, et qui tourne autour d'un pivot très fin. Si l'on appuie ce disque sous l'arête du couteau, de telle façon que son axe ne puisse bouger, tout déplacement de l'arête entraînera une rotation du disque autour de cet axe, et cette rotation sera amplifiée 42 fois par le mouvement de l'aiguille indicatrice. Si, de plus, près de l'extrémité de l'aiguille, on place un microscope, l'amplification paraîtra encore beaucoup plus considérable, et un micromètre placé dans le microscope permettra de mesurer l'étendue du mouvement. Pour appuyer le disque contre le tranchant du couteau quand celui-ci repose sur son plan de suspension, on a engagé les pivots dans des trous percés à l'extrémité du petit bras d'un levier qui tourne sur deux pointes fines reposant sur le cadre des agates ou autres supports, tandis que le grand bras de ce levier est lesté de façon que le disque soit appuyé contre l'arête par une pression d'une once environ. Près de l'extrémité de l'aiguille, on installa un des microscopes de Pistor, fixé horizontalement à la monture du plan de suspension. Ce microscope permettait d'apprécier le millième de ligne; il suffisait donc que l'arête se déplaçât d'un quarante millième de ligne pour que son mouvement devînt sensible. Il est clair qu'un simple roulement de l'arête cylindrique sur son support ne pouvait déplacer l'aiguille. Si pourtant l'arête n'avait pas été rectiligne, ou plutôt si le point par lequel cette arête touchait le disque n'avait pas été en ligne droite avec les portions qui portent sur les plans d'appui, un mouvement de l'aiguille aurait pu se produire; il était donc nécessaire d'éliminer ou, tout au moins, de diminuer l'influence de cette cause d'erreur en variant les conditions de l'expérience.

J'ai employé de nouveau à ces expériences sur le mouvement

(¹) Je rappelle que la *Pl. VII* est une réduction phototypique de celle du Mémoire de Bessel, dans le rapport de 79 à 100. (C. W.)

du couteau le pendule décrit à l'art. 26. Quelle que fût la nature du plan de suspension, j'ai constaté toujours de petits mouvements de même sens que ceux du pendule : les arêtes se déplaçaient vers la droite, quand l'oscillation se produisait vers la droite, et de même dans l'autre sens. D'après les expériences, l'étendue de ces déplacements est proportionnelle aux amplitudes et la même pour les deux couteaux du pendule. Avec les plans d'agate, d'acier et de verre et avec les cylindres de verre, ils paraissent avoir exactement la même valeur, $0^l,00004$ pour chaque degré de l'amplitude u'; dans le cas des plans de cuivre, cette valeur devenait $0^l,00033$, et dans celui des cylindres de cuivre de $1^l,63$ de diamètre, on trouvait $0^l,00049$. Grâce au très fort grossissement employé, on put voir, très nettement dans ces deux derniers cas, que la rapidité de ces mouvements était maxima au moment du passage du pendule par la verticale. Mais la précision de ces chiffres est beaucoup moindre que celle que peut donner l'appareil; en effet, surtout pour les plans de faible dureté, il s'est manifesté des différences qui dépassent de beaucoup la limite des erreurs de mesure, à tel point, par exemple, que, dans les expériences sur les cylindres de laiton, on trouva à plusieurs reprises un déplacement de $0^l,00034$ par degré d'amplitude. Je n'ai donc pu donner ici que la moyenne d'un très grand nombre de résultats, dont chacun dépendait, sans nul doute, de la dureté et de la nature particulière de la portion de la surface sur laquelle le couteau se trouvait placé.

Ces expériences montrent que les valeurs considérables trouvées à l'article précédent pour l'action des cylindres de cuivre sur la durée d'oscillation ne peuvent être attribuées à un déplacement du couteau. Si l'on désigne par i et i' les influences observées de ces cylindres de cuivre sur la longueur du pendule simple équivalent au pendule dans ses deux positions, i et i', d'après les distances données plus haut du centre de gravité aux arêtes, correspondent à des variations dans la position du centre du mouvement égales à $\frac{9}{5}\,i$ et à $-\frac{4}{5}\,i'$; s'il en était réellement ainsi, le point immobile du pendule oscillant ne se trouverait pas sur l'arête du couteau, mais bien, dans le premier cas, à $\frac{9}{5}\,i$ au-dessous, et, dans le second, à $\frac{4}{5}\,i'$ au-dessus. Il devrait en résulter des déplacements des couteaux, qui s'élèveraient à $\frac{18}{5}\,i \sin u'$ et à $-\frac{8}{5}\,i' \sin u'$. Or,

les déplacements observés sont incomparablement plus petits, et le premier est même de sens contraire à celui que donnerait la supposition précédente.

On ne peut pas non plus attribuer les petits mouvements observés à l'insuffisance du frottement pour maintenir l'arête aux points où elle se trouve. L'axe autour duquel oscille le pendule solide n'étant pas un de ses axes libres (axes principaux), il est nécessaire qu'une force intervienne pour fixer cet axe de rotation. Cette force est le frottement sur le plan de suspension; mais si cette force était insuffisante à annuler complètement le mouvement du couteau, et le réduisait seulement à une valeur moindre dans le rapport de 1 à α, ce petit mouvement résiduel serait toujours opposé au mouvement d'oscillation du pendule et aurait pour expression $-2\alpha s u'$, où s représente la distance du centre de gravité du pendule à l'arête du couteau. Ainsi, il devrait être non seulement de direction différente, mais de grandeur différente pour les deux couteaux; conclusions toutes deux contraires à l'expérience, qui ne donne donc aucune raison de croire que le frottement ne suffise pas à maintenir l'axe dans sa position.

Il résulte donc des expériences sur les durées d'oscillation et le mouvement du couteau, que les supports opposent une certaine *force* au mouvement du pendule. Mais une force qui n'agirait que sur l'arête du couteau ne pourrait avoir d'influence sur la durée de l'oscillation. Il faut donc que la force provienne d'une impression que ferait l'arête du couteau dans ses supports, de telle sorte que certains points du couteau, situés au-dessus de l'arête, viendraient au contact de ces supports, ou bien d'une modification dans la figure de l'arête, par suite de la pression et du mouvement du pendule, ou enfin des effets réunis de ces deux causes; mais la seconde de ces causes ne serait pas suffisante à elle seule pour expliquer les effets produits; car, dans cette hypothèse, des supports différents devraient donner les mêmes durées d'oscillation. Les expériences montrent donc que l'arête doit faire une empreinte sur la surface des supports, ce que, d'ailleurs, d'autres raisons encore ne permettent pas de mettre en doute.

Afin d'étudier de plus près la manière dont cette impression agit sur les durées d'oscillation, j'ai admis, d'après les expériences relatées dans cet article, que le déplacement du couteau est pro-

portionnel aux amplitudes. Il s'ensuit qu'il existe sur l'axe du pendule et au-dessus de l'arête du couteau un point qui, pendant le mouvement du pendule, reste dans le plan vertical qui, dans la position de repos, contient l'axe de ce pendule et l'arête du couteau. La distance h de ce point à l'arête est déterminée par l'étendue du déplacement de l'arête et par l'amplitude, et, d'après les données des expériences précédentes, on a

Pour les supports les plus durs.......	$h = 0^l,0012$
Pour les plans de cuivre.............	$h = 0^l,0095$
Pour les cylindres de cuivre.........	$h = 0^l,0140$

Supposons maintenant que contre le couteau agisse une force Q, qui dépende du lieu qu'occupe le couteau sur son support et qui ait pour expression

$$Q = a^{(0)} + a^{(1)} h \sin u + a^{(2)} h^2 \sin^2 u + \ldots,$$

où $h \sin u$ est la distance de l'arête à la position qu'elle occupait pendant le repos du pendule, on aura, d'après l'*Appendice X*, pour la longueur l' du pendule simple synchrone, en désignant par l la longueur du pendule simple qui serait équivalent à ce pendule non troublé,

$$l' = l + 2h - 2h \frac{l}{s}\left(\frac{1}{2} a^{(1)} h + \frac{1.3}{2.4} a^{(3)} h^3 \sin^2 u' + \frac{1.3.5}{2.4.6} a^{(5)} h^5 \sin^4 u' + \ldots\right)$$

et pour la diminution de l'amplitude pendant la durée d'une oscillation,

$$= \frac{2h}{s}\left(a^{(0)} + \frac{1}{3} a^{(2)} a^2 h^2 \sin^2 u' + \frac{1}{5} a^{(4)} h^4 \sin^4 u' + \ldots\right).$$

On voit par là que les termes d'ordre pair dans l'expression de la force Q, c'est-à-dire ceux en vertu desquels la force est opposée au mouvement pendant la durée d'une oscillation entière, ne changent que l'amplitude, mais n'influent pas sur la durée de l'oscillation; on voit qu'au contraire les termes d'ordre impair, c'est-à-dire ceux en vertu desquels la force favorise le mouvement pendant la première moitié de l'oscillation, et le contrarie pendant la seconde, modifient la durée sans modifier l'amplitude. L'effet observé du support de laiton doit donc provenir des termes

impairs, car il ne porte que sur la durée. Il doit même être uniquement attribué au premier de ces termes, car celui-là seul donne une influence indépendante de l'amplitude, comme le veulent les expériences qui donnent des durées concordantes pour les grands angles et pour les petits.

Le frottement, tel qu'on a l'habitude de le considérer, est une force constante, toujours opposée au mouvement; il est donc représenté par le terme $a^{(0)}$ de la formule. Mais une telle force n'est pas compatible avec les résultats des expériences, car elle n'a pas d'influence sensible sur la durée, et elle en a une beaucoup trop grande sur l'angle d'écart. Si, par exemple, on suppose $a^{(0)}=\frac{1}{5}$, ce qui est une valeur ordinairement adoptée pour le frottement, et $h=0^l,0095$, dans le cas des plans de cuivre, on trouve pour les diminutions de l'amplitude, dans les deux situations du pendule, les valeurs $2'',6$ et $5'',9$, nombres beaucoup plus considérables que la décroissance totale observée, et explicable par la résistance de l'air. Il y a donc contradiction catégorique entre l'observation du décroissement de l'angle et l'hypothèse d'un pareil frottement.

On ne peut toutefois déterminer, d'une façon absolue, la valeur du coefficient $a^{(1)}$ qui doit être prise pour que le calcul s'accorde avec l'expérience; on peut seulement l'obtenir en fonction du coefficient analogue qui convient pour les plans de grande dureté. Soient l', h, $a^{(1)}$ les valeurs relatives aux plans de laiton, l'_1, h_1, $a_1^{(1)}$ celles qui se rapportent aux plans durs; on a

$$l' = l + 2h - \frac{l}{s} h^2 a^{(1)},$$

$$l'_1 = l + 2h_1 - \frac{l}{s} h_1^2 a_1^{(1)};$$

d'où

$$l' - l'_1 = 2h - 2h_1 - \frac{l}{s}(hha^{(1)} - h_1 h_1 a_1^{(1)}).$$

Soient ensuite Q' et Q'_1 les valeurs, pour les deux sortes de supports, du maximum de la force Q, c'est-à-dire les valeurs que prend cette force au commencement et à la fin d'une oscillation, on a

$$Q' = a^{(1)} h \sin u', \qquad Q'_1 = a_1^{(1)} h_1 \sin u';$$

et, si l'on élimine $a^{(1)}$ et $a_1^{(1)}$ entre ces deux égalités et l'équation précédente, on trouve

$$\frac{h}{h-h_1}\,Q' - \frac{h_1}{h-h_1}\,Q'_1 = \frac{s}{l}\left(\frac{l'_1-l'}{h-h_1}+2\right)\sin u'.$$

Si maintenant on choisit les expériences faites en décembre 1826 avec des supports en laiton de préférence aux suivantes, parce qu'elles ont manifesté l'altération de l'amplitude, sans que les couteaux aient laissé d'empreinte permanente sur les supports, ce qui ne fut pas le cas pour les autres, on a, pour les deux situations du pendule,

	I	I
$l'_1 - l'$........	+0,0280	+0,0625
s.........	305,3	135,7
h........	0,0095	0,0095
h_1........	0,0012	0,0012

d'où $\frac{95}{83}Q' - \frac{12}{83}Q'_1 = 3,7\sin u'$, dans la première situation du pendule, et $= 3,0\sin u'$ dans la seconde. On voit par là que la force qu'il faut admettre pour accorder ensemble le calcul et l'expérience n'atteint pas, même pour des amplitudes de 1° 30', le dixième de la pesanteur, et reste donc aussi très inférieure à la grandeur que l'on a coutume d'attribuer au frottement. Je remarque d'ailleurs que l'on peut comprendre dans Q la somme de toutes les forces rapportées au couteau, et qu'il n'est pas indispensable de supposer que l'arête seule de ce couteau est soumise à l'action d'une force.

Par ce calcul, j'ai voulu montrer que si, d'une part, le frottement ordinaire ne peut pas expliquer les résultats de mes expériences, et n'est même pas compatible avec eux; d'autre part, il n'est pas nécessaire de supposer une force considérable pour les expliquer. Il semble donc que l'arête du couteau, dans ses très petits mouvements, n'éprouve pas de frottement et ne soit soumise qu'à la force qui naît du déplacement des parties des supports avec lesquelles elle reste en contact pendant son très petit mouvement, lorsque l'élasticité de la surface tend à faire revenir ces molécules déplacées dans leur position initiale. Mais, dès que le mouvement devient assez grand pour que $a^{(1)}h\sin u'$ dépasse la valeur $\frac{1}{5}$, le frottement ordinaire entre en jeu. Tous les

phénomènes que produit le frottement semblent compatibles avec l'hypothèse que ce frottement provient des impressions que font l'une sur l'autre les surfaces des corps en contact et qui changent de place dans le mouvement : la rugosité des surfaces augmente à la fois et la cause et l'effet.

Les phénomènes relatifs aux oscillations sur des surfaces qui conservent, d'une manière permanente, les empreintes reçues, sont différents de ceux dont il vient d'être parlé. Ainsi, en opérant avec des cylindres de cuivre, j'ai trouvé que les amplitudes étaient altérées, et que les durées d'oscillation dépendaient de ces amplitudes. Il faut donc que les termes d'ordre supérieur dans l'expression de la force Q prennent des valeurs sensibles. Mais le phénomène est, par cela même, tellement compliqué, qu'on ne peut vraisemblablement rien tirer de la formule qui soit d'une application générale. Ces expériences n'offrent donc réellement d'intérêt qu'en ce qu'elles confirment pleinement ce fait, que des influences limitées à des espaces très petits peuvent exercer cependant un effet très sensible sur le mouvement d'un pendule.

Si l'on résume tout ce que j'ai dit de la réaction du support sur le mouvement, il paraît s'en dégager ce résultat, que le couteau qui, en s'imprimant dans son support, fait saillir aussi, sans doute, des particules de cette surface au-dessus du niveau primitif, et occasionne, de la sorte, quand le pendule oscille, un mouvement de la matière du support, ne tourne pas autour de son arête, mais autour d'un point ou plus élevé ou plus bas, suivant que ce sont des parties ou plus basses ou plus élevées du support qui cèdent le plus facilement devant lui. Les expériences montrent que c'est le premier de ces cas qui est réalisé, car on ne saurait admettre que le contact du couteau avec son support puisse avoir lieu en des points plus élevés que la quantité h déterminée plus haut.

31. J'ai cru devoir m'arrêter un peu longtemps sur ces phénomènes, parce qu'on en déduit cette conséquence remarquable, que le résultat donné par un pendule à axes réciproques ne dépend de l'action des supports qu'en ce qu'elle relève un peu le point autour duquel tourne le pendule. De quelque manière que se comportent les forces qui agissent dans le voisinage de ce centre de

rotation, leur influence sur la longueur correspondante du pendule est toujours inversement proportionnelle à la distance du centre de gravité au couteau. En d'autres termes, on a, par les oscillations sur le premier des deux couteaux :

$$l' = l + 2h - 2h \frac{l}{s} A,$$

et, pour le second couteau,

$$l'_1 = l_1 + 2h_1 - 2h_1 \frac{l_1}{s_1} A.$$

Mais, si l'on rend égales les durées d'oscillation sur les deux couteaux et si l'on remplace l et l_1 par leurs expressions

$$l = \frac{\mu + ss}{s}, \qquad l_1 = \frac{\mu + s_1 s_1}{s_1},$$

on tire des deux équations précédentes

$$l' = s + s_1 + h + h_1 + \left(\frac{s + s_1 - 2lA}{s - s_1}\right)(h - h_1).$$

Je n'ai pas supposé ici que h et h_1 fussent égaux : s'ils le sont, le dernier terme s'annule de lui-même; s'ils ne le sont pas, on peut le faire disparaître en répétant les expériences après avoir échangé les couteaux. En disposant le pendule de manière à pouvoir opérer cet échange des couteaux, on obtient donc, en outre de l'avantage déjà signalé dans l'art. 25, celui d'affranchir le résultat, aussi complètement que possible, de l'influence des plans de suspension.

Le pendule à axes réciproques, dont on doit l'invention à M. Bohnenberger et dont M. Kater a fait l'emploi le plus remarquable, exige un mode de construction spécial, si l'on veut le mettre autant que possible à l'abri de toute difficulté. Voici, à mon sens, comment il devra être établi. Ce pendule doit être construit symétrique dans sa forme extérieure; donc, puisqu'il ne peut être symétrique quant à sa masse, on devra le munir de deux lentilles de même grosseur, fixées à la tige dans des positions semblables par rapport aux couteaux, et dont l'une sera en métal plein, l'autre creuse. Par cette disposition, l'influence de l'air n'intervient plus dans le calcul, de sorte qu'on n'a à tenir compte des données des

instruments météorologiques qu'autant qu'elles ont varié pendant la durée des observations correspondantes. En fait, d'après l'art. 13, la longueur du pendule simple synchrone est, pour les oscillations sur le premier couteau,

$$l = \frac{\mu + \frac{m'}{m}K + ss}{s\left(1 - \frac{m'}{m}\frac{s'}{s}\right)},$$

et pour l'autre, dans l'hypothèse que les durées d'oscillations ont été rendues égales et que la densité de l'air est restée la même.

$$l = \frac{\mu + \frac{m'}{m}K_1 + s_1 s_1}{s_1\left(1 - \frac{m'}{m}\frac{s'_1}{s_1}\right)}.$$

Mais, par suite de la symétrie de la construction,

$$K_1 = K, \qquad s'_1 = s' = \frac{1}{2}(s + s_1);$$

on a donc

$$ls - \frac{m'}{m}l\frac{s+s_1}{2} = \mu + \frac{m'}{m}K + ss,$$

$$ls_1 - \frac{m'}{m}l\frac{s+s_1}{2} = \mu + \frac{m'}{m}K + s_1 s_1;$$

d'où l'on tire

$$l = s + s_1.$$

La valeur de l est donc indépendante de l'influence de l'air.

Il faut de plus disposer les couteaux de façon qu'on puisse en faire l'échange. On fait disparaître ainsi complètement l'influence de la forme cylindrique de leurs arêtes, ainsi que l'action des plans de suspension, même quand cette action est différente pour les deux couteaux, ce que l'on doit admettre comme possible d'après les constatations de M. Sabine. La moyenne des expériences faites avant et après l'échange des couteaux donne pour la longueur du pendule simple qui oscille dans le même temps $s + s_1 + h + h_1$, où h et h_1, qui d'ailleurs sont fort petits dans le cas des supports en matière dure, peuvent être déterminés au moyen de l'appareil décrit dans le paragraphe précédent.

En dernier lieu, je crois qu'il serait préférable de renoncer au

poids mobile et de construire le pendule de telle sorte que les durées d'oscillation dans l'air sur les deux couteaux soient seulement voisines. On arriverait à ce résultat en donnant une longueur trop grande à la tige métallique qui porte les couteaux et les lentilles, et en la racourcissant aux deux bouts, d'une manière symétrique, jusqu'à ce qu'on obtienne à peu de chose près l'égalité des durées d'oscillation. Soient t et t_1 ces durées dans l'air, réduites au vide et à une même température; on a, pour la moyenne de toutes les expériences faites avant et après l'échange des couteaux,

$$\lambda tt = \frac{\mu + \frac{m'}{m} K\delta + ss}{s\left(1 - \frac{m'}{m}\frac{s+s_1}{2s}\delta\right)},$$

$$\lambda t_1 t_1 = \frac{\mu + \frac{m'}{m} K\delta_1 + s_1 s_1}{s_1\left(1 - \frac{m'}{m}\frac{s+s_1}{2s_1}\delta_1\right)},$$

où δ et δ_1 représentent les densités de l'air, en prenant pour unité celle qui a servi au calcul de m'. Il résulte de ces deux égalités

$$\lambda\left[tts - tt\frac{m'}{m}\frac{s+s_1}{2}\delta\right] = \mu + \frac{m'}{m}K\delta + ss,$$

$$\lambda\left[t_1 t_1 s_1 - t_1 t_1\frac{m'}{m}\frac{s+s_1}{2}\delta_1\right] = \mu + \frac{m'}{m}K\delta_1 + s_1 s_1.$$

Si l'on retranche ces deux égalités membre à membre, et si l'on divise ensuite par $s - s_1$, on a

$$\lambda\left\{\frac{tt + t_1 t_1}{2} + \frac{1}{2}\frac{s+s_1}{s-s_1}\left[tt\left(1 - \frac{m'}{m}\delta\right) - t_1 t_1\left(1 - \frac{m'}{m}\delta_1\right)\right]\right\}$$
$$= s + s_1 + \frac{m'}{m}K\frac{\delta - \delta_1}{s - s_1}.$$

Le dernier terme de cette équation reste inconnu; mais, si deux expériences correspondantes sont séparées par un faible intervalle de temps, $\delta - \delta_1$ est très petit, et l'on peut négliger ce terme. Si pourtant on tient à connaître la valeur de K, on obtiendra $\delta - \delta_1$, avec une approximation bien suffisante pour le calcul du dernier

terme, au moyen des durées d'oscillation observées sur les deux couteaux, dans des conditions barométriques et thermométriques très différentes. Si l'on tient compte encore de la correction qui provient de h et de h_1, on tire de l'équation

$$\lambda = \frac{s + s_1 + h + h_1 + \frac{m'}{m} K \frac{\delta - \delta_1}{s - s_1}}{\frac{tt + t_1 t_1}{2} + \frac{1}{2} \frac{s + s_1}{s - s_1} \left[tt \left(1 - \frac{m'}{m} \delta \right) - t_1 t_1 \left(1 - \frac{m'}{m} \delta_1 \right) \right]}.$$

Par suite de la suppression du poids mobile, on sera obligé de déterminer la distance du centre de gravité du pendule aux deux couteaux. Mais, comme on peut à volonté rendre t et t_1 presque égaux, une approximation assez grossière suffira pour cette détermination, bien qu'il soit facile de trouver une méthode qui donne la position du centre de gravité d'une façon très précise. L'avantage de la suppression du poids mobile consiste en ceci, que toutes les expériences deviennent parfaitement comparables entre elles, et que l'on évite les difficultés provenant de ce que le poids mobile, dans la suite des expériences, ne conserve pas toujours rigoureusement sa position initiale. Un semblable pendule, toutefois avec des couteaux complètement fixes, serait aussi préférable à ceux qu'on a employés jusqu'à présent, pour comparer l'action de la pesanteur en différents lieux de la Terre.

Un pendule ainsi disposé réalise ce que j'ai obtenu dans mon appareil par un moyen tout différent : il supprime toute incertitude sur la position du centre du mouvement, et toute difficulté provenant du mouvement du pendule dans l'air. Mais, quant à savoir si, après la découverte de M. Arago de l'action magnétique qu'exercent les substances même qui ne contiennent pas de fer, on peut oser faire usage d'un pendule formé d'une tige métallique, c'est une question à laquelle l'auteur de cette merveilleuse découverte fournit peut-être une réponse : on pourrait comparer le pendule en mouvement au disque métallique tournant de l'expérience de M. Arago, et le magnétisme terrestre à l'aiguille qui est entraînée par ce disque. Pour moi, je ne comprendrais pas qu'une pareille force pût avoir une influence appréciable sur un pendule formé d'une boule dont le diamètre est fort petit relativement à la longueur du fil au bout duquel elle oscille.

J'espère pouvoir reprendre bientôt, avec l'appareil qui m'a servi à la détermination de la longueur du pendule, les expériences d'où Newton a conclu l'égalité de la pesanteur pour toutes les substances terrestres, et apporter ainsi une démonstration plus rigoureuse que la sienne de cette importante propriété (1).

---

(1) La traduction du Mémoire relatif à ces recherches est insérée dans le Tome V de ce Recueil, sous le titre : *Expériences sur la force avec laquelle la Terre attire les corps de nature différente.*

C'est dans ce même Tome V que se trouvent les *Appendices* au Mémoire sur la longueur du pendule à Kœnigsberg et la partie du *Journal des expériences* que j'ai cru utile de publier. (C. W.)

FIN DU TOME IV.

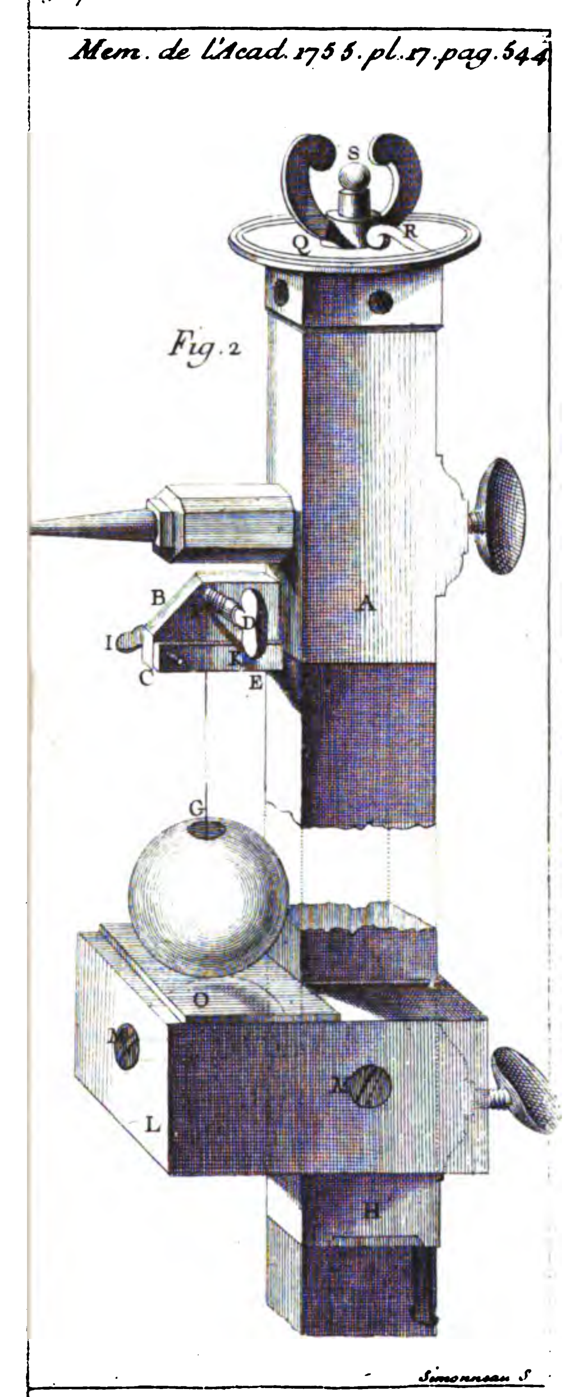
TABLE DES MATIÈRES.

Planches.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DU TOME IV.

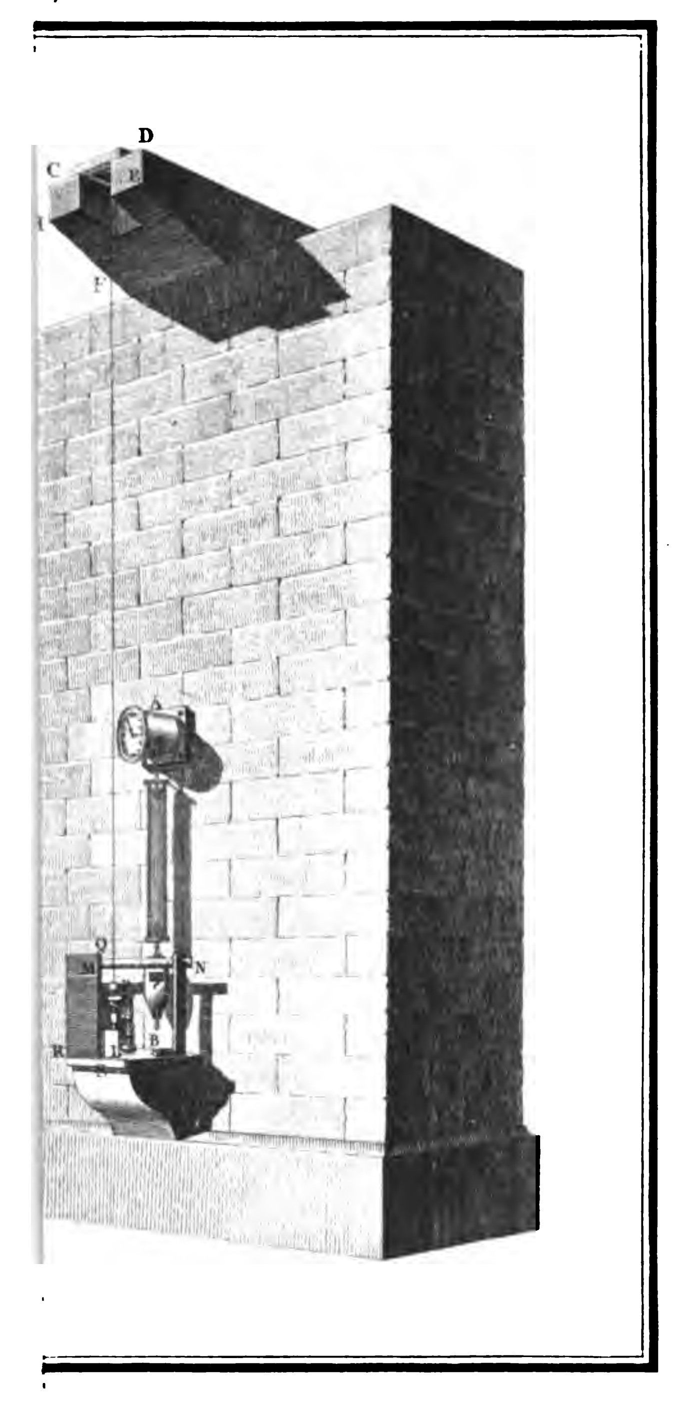
13688 *bis*. Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Mem. de l'Acad. 1755. pl. 17. pag. 544.



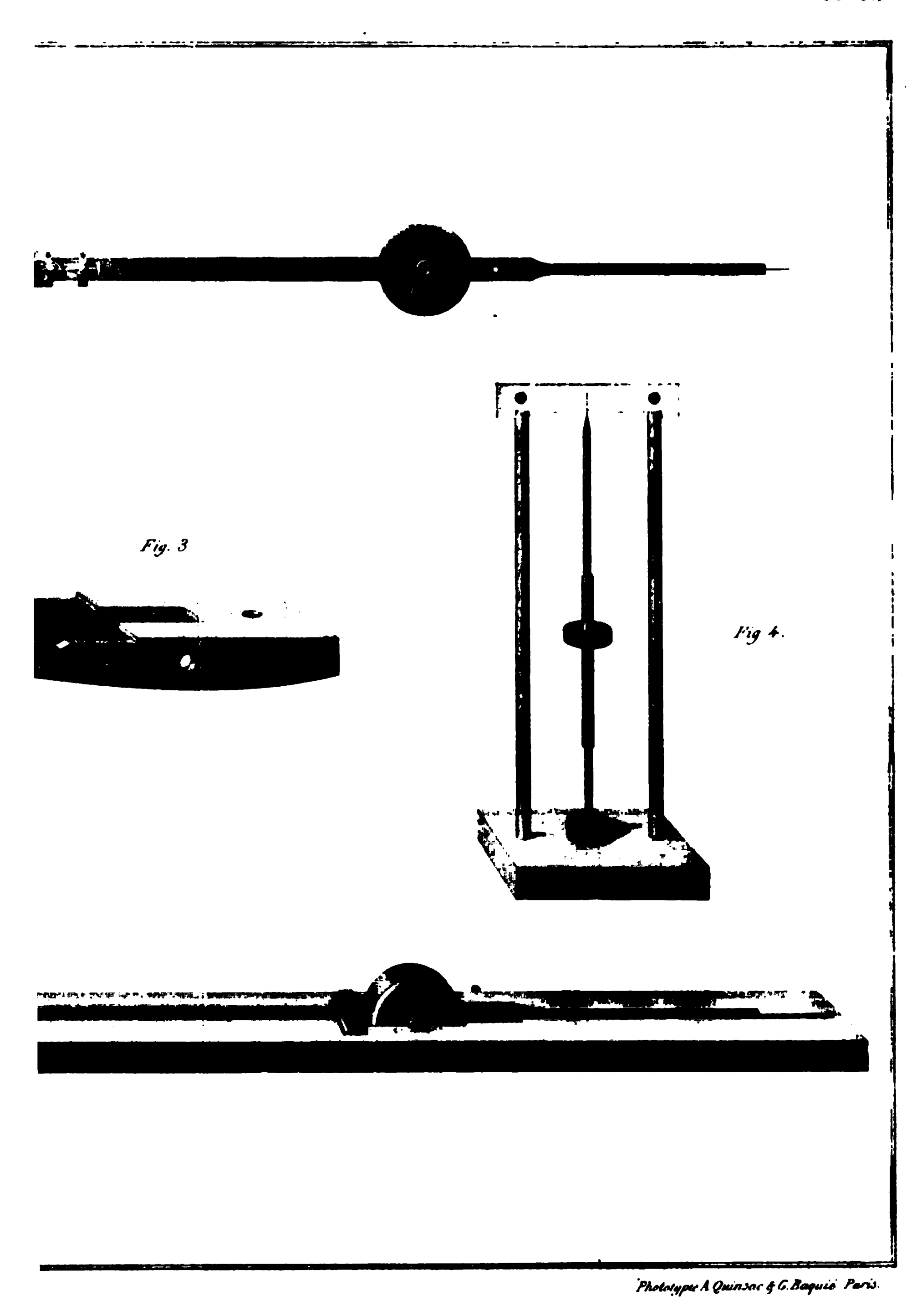
Phototypie A. Quinsac & G. Baquié. Paris.

. de la CONDAMINE.



Phototypie A. Quinsac & C. Baqué. Paris.

M. BORDA & CASSINI.



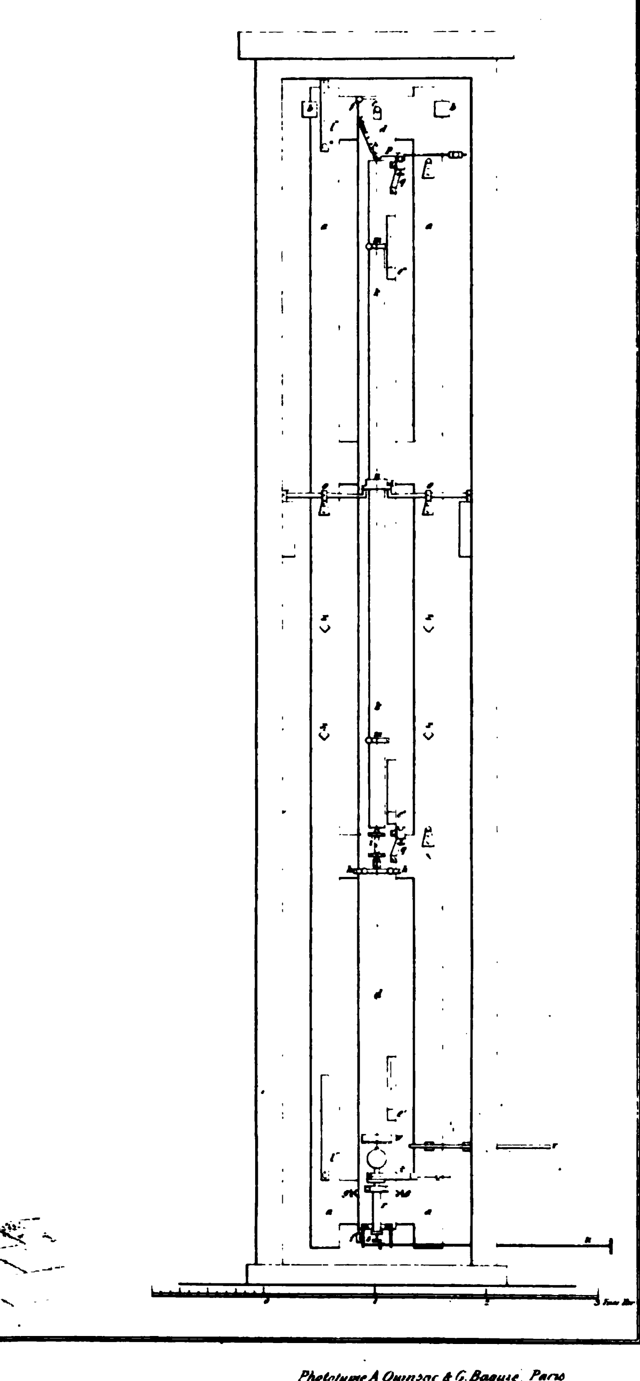
Phototypie A. Quinsac & G. Baquié Paris.

NE KATER.



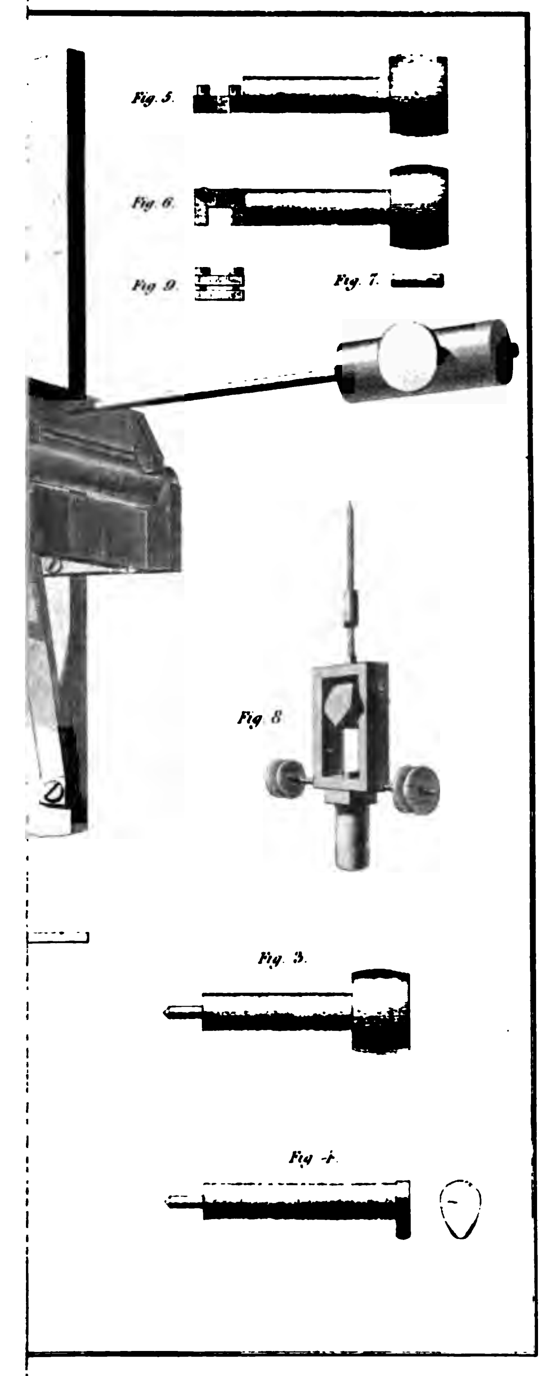
Phototypie A. Quinsac & G. Baquié, Paris.

PITAINE KATER.



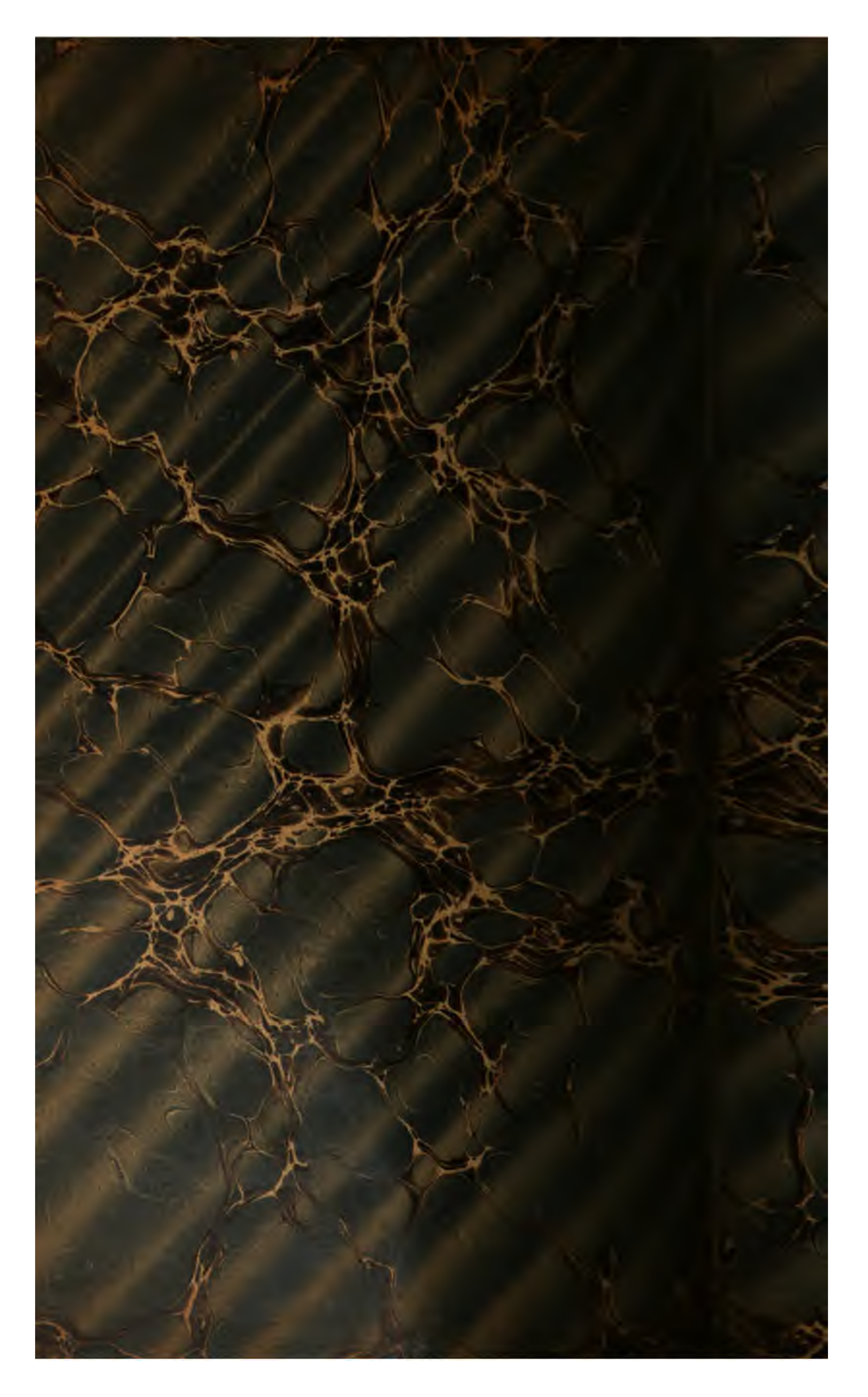
Phototypie A. Quinsac & G. Baqué. Paris

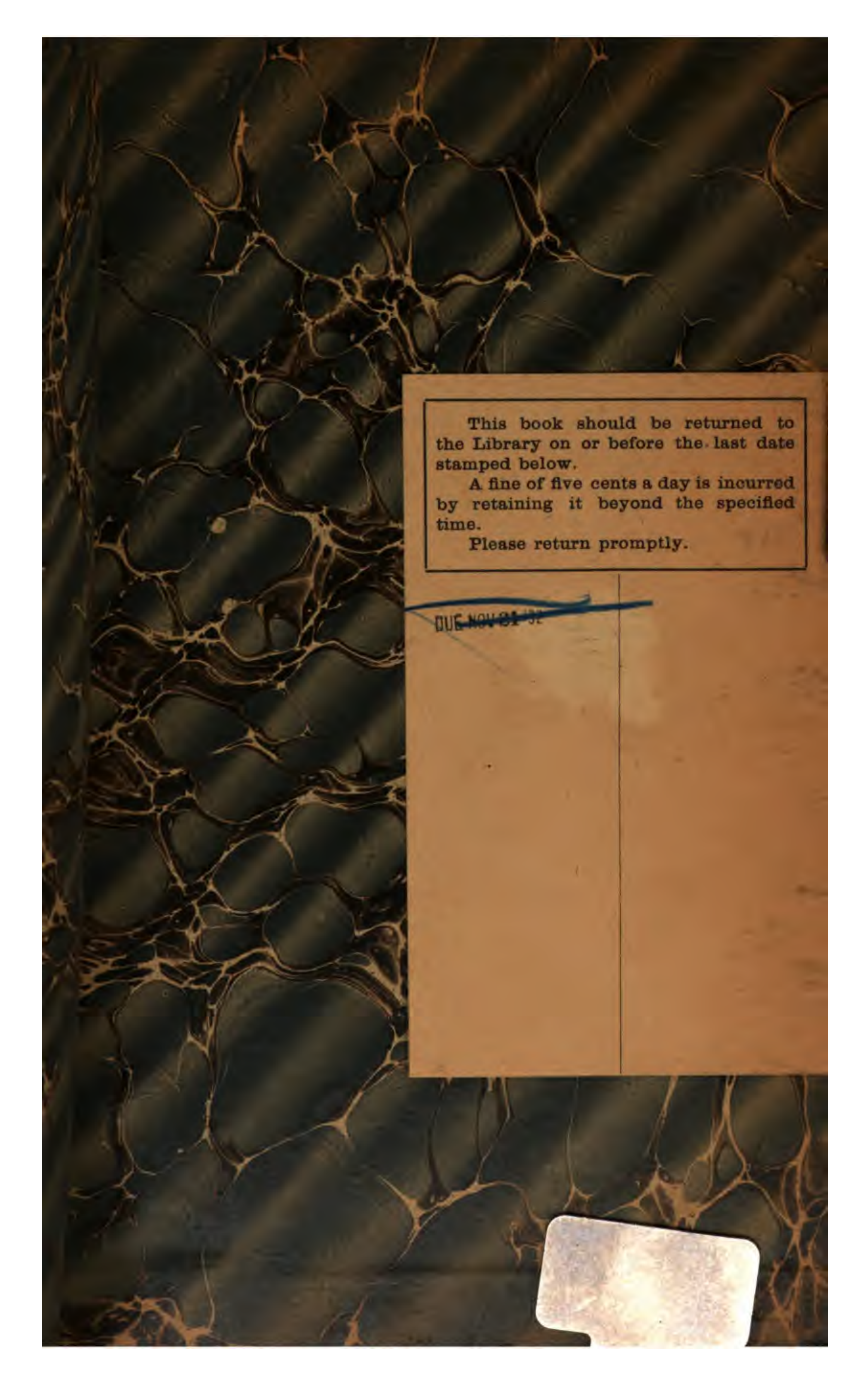
...LE DE BESSEL.

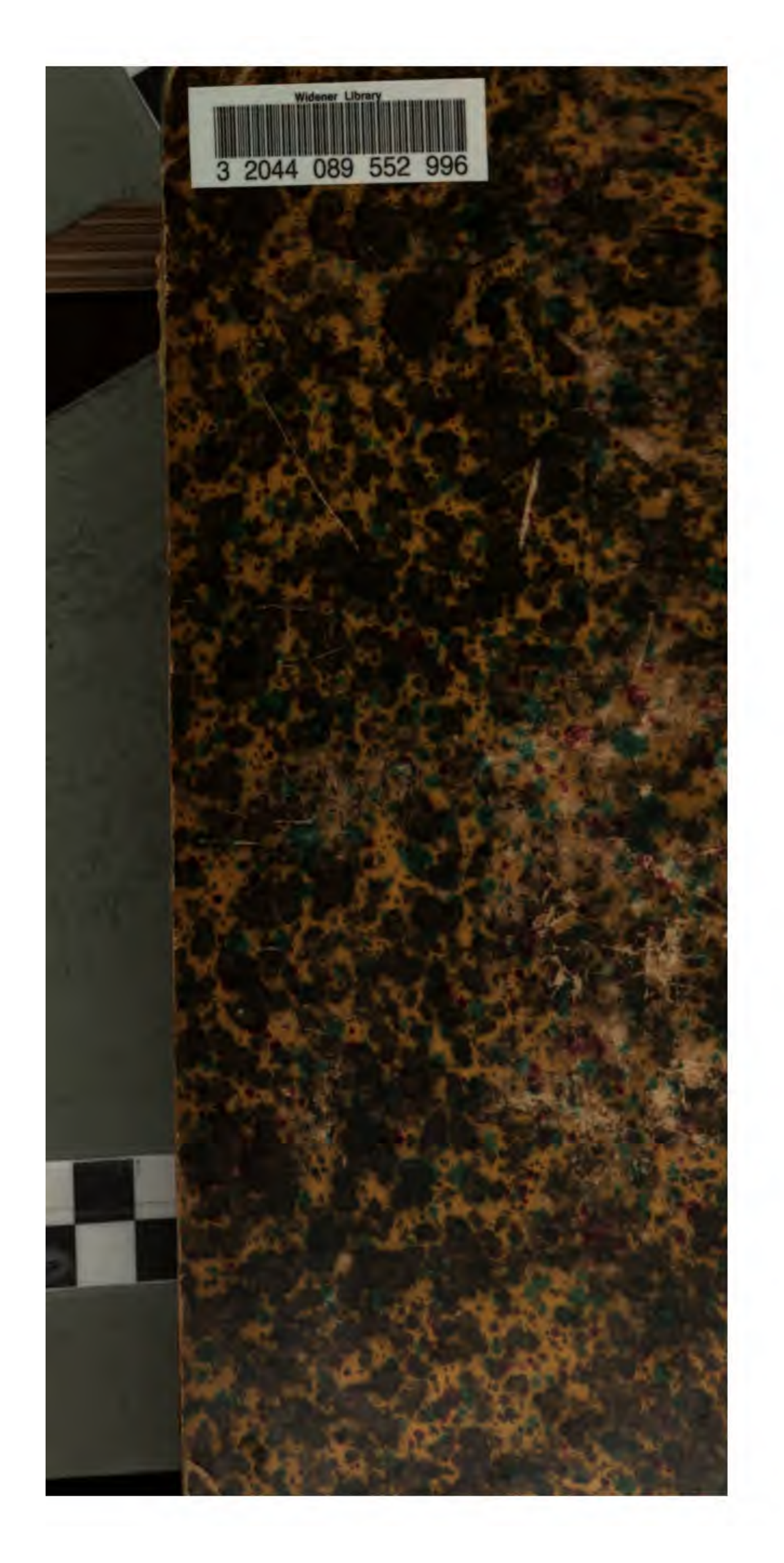


Phototypie A. Quinsac & C. Baquié, Paris.

E BESSEL.




This book should be returned to the Library on or before the last date stamped below.
A fine of five cents a day is incurred by retaining it beyond the specified time.
Please return promptly.


Widener Library
3 2044 089 552 996

